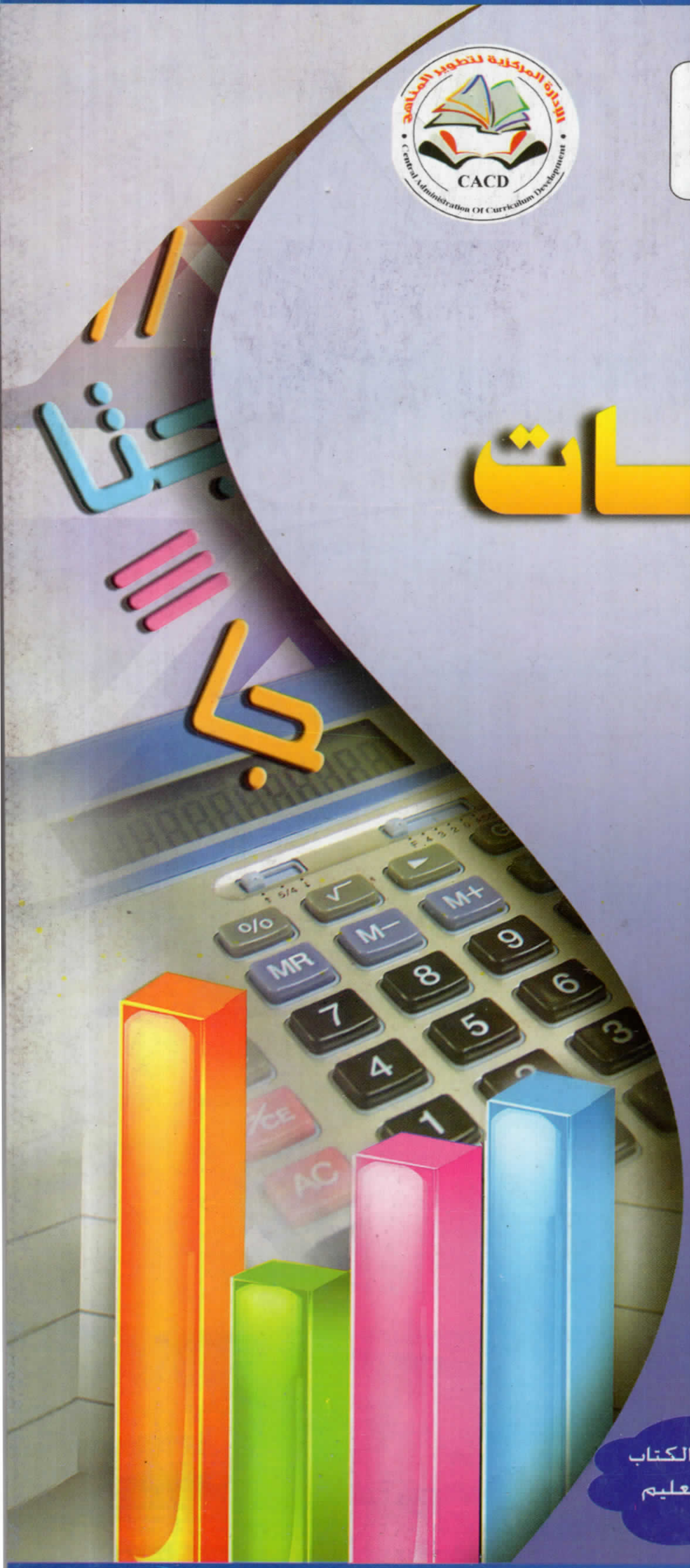
جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
الإدارة العامة لشئون الكتب

2030 رؤية مصر
EGYPT VISION

الإدارة المركزية لتطوير المناهج
Central Administration Of Curriculum Development
CACD



الرياضيات

الصف الثالث الإعدادى

للفصلين الدراسيين الأول والثانى

٢٠٢٥/٢٠٢٦

غير مصرح بتداول هذا الكتاب
خارج وزارة التربية والتعليم
والتعليم الفنى

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
الادارة العامة لشئون الكتب

٣

الرياضيات

الصف الثالث الإعدادى | كتاب الطالب | الفصل الدراسى الأول

تأليف

الأستاذ/ **عمر فؤاد جاب الله**

الأستاذ الدكتور/ **عفاف أبو الفتوح صالح** | الدكتور/ **عصام وصفى روفائيل**

الأستاذ/ **سيرافيم إلياس إسكندر** | الأستاذ/ **كمال يونس كبشة**

مراجعة

الإدارة المركزية لتطوير المناهج

٢٠٢٥-٢٠٢٦

غير مصرح بتداول هذا الكتاب خارج وزارة التربية والتعليم والتعليم الفنى

الاسم: ....

المدرسة: ....

الفصل: ....

العنوان: ....

العام الدراسى: ....

مقدمة الكتاب

أبناءنا الأعزاء

يسعدنا أن نقدم لكم كتاب الرياضيات للصف الثالث الإعدادى، وقد راعينا أن نجعل من دراستكم للرياضيات عملًا ممتعًا ومفيدًا له تطبيقاته فى حياتكم العملية، وفى دراستكم للمواد الدراسية الأخرى، حتى تشعروا بأهمية دراسة الرياضيات وقيمتها وتقدروا دور علمائها، وقد اهتم هذا الكتاب بالأنشطة كعنصر أساسى، كما حاولنا تقديم المادة العلمية بطريقة مبسطة تساعدكم على تكوين المعرفة الرياضية، وفى نفس الوقت تساعدكم على اكتساب أساليب تفكير سليمة تدفعكم إلى الإبداع.

وقد روعى فى هذا الكتاب تقسيمه إلى وحدات دراسية وكل وحدة إلى دروس، كما وظفنا الصور والألوان لتوضيح المفاهيم الرياضية وخواص الأشكال، مع مراعاة المحصول اللغوى لكم، وما سبق أن درستموه فى الصفوف السابقة، كما راعينا فى مواطن كثيرة تدريبكم على أن تصلوا للمعلومات بأنفسكم لتنمية مهارة التعلم الذاتى لديكم ، كما تم توظيف الآلة الحاسبة والحاسب الآلى كلما كان ذلك مناسبا داخل المحتوى.

وفى الجزء الخاص بالأنشطة والتدريبات: يوجد تمارين على كل درس، وتمارين عامة على الوحدة، ونشاط خاص، واختيار فى نهاية كل وحدة ، وفى نهاية الفصل الدراسى يوجد نماذج اختبارات عامة تساعدكم على مراجعة المقرر كاملاً. (تم رفعها على موقع الوزارة الإلكترونى) .

نرجو أن نكون قد وفقنا فى إنجاز هذا العمل لما فيه الخير لكم ولمصرنا العزيزة .

المؤلفون

المحتويات

الجبر

الوحدة الأولى: العلاقات و الدوال

(١ - ١) حاصلُ الضَّربِ الديكارتي ٢

(١ - ٢) العلاقات ٨

(١ - ٣) الدَّالةُ (التطبيق) ١٠

(١ - ٤) دوال كثيرات الحُدودِ ١٣

الوحدة الثانية: النسبة والتناسب والتغير الطردى والتغير العكسى

(٢ - ١) النسبة ١٨

(٢ - ٢) التناسب ٢٠

(٢ - ٣) التغير الطردى و التغير العكسى ٢٦

الإحصاء

الوحدة الثالثة : الإحصاء

(٣ - ١) جمع البيانات ٣٢

(٣ - ٢) التشتت ٣٦

حساب المثلثات

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات

(٤ - ١) النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة ٤٤

(٤ - ٢) النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا ٤٧

الهندسة التحليلية

الوحدة الخامسة: الهندسة التحليلية

(٥ - ١) البعد بين نقطتين ٥٤

(٥ - ٢) إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة ٥٧

(٥ - ٣) ميل الخط المستقيم ٦٠

(٥ - ٤) معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات ٦٥

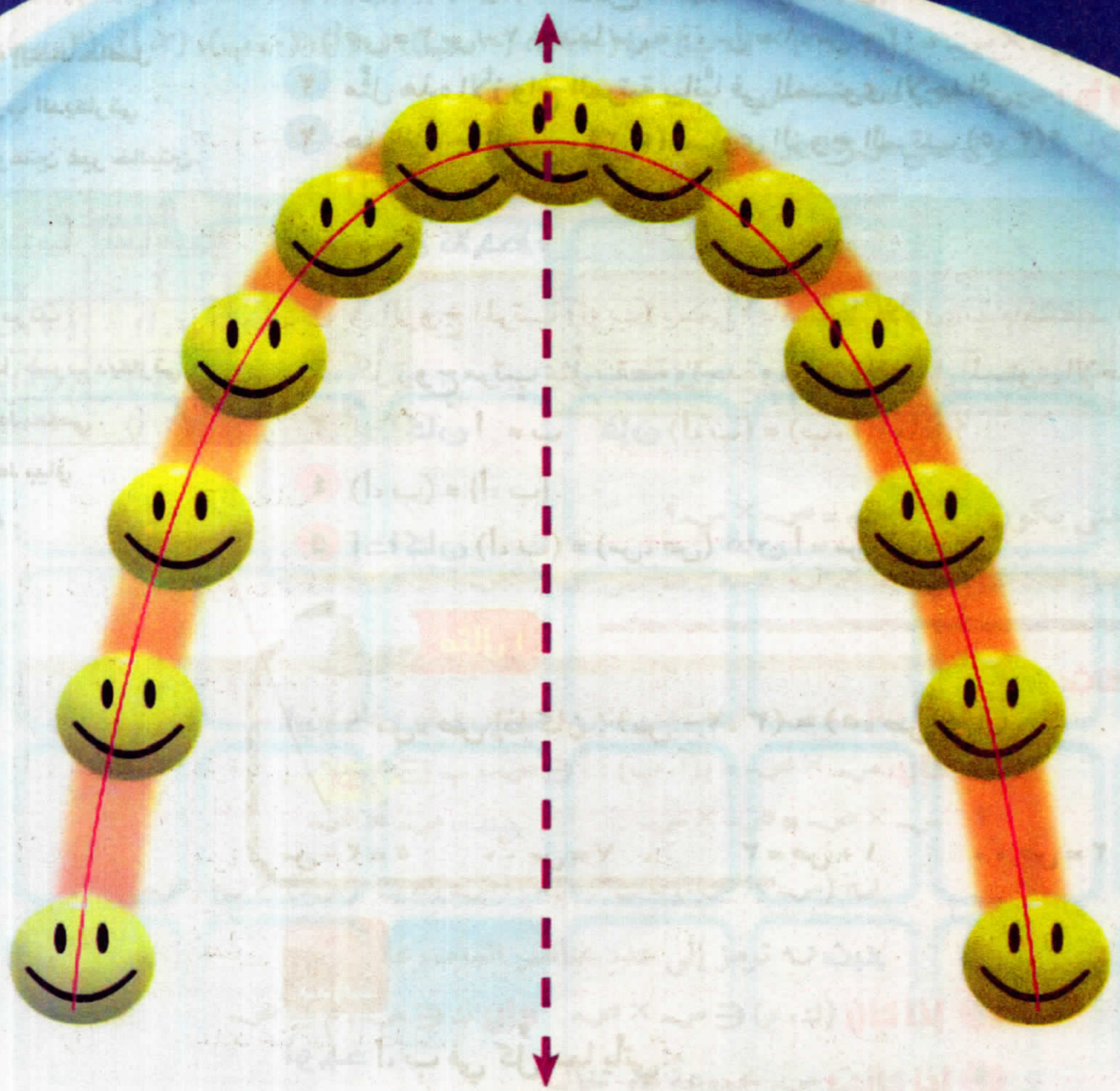
الرموز الرياضية المستخدمة

ط	مجموعة الاعداد الطبيعية	⊥	عمودى على
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة	//	يوازى
ن	مجموعة الأعداد النسبية	$\overline{أب}$	القطعة المستقيمة أ ب
نَ	مجموعة الأعداد غير النسبية	$\overrightarrow{أب}$	الشعاع أ ب
ع	مجموعة الأعداد الحقيقية	$\overleftrightarrow{أب}$	المستقيم أ ب
$\sqrt{أ}$	الجذر التربيعى للعدد أ	ق (∠ أ)	قياس زاوية أ
$\sqrt[3]{أ}$	الجذر التكعيبى للعدد أ	ق ($\frown{أب}$)	قياس القوس أ ب
[أ ، ب]	فترة مغلقة	~	تشابه
]أ ، ب[	فترة مفتوحة	>	أكبر من
]أ ، ب]	فترة نصف مفتوحة	≥	أكبر من أو تساوى
[أ ، ب[	فترة نصف مفتوحة	<	أقل من
[أ ، ∞[	فترة غير محدودة	≤	أقل من أو تساوى
≡	تطابق	ل(أ)	احتمال وقوع الحدث أ
ن (أ)	عدد عناصر الحدث أ	$\overline{س}$	الوسط الحسابى
ف	فضاء العينة	σ	الانحراف العيارى
		مجـ أو Σ	المجموع

الجبر

الوحدة الأولى

العلاقات و الدوال



قذف أحد اللاعبين كرة فأخذت المسار الموضح بالشكل.

هذا الشكل يمثل إحدى الدوال التي ستدرسها وتسمى بالدالة التربيعية.

١-١ حاصل الضرب الديكارتي

سوف تتعلم

- كيفية إيجاد حاصل الضرب الديكارتي لمجموعتين غير خاليتين.

مصطلحات أساسية

- زوجٌ مرتبٌ
- حاصلُ ضرب ديكارتي .
- مخططٌ سهمي .
- مخطط بياني
- علاقة .

فكر و ناقش

سبق وأن درست العلاقة بين متغيرين س، ص.

١ أوجد مجموعة الأزواج المرتَّبة التي تُحقِّق العلاقة:
ص = ٢ س - ١ عندما س = ٠، س = ١، س = ٢

٢ مثِّل هذه الأزواجَ المرتبة بيانيًّا في المستوى الإحداثي.

٣ هل الزوجُ المرتب (٣، ٥) يساوي الزوج المرتب (٥، ٣)؟
(استعن بالرسم).

مما سبق نلاحظ:

١ في الزوج المرتب (أ، ب) يسمى أ بالمسقط الأول، ب بالمسقط الثاني.

٢ كلُّ زوجٍ مرتبٍ يمثلُ بنقطةٍ واحدةٍ وواحدة فقط في المستوى الإحداثي.

٣ إذا كان أ ≠ ب فإن (أ، ب) ≠ (ب، أ)، لماذا ؟

٤ (أ، ب) ≠ {أ، ب}.

٥ إذا كان (أ، ب) = (س، ص) فإن أ = س، ب = ص

مثال ١

أوجد س، ص إذا كان : (س -٢، ٣) = (٥، ص + ١)

الحل

س - ٢ = ٥ ∴ س = ٧ ، ٣ = ص + ١ ∴ ص = ٢

تدرب

أوجد أ، ب في كلٍّ مما يأتي:

أ (أ، ب) = (-٥، ٩)

ب (أ - ٢، ب + ١) = (٢، -٣)

جـ (٦، ب - ٣) = (٢ - أ، ١)

د (أ - ٧، ٢٦) = (-٢، ب^{٣} - ١)

مثال ٢

إذا كانت س = {أ، ب} ، ص = {-١، ٠، ٣} فأوجد:
س × ص ، ص × س، ماذا تلاحظ؟

الحل

لإيجاد حاصل الضرب الديكارتي للمجموعة س في المجموعة ص ويُرمز له بالرمز س × ص، نكتب مجموعة جميع الأزواج المرتبة التي مسقطها الأول عنصرٌ من س ، ومسقطها الثاني عنصرٌ من ص فيكون:

س × ص = {أ، ب} × {-١، ٠، ٣} = {(أ، -١)، (أ، ٠)، (أ، ٣)، (ب، -١)، (ب، ٠)، (ب، ٣)}

كما أن: ص × س = {-١، ٠، ٣} × {أ، ب} = {(-١، أ)، (-١، ب)، (٠، أ)، (٠، ب)، (٣، أ)، (٣، ب)}

نلاحظ أن : س × ص ≠ ص × س

ويمكن الحصول على س × ص، ص × س من الجدولين الآتيين:

×		المسقط الثاني		
		-١	٠	٣
المسقط الأول	أ	(أ، -١)	(أ، ٠)	(أ، ٣)
	ب	(ب، -١)	(ب، ٠)	(ب، ٣)

×		المسقط الثاني	
		أ	ب
المسقط الأول	-١	(-١، أ)	(-١، ب)
	٠	(٠، أ)	(٠، ب)
	٣	(٣، أ)	(٣، ب)

فكر:

١ متى يكون س × ص = ص × س؟

٢ هل عدد عناصر س × ص = عدد عناصر ص × س؟

ملاحظات:

١ **إذا كانت** س، ص مجموعتين منتهيتين وغير خاليتين،
فإن: س × ص = {(أ، ب) : أ ∈ س، ب ∈ ص}

٢ س × ص ≠ ص × س **حيث:** س ≠ ص

ن (س × ص) = ن (ص × س) = ن (س) × ن (ص)

حيث ن ترمز إلى عددِ عناصر المجموعة.

٣ **إذا كان** (ك، م) ∈ س × ص **فإن** ك ∈ س، م ∈ ص

٤ **إذا كانت** س مجموعةً غير خاليةٍ
فإن: س × س = {(أ، ب) : أ ∈ س، ب ∈ س}
و تكتب أحيانًا $س^2$ وتقرأ (س اثنين).

مثال ٣

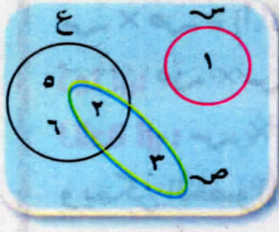
إذا كانت سـ = {١}، صـ = {٢، ٣}، ع = {٢، ٥، ٦} مثِّل المجموعات سـ، صـ، ع بشكل فن ثم أوجد:

أولاً: أ سـ × صـ   ب صـ × ع   جـ سـ × ع   د صـ^{٢}

ثانيًا: (سـ × صـ) ∪ (صـ × ع)   ثالثًا: سـ × (صـ ∩ ع)

رابعًا (سـ × صـ) ∩ (سـ × ع)   خامسًا: (ع − صـ) × (سـ ∪ صـ)

الحل



أولاً:

أ سـ × صـ = {١} × {٢، ٣} = {(١، ٢)، (١، ٣)}

ب صـ × ع = {٢، ٣} × {٢، ٥، ٦}

= {(٢، ٢)، (٢، ٥)، (٢، ٦)، (٣، ٢)، (٣، ٥)، (٣، ٦)}.

جـ سـ × ع = {١} × {٢، ٥، ٦} = {(١، ٢)، (١، ٥)، (١، ٦)}

د صـ^{٢} = صـ × صـ = {٢، ٣} × {٢، ٣}

= {(٢، ٢)، (٢، ٣)، (٣، ٢)، (٣، ٣)}

ثانيًا: (سـ × صـ) ∪ (صـ × ع) = {(١، ٢)، (١، ٣)، (٢، ٢)، (٢، ٥)، (٢، ٦)، (٣، ٢)، (٣، ٥)، (٣، ٦)}

ثالثًا: سـ × (صـ ∩ ع) = {١} × {٢} = {(١، ٢)}

رابعًا: (سـ × صـ) ∩ (سـ × ع) = {(١، ٢)، (١، ٣)} ∩ {(١، ٢)، (١، ٥)، (١، ٦)} = {(١، ٢)}.

خامسًا: ع − صـ = {٥، ٦}   ∴ (ع − صـ) × (سـ ∪ صـ) =   أكمل

تدرب

إذا كانت سـ = {٢، -١}، صـ = {٤، ٠}، ع = {٤، ٥، -٢} أوجد

أ سـ × صـ   ب صـ × ع   جـ سـ^{٢}

د ن (سـ × ع)   هـ ن (صـ^{٢})   و ن (ع^{٢})

تمثيلُ حاصلِ الضرب الديكارتي:

مثال ٤

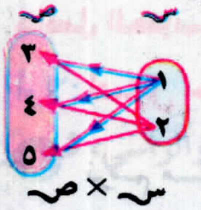
١ إذا كانت سـ = {١، ٢}، صـ {٣، ٤، ٥} أوجد: سـ × صـ، ومثله:

أولاً: بالمخططِ السَّهمي.   ثانيًا: بالمخططِ البياني.

الحل

س × ص = {١، ٢} × {٣، ٤، ٥} = {(١، ٣)، (١، ٤)، (١، ٥)، (٢، ٣)، (٢، ٤)، (٢، ٥)}

و يمثل حاصل الضرب الديكارتي س × ص بمخططٍ سهميٍّ أو شبكة بيانية، كما يلي:

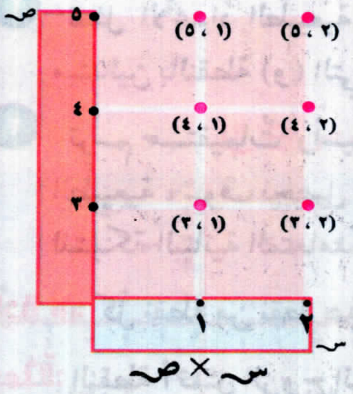


أولاً: المخطط السهمي

نرسم سهمًا من كلِّ عنصرٍ يمثلُ المسقطَ الأول (وهي عناصرُ المجموعة س)

إلى كلّ عنصرٍ يمثل المسقط الثاني (وهو عناصر المجموعة ص)

أي أن: المخططُ السهميُّ لحاصلِ الضرب الديكارتي **يُمثِّل كلّ زوجٍ مرتبٍ بسهمٍ يخرج من مسقطه الأول وينتهي عند مسقطه الثاني.**



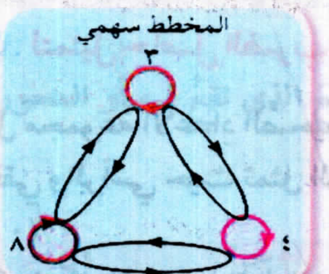
ثانيًا: المخططُ البياني (الشبكةُ البيانيةُ المتعامدة)

تمثل على شبكة بيانية متعامدة عناصر المجموعة س أفقيًا، وعناصر المجموعة ص رأسيًا فتكون نقطُ تقاطع الخطوط الأفقية والرأسيَّة تمثل الأزواج المرتبة لعناصرِ حاصل الضرب الديكارتي س × ص.

مثال ٥

إذا كانت س = {٣، ٤، ٨} فأوجد س × س ومثِّله بمخططٍ سهميٍّ.

الحل



س × س = {٣، ٤، ٨} × {٣، ٤، ٨}

={(٣، ٣)، (٣، ٤)، (٣، ٨)، (٤، ٣)، (٤، ٤)، (٤، ٨)، (٨، ٣)، (٨، ٤)، (٨، ٨)}.

و يلاحظ في الشكلِ : قد مُثلت الأزواجُ المرتبةُ بأسهم، وأن الأزواجَ المرتبة التي فيها المسقطُ الأول يساوي المسقطَ الثاني مثل (٣، ٣)، (٤، ٤)، (٨، ٨) مُثلت بعروةٍ لتدل على أن السهمَ يخرجُ من النقطةِ، وينتهي عند نفس النقطة.

لاحظ أن: ن (س) = ٣ فتكون: ن (س × س) = ٣ × ٣ = ٩

وفي هذه الحالةِ يمثل حاصل الضرب الديكارتي س × س بيانيًا بتسع نقاطٍ، وكلُّ نقطةٍ تمثِّل زوجًا مرتبًا.

أما إذا كانت س مجموعةً غيرَ منتهيةٍ (لا يمكن حصر عدد عناصرها) فإن:

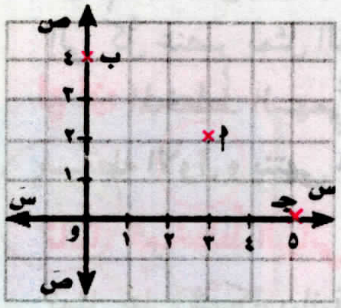
عدد عناصر س × س يكون غير منته.

فكر: كيف يمكن تمثيل حاصل الضرب الديكارتي لكل من:

ط × ط، ص × ص، ن × ن، ح × ح

حاصلُ الضرب الديكارتي للمجموعات غير المنتهية والتمثيل البياني له.

أولاً: لتمثيل حاصل الضرب الديكارتي ط × ط = {(س، ص) : س ∈ ط، ص ∈ ط}



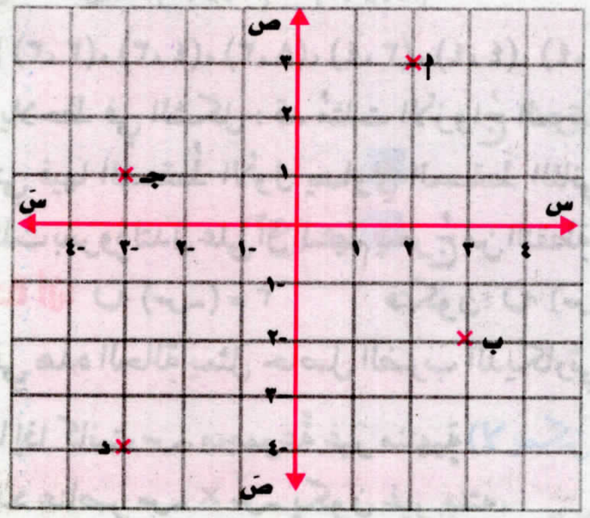
1. نرسم مستقيمين متعامدين أحدهما س سَ أفقيًا والآخر ص صَ رأسيًا ومتقاطعين في النقطة و.
2. نمثل الأعدادَ الطَّبيعية ط على كلٍّ من المستقيمين الأفقي والرأسي مبتدئين بالنقطة (و) التي تمثل العددَ صفر.
3. ترسم مستقيماتٌ رأسيةٌ وأخرى أفقيةٌ من النقطِ التي تمثل الأعدادَ الطَّبيعية ، سوف نحصل على الشكلِ المقابلِ، وتكون نقطُ التقاطع لمجموعة هذه المستقيمات ممثلةً للشبكة البيانية المتعامدة للحاصل الديكارتي ط × ط.

لاحظ أن: كلُّ نقطة من نقط هذه الشبكة تمثل أحد الأزواج المرتبة في الحاصل الديكارتي ط × ط.

فمثلاً: النقطة أ تمثل الزوج المرتب (٣، ٢)، النقطة ب تمثل الزوج المرتب (٠، ٤)

أكمل: النقطة جـ تمثل الزوج المرتب (،)، النقطة و تمثل الزوج المرتب (،)

ثانيًا: لتمثيل حاصل الضرب الديكارتي صـ × صـ = {(س، ص): س ∈ صـ، ص ∈ صـ}.



نمثل مجموعةَ الأعدادِ الصَّحيحة على كلٍّ من المستقيمين الأفقي والرأسي حيث تمثل النقطة (و) الزوج المرتب (٠، ٠)

فتكون كلُّ نقطةٍ من نقط الشبكة تمثِّل أحدَ الأزواج في حاصل الضرب الديكارتي صـ × صـ.

وتعرف هذه الشبكة بالمستوى الإحداثي صـ × صـ

فمثلاً: النقطة أ تمثل الزوج المرتب (٢،٣)، النقطة ب تمثل الزوج المرتب (٣،-٢)

ثالثًا: لتمثيلِ حاصل الضرب الديكارتي ن × ن = {(س، ص) : س ∋ ن، ص ∋ ن}

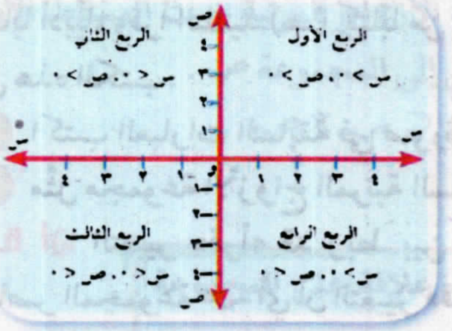
ارسم شبكةً بيانيةً متعامدةً ومثل مجموعةَ الأعدادِ النسبية ن على المستقيمين الأفقي والرأسي، ثم عيِّن عليها النقط: أ (٣، $\frac{٥}{٢}$)، ب (- $\frac{٣}{٢}$، ٤)، جـ (-٣، - $\frac{٣}{٢}$)، د ($\frac{٥}{٢}$، - $\frac{٣}{٢}$)

رابعًا: تمثيل حاصل الضرب الديكارتي ع × ع = {(س، ص) : س ∋ ع، ص ∋ ع}

حيث تمثل مجموعة الأعداد الحقيقية على كلٍّ من المستقيمين الأفقي والرأسي، كما تمثل النقطة (و) الزوج المرتب (٠، ٠)

يسمى المستقيم الأفقي $\overleftrightarrow{سَ س}$ محور السينات، ويسمّى المستقيم الرأسي $\overleftrightarrow{صَ ص}$ محور الصادات

فتنقسم الشبكةُ إلى أربعةِ أقسامٍ (أرباع) كما بالشّكل المقابل:



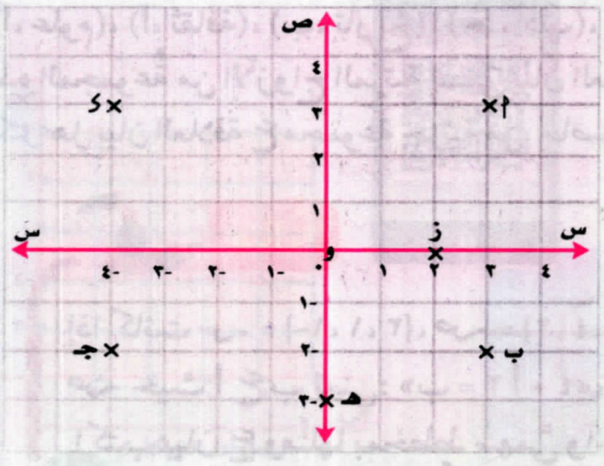
مثال ٦

كوِّن شبكةً تربيعيةً متعامدةً لحاصِل الضرب الديكارتي ع × ع ثم اذكر الربعَ الذي تقعُ فيه أو المحور الذي ينتمي إليه كل من النقط الآتية:

أ (٣، ٣)، ب (٣، -٢)، جـ (-٤، -٢)، ى (-٤، ٣)، هـ (٠، - ٣)، ز (٢، ٠)

الحل

أ (٣، ٣)	تقع في الربع الأول
ب (٣، -٢)	تقع في الربع الرابع
جـ (-٤، -٢)	تقع في الربع الثالث
د (-٤، ٣)	تقع في الربع الثاني
هـ (٠، -٣)	تقع على محور الصادات
ز (٢، ٠)	تقع على محور السينات.



لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

١ - ٢

العلاقات

سوف تتعلم

- ☆ مفهوم العلاقةِ من مجموعة س إلى مجموعة ص.
- ☆ مفهوم العلاقةِ من مجموعة إلى نفسها.

مصطلحات أساسية

- ☆ علاقة.
- ☆ بيان العلاقة.

فكر و ناقش

في مهرجان القراءة للجميع ذهب خمسةُ تلاميذ يمثلون المجموعة س= {أ، ب، جـ، د، هـ} إلى مكتبةِ المدرسة لقراءة بعضِ الكتب التي تمثلها المجموعةُ ص = {علوم، أدب، ثقافة، تاريخ}.
فقرأ التلميذ (أ) كتابًا من كتب العلوم، وكتابًا من كتب الثقافة، وقرأ التلميذ (ب) كتابًا من كتب التاريخ، وقرأ التلميذ (جـ) كتابًا أدبيًّا، وقرأ التلميذ (هـ) كتابًا من كتب التاريخ، ولم يقرأ التلميذ (د) أيًّا من هذه الكتب.

١ اكتب العبارات السابقةَ في صورة أزواج مرتبة من س إلى ص.

٢ مثِّل مجموعة الأزواج المرتبة السابقة في صورة مخطط سهمي.

لاحظ أن: التعبير «قرأ» قد ربط بين بعض عناصر المجموعة س ببعض عناصر المجموعة ص أي أن التعبير «قرأ» يعين علاقة من المجموعة س إلى المجموعة ص وسنرمز لها عادة بالرمز ع وهذه العلاقة يمكن تمثيلها بمخططٍ سهميٍّ كالمبين بالشكل المقابل، حيث نرسمُ سهمًا يبدأ من التلميذِ، وينتهي عند نوع الكتب التي قرأها.

كما نستطيع أن نعبر عن العلاقة من س إلى ص بمجموعة الأزواج المرتبة الآتية:

{(أ، علوم)، (أ، ثقافة)، (ب، تاريخ)، (جـ، أدب)، (هـ، تاريخ)}.

هذه المجموعةُ من الأزواجِ المرتبة تسمىّ بيان العلاقة ع.

فكِّر: هل بيان العلاقة ع مجموعة جزئية من حاصل الضرب الديكارتي س × ص؟

مثال ١

إذا كانت س = {-١، ١، ٢}، ص = {٢، ٤، ٦، ٨}، وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني: «ب = ٢ أ + ٤»، لكل أ ∈ س، ب ∈ ص
اكتب بيان ع ومثِّلها بمخططٍ سهميٍّ وآخر بياني.

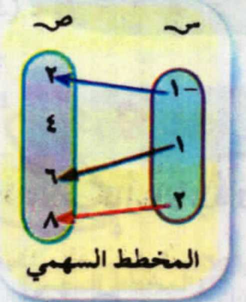
الحل

عندما أ = -١ ∴ ب = ٢ × (-١) + ٤ = ٢

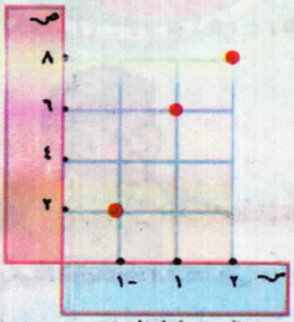
عندما أ = ١ ∴ ب = ٢ × ١ + ٤ = ٦

عندما أ = ٢ ∴ ب = ٢ × ٢ + ٤ = ٨

∴ ع = {(-١، ٢)، (١، ٦)، (٢، ٨)}



المخطط السهمي



المخطط البياني

مما سبق نستنتج أن

١) العلاقة من مجموعة س إلى مجموعة ص حيث س، ص مجموعتان غير خاليتين هي ارتباط يربط بعض أو كل عناصر س ببعض أو كل عناصر ص.

٢) بيان العلاقةِ من مجموعة س إلى مجموعة ص هي مجموعةُ الأزواج المرتَّبة حيث المسقطُ الأول في كلٍّ منها ينتمي إلى المجموعة س، والمسقط الثاني ينتمي إلى المجموعة ص.

٣) إذا كانت ع علاقةً من مجموعة س إلى مجموعة ص فإن ع ⊂ س × ص.

العَلاقةُ من مجموعة إلى نفسها

إذا كان ع علاقة من س إلى س فإن ع تسمى علاقة على المجموعة س وتكون ع ⊂ س × س

مثال ٢

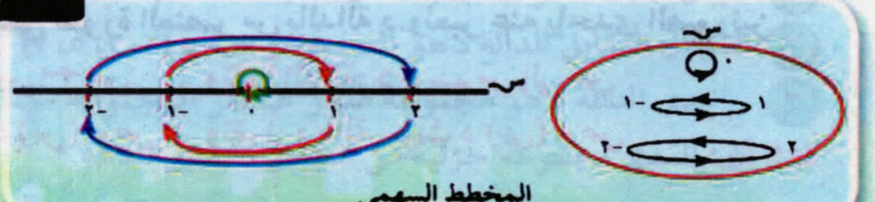
إذا كانت س = {-٢، -١، ٠، ١، ٢} وكانت ع علاقةً معرفة على س حيث أ ع ب تعني :

«العدد أ معكوس جمعي للعدد ب». لكل أ، ب ∈ س

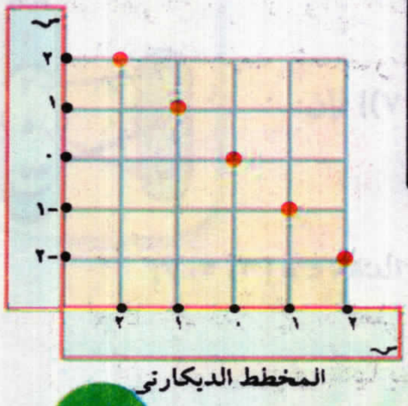
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وآخر ديكارتي.

الحل

ع = {(-٢، ٢)، (-١، ١)، (٠، ٠)، (١، -١)، (٢، -٢)}



المخطط السهمي



المخطط الديكارتي

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٣-١

الدَّالة (التطبيق)

سوف تتعلم

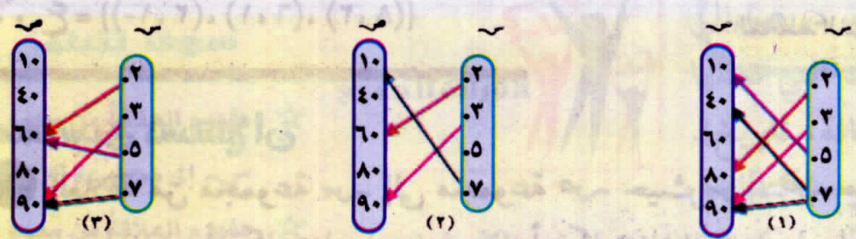
- مفهوم الدالة
- كيفية التَّعبير رمزيا عن الدالة.

مصطلحات أساسية

- دالة
- مجال
- المجال المقابل
- مدى

فكر و ناقش

الأشكالُ الآتيةُ تمثِّل ثلاثَ عَلاقات من سـ إلى صـ.



١ اكتب بيانَ كل علاقةٍ ومثِّلها بمخططٍ بياني.

٢ أي من هذه العلاقاتِ تحقِّق الشرطَ التالي: كل عنصر من عناصر سـ ارتبط بعنصرٍ واحد فقط من عناصر «صـ».

تعريف

يقالُ لعلاقة من مجموعة سـ إلى مجموعة صـ أنها دالة إذا كان:

كلُّ عنصرٍ من عناصر سـ يظهر كمسقطٍ أول مرة واحدة فقط في أحد الأزواج المرتبة المحدّدة لبيان العلاقة.

التعبيرُ الرمزيُّ للدالة:

١ يرمزُ للدالةِ بأحد الرموز: د أو ق أو ر أو ...

والدالة د من المجموعة سـ إلى المجموعة صـ تكتب رياضيًا:

د: سـ ← صـ وتقرأ: «د دالة من سـ إلى صـ».

ملاحظات:

١ إذا كانت د دالة من المجموعة سـ إلى نفسها نقولُ إن د دالة على سـ.

٢ إذا كان الزوجُ المرتب (س، ص) ينتمي لبيان الدالة فإن العنصرَ ص يسمى صورة العنصر س بالدالة د. ونعبر عنه بإحدى الصورتين.

د: س ↦ ص وتقرأ الدالة: د ترسم س إلى ص

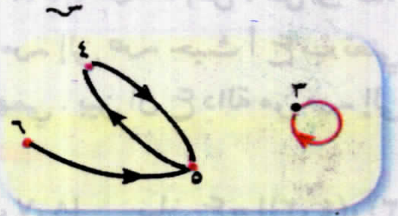
أو د (س) = ص وتقرأ: د دالة حيث د (س) = ص

مثال ١

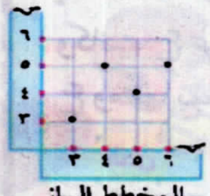
إذا كانت د دالة على س حيث: س = {٣، ٤، ٥، ٦} وكان د (٣) = ٣، د (٤) = ٥، د (٥) = ٤، د (٦) = ٥.
مثل د بمخطط سهمي وآخر بياني، اكتب بيانها.

الحل

بيان د = {(٣، ٣)، (٤، ٥)، (٥، ٤)، (٦، ٥)}



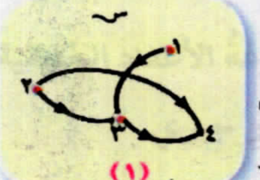
المخطط السهمي



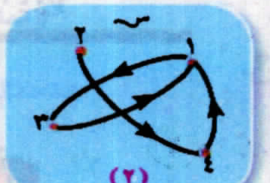
المخطط البياني

تدرب

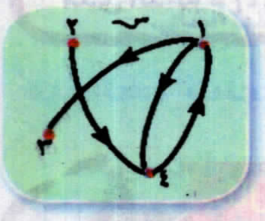
(١) إذا كانت س = {١، ٢، ٣، ٤} فأي من المخططات السَّهمية الآتية تعبّر عن دالةٍ على المجموعة س



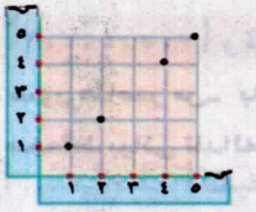
(١)



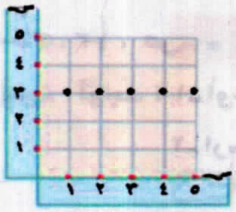
(٢)



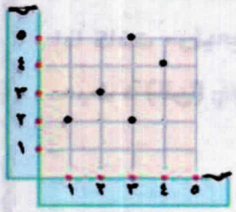
(٢) أي من المخططاتِ البيانيةِ الآتية تعبِّر عن دالة من س إلى س.



(١)



(٢)



(٣)

فكّر: هل كل علاقة دالة؟ **فسّر إجابتك وأعط أمثلة.**

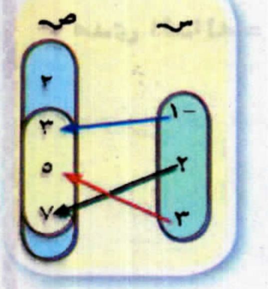
المجال والمجال المقابل والمدى

إذا كانت د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص، أي أن: د: س ← ص فإن:

المجموعةُ س تسمى مجال الدالة د.

المجموعةُ ص تسمى المجال المقابل للدالة د.

مجموعةُ صور عناصر مجموعة المجال س بالدالة د تسمى مدى الدالة.



فمثلاً: إذا كانت د: س ← ص

، س = {-١، ٢، ٣}، ص = {٢، ٣، ٥، ٧}، بيان د = {(-١، ٣)، (٣، ٥)، (٢، ٧)} فإن:

(١) مجال الدالة د هو المجموعة س = {-١، ٢، ٣}

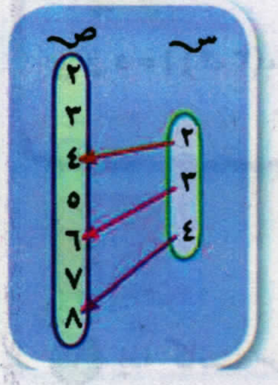
(٢) المجالُ المقابلُ للدالةِ د هو المجموعة ص = {٢، ٣، ٥، ٧}

(٣) مدى الدالة د هو مجموعةُ صور عناصر المجموعة س بواسطة الدالة د = {٣، ٥، ٧}

لاحظ أن: المدى مجموعةٌ جزئيةٌ من المجالِ المقابل للدالة.

مثال ٢

إذا كانت سـ = {٢، ٣، ٤}، صـ = {ص : ص ∈ ط، ٢ ≤ ص < ٩} حيث ط مجموعة الأعداد الطبيعية، وكانت ع علاقة من سـ إلى صـ حيث أ ع ب تعني : « أ = $\frac{١}{٢}$ب» لكل أ ∈ سـ، ب ∈ صـ، اكتب بيان ع ومثِّلها بمخطط سهمي . بين أن ع دالة من سـ إلى صـ وأوجد مداها.



الحل

صـ = {٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨}   بيان ع = {(٢، ٤)، (٣، ٦)، (٤، ٨)}

ع دالة لأن كل عنصر من عناصر سـ يخرج منه سهم واحد فقط لأحد عناصر صـ

مدى الدالة = {٤، ٦، ٨}

مثال ٣

إذا كانت سـ = { ٠، ١، ٣ } ، صـ = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٧ } وكانت د : سـ ⟵ صـ

حيث د (س) - ٥ - س . أوجد : ١- أوجد صور عناصر سـ بالداله د .

٢- ارسم مخطط بيانى للداله د .

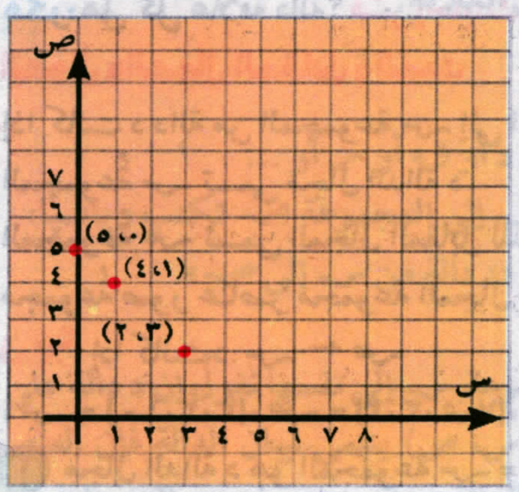
الحل

د (س) = ٥ - س

د (٠) = ٥ ، د (١) = ٤ ، د (٣) = ٢

بيان الداله د = { (٠ ، ٥) ، (١ ، ٤) ، (٣ ، ٢) }

مدى الداله = { ٥ ، ٤ ، ٢ }



لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٤-١ دوالُّ كثيرات الحدود

سوف تتعلم

- مفهوم الدالة الخطية وتمثيلها البياني.

مصطلحات أساسية

- دالةٌ كثيرةُ الحدود.
- دالةٌ خطيةٌ.
- دالة تربيعية.
- تمثيل بياني للدالة.

فكر و ناقش

في الدوال د: ح ← ح ، د (س) = ٥

ر: ح ← ح ، ر (س) = ٣ س - ٨

هـ: ح ← ح ، هـ (س) = ٤ $س^{٢}$ - ٥ س + ٨

نلاحظ أن :

1. المجال والمجال المقابل للدالة هو مجموعةُ الأعدادِ الحقيقية ح.
2. قاعدةُ الدالة (صورة س) هي حد أو مقدار جبري.
3. ما قوة المتغير س في الدوالِ السابقةِ؟

تعريف

الدالة د : ح ← ح حيث:

د (س) = $أ_{٠}$ + $أ_{١}$ س + $أ_{٢}$ $س^{٢}$ + ... + $أ_{ن}$ $س^{ن}$ حيث $أ_{٠}$، $أ_{١}$، $أ_{٢}$، ... $أ_{ن}$ ∈ ح

ن ∈ ط، $أ_{ن}$ ≠ ٠، تسمى كثيرة حدود حقيقية من الدرجة ن.

وتكون: درجة كثيرة الحدود هي أكبر قوة للمتغير في قاعدة الدالة.

تدرب

1. أي من الدوالِّ التالية تمثل كثيرة حدود:

   أ $د_{١}$(س) = $س^{٣}$ + $س^{٢}$ + ٣ ب $د_{٢}$ (س) = $س^{٣}$ + $\frac{١}{س}$ + ٧

   جـ $د_{٣}$ (س) = $س^{٢}$ + $\sqrt{س}$ + ٨ د $د_{٤}$ (س) = س (س + $\frac{١}{س}$ − ٢)

2. إذا كانت د: ح ← ح فاذكر درجة الدالة في كل حالة:

   أ د (س) = ٣ − ٢ س ب د (س) = $س^{٢}$ − ($س^{٢}$ − ٣)

   جـ د (س) = س (س − ٢$س^{٢}$) د د (س) = $س^{٢}$ $(س − ٣)^{٢}$

مثال ١

إذا كان د(س) = س^{٢} - س + ٣ أوجد: د (-٢) ، د (٠) ، د ($\sqrt{٣}$)

الحل

∵ د (س) = س^{٢} - س + ٣ ∴ د (-٢) = (-٢)^{٢} - (-٢) + ٣ = ٤ + ٢ + ٣ = ٩

د (٠) = ٣ ، د ($\sqrt{٣}$) = ($\sqrt{٣}$)^{٢} - $\sqrt{٣}$ + ٣ = ٦ - $\sqrt{٣}$

تدرب

إذا كانت: د (س) = س^{٢} - ٣ س ر (س) = س - ٣

أ أوجد: د ($\sqrt{٢}$) + ٣ ر ($\sqrt{٢}$)

ب اثبت د (٣) = ر (٣) = صفر

الدالة الخطية

تعريف

الدالة د : ع ← ع حيث د(س) = أ س + ب ، أ، ب ∈ ع، أ ≠ ٠ تسمى هذه الدالة دالة خطية، أو دالة من الدرجة الأولى.

التمثيلُ البياني للدالة الخطيَّة:

مثال ٢

مثِّل بيانيًا الدالة د: ع ← ع، د (س) = ٢ س - ٣

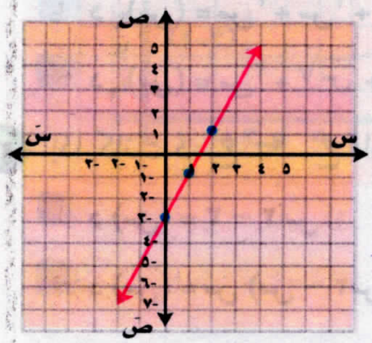
الحل

∵ د (س) = ٢ س - ٣

∴ د (٠) = ٠ - ٣ = -٣، د (١) = ٢ - ٣ = -١ ، د (٢) = ٤ - ٣ = ١

يمكن وضعُ هذه الأزواج المرتبة داخلَ جدول كالآتي:

س	٠	١	٢
ص = د (س)	-٣	-١	١



وتمثَّل الأزواجُ المرتبةُ على الشبكةِ التربيعية لحاصلِ الضرب الديكارتي ع × ع

ملاحظات:

١) يكتفى بإيجاد زوجين مرتبين ينتميان إلى بيان الدالة ، و يفضل إيجاد زوج مرتب ثالث للتَّحقق من صحةِ التمثيل البيانى للدالة.

٢) إذا كانت د : ع ← ع، د (س) = أ س، حيث أ ≠ ٠ فإنه يمثلها بيانيًا مستقيم يمر بنقطة الأصل (٠، ٠)

تدرب

مثِّل بيانيًا كل من الدوال الآتية:

١) د: د (س) = س + ٢ ٢) ر : ر (س) = ٣ س ٣) ق : ق (س) = - ٢ س

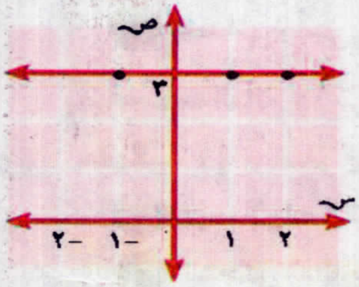
حالة خاصة: إذا كانت د : ع ← ع ، د (س) = ب حيث ب ∈ ع

فإن د تُسمىَّ دالةً ثابتةً.

فمثلاً: د (س) = ٣ وتكتب ص = ٣

تمثل بمستقيم يوازي محور السينات.

س	١-	١	٢
ص = د (س)	٣	٣	٣



تدرب

مثل الدوال التالية بيانيًا

١) د (س) = ٥ ٢) د (س) = -٤ ٣) د(س) = ٠ ٤) د (س) = $\frac{1}{2}$ ٢

الدالةُ التَّربيعيةُ

الدالة د : ع ← ع حيث د (س) = أ $س^2$ + ب س + جـ ، أ، ب، جـ أعـداد حقيقية، أ ≠ ٠ تُسمى دالة تربيعية. وهي دالة من الدرجة الثانية.

التمثيل البياني للدالة التربيعية.

مثال ٣

مثل بيانيًا الدالةَ التربيعيةَ د، حيث د (س) = $س^2$، س ∈ ع متخذًا س ∈ [-٣، ٣]

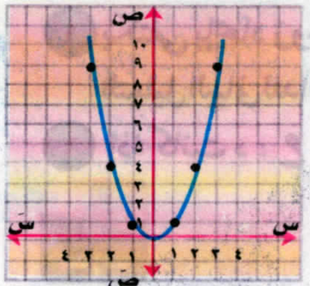
الحل

نعين بعضَ الأزواج المرتَّبة (س، د (س)) التي تنتمي إلى بيانِ الدالة د حيث س ∈ ع وأن الفترة [- ٣، ٣] تعطي بعضَ القيم الممكنة للمتغير س.

د(- ٣) = ٩ ، د (- ٢) = ٤، د (- ١) = ١، د(٠) = ٠، د (١) = ١، د (٢) = ٤، د (٣) = ٩

نضعُ هذه الأزواجَ المرتبةَ في جدولٍ كالآتي:

س	٣	٢	١	٠	١-	٢-	٣-
ص = د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩



نعيِّن في المستوى الديكارتي النقاطَ التي تُمثِّل هذه الأزواجَ المرتبة. ثم نرسمُ منحنيًا ممهدًا يمرُّ بهذه النقاط.

لاحظ أن:

١ منحنى الدالة د متماثل بالنسبة لمحور الصادات، وتكون معادلة محور التماثل س = ٠

٢ إحداثي رأسي المنحنى (٠، ٠) والقيمة الصغرى للدالة = ٠

بصفه عامه الداله د (س) = أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ، ب، جـ أعداد حقيقيه ، أ ≠ صفر يكون لها الخصائص اللأتيه:

١ إحداثيات نقطة رأس المنحنى = ($\frac{-ب}{٢أ}$ ، د ($\frac{-ب}{٢أ}$))

٢ منحنى الداله يكون مفتوح إلى أعلى ∪ عندما يكون معامل س^{٢} موجباً (أ > صفر)
وفي هذه الحالة يكون للدالة قيمة صغرى تساوي د ($\frac{-ب}{٢أ}$)

٣ منحنى الدالة يكون مفتوح إلى أسفل ∩ عندما يكون معامل س^{٢} سالباً (أ < صفر)
وفي هذه الحاله يكون للداله قيمه عظمى تساوي د ($\frac{-ب}{٢أ}$)

٤ منحنى الدالة د (س) يكون متماثلاً حول الخط الرأسي المار بنقطة رأس المنحنى و تكون معادلة هذا الخط س = $\frac{-ب}{٢أ}$ ويسمى هذا الخط محور تماثل الداله.

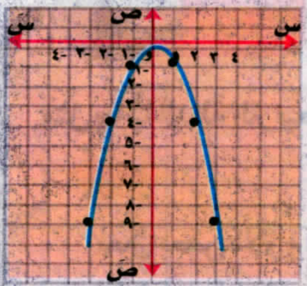
مثال ٤

مثِّل بيانيًا الدالةَ التربيعيةَ د حيث: د (س) = - س^{٢}، س ∈ ح متخذًا س ∈ [-٣، ٣]

الحل

نكرِّر نفس خطوات الحل السابقة:

س	٣	٢	١	٠	١-	٢-	٣-
ص = د (س)	٩-	٤-	١-	٠	١-	٤-	٩-



ومن الرسم نلاحظ أن:

١ منحنى الدالة د متماثل بالنسبة لمحور الصادات، وتكون معادلة محور التماثل س = ٠

٢ إحداثي رأس المنحنى (٠، ٠) والقيمة العظمى للدالة = ٠

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

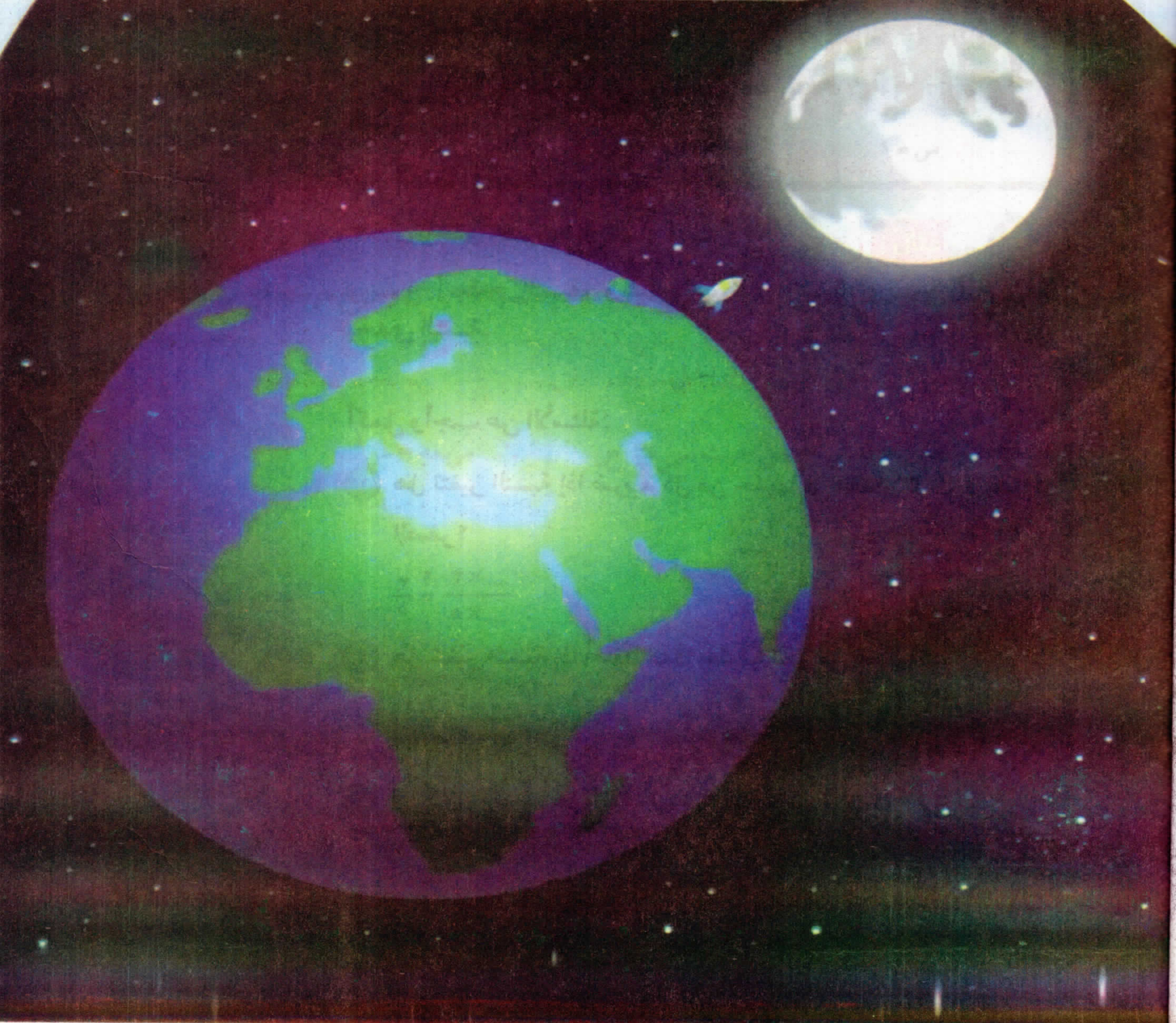
الجبر

الوحدة الثانية: النسبة والتناسب والتغير الطردى والتغير العكسى

هل تعلم؟

ان وزن الجسم على سطح القمر يساوى $\frac{1}{6}$ وزنه على سطح الأرض

تصور انك ذهبت فى رحلة للقمر؛ كم سيصبح وزنك؟



١-٢

النسبة

سوف تتعلم

- مفهوم النسبة.
- خواص النسبة.

المصطلحات الأساسية

- مقدم النسبة.
- تالى النسبة.
- حدّا النسبة.

فكر و ناقش

درسنا فيما سبق موضوع النسبة، وعلمنا أن النسبة هى: مقارنة بين كميتين.

فمثلاً: إذا كان هناك ٤ أولاد، ٣ بنات، فإن النسبة بين عدد الأولاد إلى عدد البنات يمكن كتابتها بإحدى الصور ٤ إلى ٣ أو $\frac{٤}{٣}$

وعمومًا إذا كان أ، ب عددين حقيقيين فإن النسبة

بين العدد أ والعدد ب

تكتب بإحدى الصور: أ إلى ب أو أ : ب أو $\frac{أ}{ب}$

ويسمى أ مقدم النسبة، ويسمى ب تالى النسبة، ويسمى أ، ب معًا بحدى النسبة.

أكمل وأجب عن الأسئلة:

١) هل تتغير النسبة إذا ضرب كل من حديها فى مقدار ثابت لا يساوى الصفر؟

$$\frac{٣}{٥} \overset{?}{=} \frac{٣ \times ....}{٥ \times ....}$$

٢) هل تتغير النسبة إذا أضفنا عددًا حقيقيًا لكل من حديها؟

$$\frac{٢}{٣} \overset{?}{=} \frac{٢ + ...}{٣ + ...}$$

٣) إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$، هل أ = ٣، ب = ٥ لجميع قيم أ، ب؟

مثال (١)

أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحل

نفرض أن العدد س.

$\therefore \frac{س + ٧}{س + ١١} = \frac{٢}{٣}$ $\therefore$ ٣ (س + ٧) = ٢ (س + ١١)

$\therefore$ ٣ س + ٢١ = ٢ س + ٢٢ $\therefore$ ٣ س - ٢ س = ٢٢ - ٢١

$\therefore$ س = ١

مثال (٢)

أوجد العدد الموجب الذي إذا أضيف مربعه إلى مقدم النسبة ٢٩ :٤٦ وطرح مربعه من تاليها فإننا نحصل علي النسبة ٣:٢

الحل

نفرض ان العدد المطلوب = س حيث س $\in$ ح$_+$ $\therefore$ مربعه = س^٢

$$\therefore \frac{٢٩ + س^٢}{٤٦ - س^٢} = \frac{٣}{٢}$$

$\therefore$ ٢ (٢٩ + س^٢) = ٣ (٤٦ - س^٢)

٥٨ + ٢ س^٢ = ١٣٨ - ٣ س^٢ $\therefore$ ٥س^٢ = ٨٠

$\therefore$ س^٢ = ١٦ $\therefore$ س = ٤

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٢-٢ التناسب

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ فإنه يقال أن أ، ب، جـ، د كميات متناسبة، وإذا كانت الكميات أ، ب، جـ، د متناسبة **فإن** $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

تعريف:

التناسب هو تساوى نسبتين أو أكثر.

فى التناسب $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

فإن أ يسمى **(الأول المتناسب)**، ب يسمى **(الثانى المتناسب)**، جـ يسمى **(الثالث المتناسب)**، د يسمى **(الرابع المتناسب)**.

كما يسمى أ، د **طرفى التناسب**، ب، جـ **وسطى التناسب**.

خواص التناسب

أولاً: إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ **فإن:**

١ أ = م جـ ، ب = م د **حيث م ∈ ح***

٢ أ د = ب جـ **(حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)**

٣ $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{د}$

تحقق من الخواص السابقة بإعطاء أمثلة عددية من عندك

ثانيًا: إذا كان: أ د = ب جـ **فإن:** $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ ، $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{د}$

تحقق من الخواص بالمثال العددى الآتى:

تعلم أن: ٤ × ٨ = ٢ × ١٦

فإن: $\frac{٤}{٢} = \frac{.....}{.....}$ ، $\frac{٤}{١٦} = \frac{.....}{.....}$

سوف تتعلم

- مفهوم التناسب
- خواص التناسب
- التناسب المتسلسل

المصطلحات الأساسية

- تناسب
- أول متناسب
- ثانى متناسب
- ثالث متناسب
- رابع متناسب
- طرفا التناسب
- وسطا التناسب

مثال ١

إذا كانت $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ أوجد قيمة النسبة: $\frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س}$

الحل

نفرض أن س = ٢م، ص = ٣م **(حيث م ثابت ≠ صفر)**

$\therefore \frac{٣س + ٢ص}{٦ص - س} = \frac{٣ \times ٢م + ٢ \times ٣م}{٦ \times ٣م - ٢م} = \frac{١٢م}{١٦م} = \frac{٣}{٤}$

حل آخر :

بقسمة كل من البسط والمقام على ص ثم التعويض عن قيمة $\frac{س}{ص}$

$\therefore$ المقدار $= \frac{٣ \times \frac{س}{ص} + ٢}{٦ - \frac{س}{ص}} = \frac{٣ \times \frac{٢}{٣} + ٢}{٦ - \frac{٢}{٣}}$ ⟵ **أكمل** $= \frac{...}{...} = \frac{...}{...}$

مثال ٢

أوجد الرابع المتناسب للأعداد ٤، ١٢، ١٦

الحل

نفرض أن الرابع المتناسب س

$\frac{٤}{١٢} = \frac{١٦}{س}$

$\therefore ٤ \times س = ١٢ \times ١٦$ **[حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين]**

$\therefore س = \frac{١٢ \times ١٦}{٤} = ٤٨$ $\therefore$ الرابع المتناسب = ٤٨

مثال ٣

أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الأعداد ٣، ٥، ٨، ١٢ فإنها تكون متناسبة.

الحل

نفرض أن العدد س فتكون الأعداد ٣ + س، ٥ + س، ٨ + س، ١٢ + س **متناسبة**

$\therefore \frac{٣ + س}{٥ + س} = \frac{٨ + س}{١٢ + س}$ $\therefore (٥ + س)(٨ + س) = (٣ + س)(١٢ + س)$

$\therefore ٤٠ + ١٣س + س^٢ = ٣٦ + ١٥س + س^٢$ $\therefore ١٥س - ١٣س = ٤٠ - ٣٦$

$\therefore ٢س = ٤$ $\therefore س = ٢$

تدرب

١ أ أوجد الثانى المتناسب للأعداد ٢، ......، ٤، ٦

ب أوجد الثالث المتناسب للأعداد ٨، ٦، ......، ١٢

٢ إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ فأوجد قيمة ٧ أ + ٩ ب : ٤ أ + ٢ ب

ثالثاً: إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = \frac{هـ}{و} = ...$ ، $م_١، م_٢، م_٣، ... \in ح^*$

فإن: $\frac{أ م_١ + جـ م_٢ + هـ م_٣ + ...}{ب م_١ + د م_٢ + و م_٣ + ...}$ = إحدى النسب

فمثلا: إذا كان: $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٤}$ بضرب حدى النسبة الأولى فى ٢ وحدى النسبة الثانية فى -٥ وحدى النسبة الثالثة فى ٣ $\therefore$ $\frac{٢أ - ٥ب + ٣جـ}{٢ \times ٢ - ٣ \times ٥ + ٣ \times ٤}$ = إحدى النسب

أى أن: ٢أ - ٥ب + ٣جـ = إحدى النسب

مثال ٤

إذا كانت: أ، ب، جـ، د كميات متناسبة **فأثبت أن:** $\frac{٣أ - ٢جـ}{٥أ + ٣جـ} = \frac{٣ب - ٢د}{٥ب + ٣د}$

الحل

$\because$ إذا كانت: أ، ب، جـ، د كميات متناسبة $\therefore \frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٥ والثانية فى ٣ **فإن** مجموع المقدمات: مجموع التوالى = إحدى النسب.

$\therefore \frac{٥أ + ٣جـ}{٥ب + ٣د}$ = إحدى النسب (١)

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٣ والثانية فى -٢ **فإن** مجموع المقدمات : مجموع التوالى = إحدى النسب.

$\therefore \frac{٣أ - ٢جـ}{٣ب - ٢د}$ = إحدى النسب (٢)

من (١)، (٢) $\therefore \frac{٥أ + ٣جـ}{٥ب + ٣د} = \frac{٣أ - ٢جـ}{٣ب - ٢د}$

$\therefore \frac{٣أ - ٢جـ}{٥أ + ٣جـ} = \frac{٣ب - ٢د}{٥ب + ٣د}$ (وهو المطلوب إثباته)

حل آخر:

افرض $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} =$ م حيث م مقدار ثابت

أ = ب م ، جـ = د م وعوض فى كلا الطرفين.

تدرب

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ **فاثبت أن:**

أولاً: $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{جـ + د}{د}$ **ثانيًا:** $\frac{أ - ب}{ب} = \frac{جـ - د}{د}$

إرشاد: افرض أن $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} =$ م حيث م مقدار ثابت ≠ ٠ وأكمل أو بأى طريقة أخرى.

التناسب المتسلسل

٢، ٦، ١٨ ثلاثة أعداد. قارن بين النسب $\frac{٢}{٦}$، $\frac{٦}{١٨}$

(١) هل توجد علاقة بين $(٦)^٢$ وحاصل الضرب ٢ × ١٨؟

(٢) إذا استبدل العدد ٦ بالعدد (-٦) هل توجد علاقة بين $(-٦)^٢$ وحاصل الضرب ٢ × ١٨؟

تعريف:

يقال للكميات أ، ب، جـ: إنها فى تناسب متسلسل إذا كان: $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ}$

يسمى أ بالأول المتناسب، ب بالوسط المتناسب، جـ بالثالث المتناسب

حيث: $ب^٢ =$ أجـ أو ب = ± $\sqrt{أجـ}$

مثال ٥

أوجد الوسط المتناسب بين ٣، ٢٧

الحل

الوسط المتناسب = $\pm\sqrt{٣ \times ٢٧} = \pm ٩$

مثال ٦

إذا كانت ب وسطًا متناسبًا بين ا، جـ ، **فأثبت أن:** $\frac{ا^٢ + ب^٢}{ب^٢ + جـ^٢} = \frac{ا}{جـ}$

الحل

ب وسط متناسب بين ا، جـ   **أي** ا، ب، جـ فى تناسب متسلسل

نفرض $\frac{ا}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$ $\therefore$ ب = جـ م، ا = ب م = جـ م × م = جـ م^٢

الطرف الأيمن = $\frac{ا^٢ + ب^٢}{ب^٢ + جـ^٢} = \frac{جـ^٢ م^٤ + جـ^٢ م^٢}{جـ^٢ م^٢ + جـ^٢}$

$= \frac{جـ^٢ م^٢ (م^٢+١)}{جـ^٢ (م^٢+١)} = م^٢$ (١)

الطرف الأيسر = $\frac{ا}{جـ} = \frac{جـ م^٢}{جـ} = م^٢$ (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن $\frac{ا^٢ + ب^٢}{ب^٢ + جـ^٢} = \frac{ا}{جـ}$

حل آخر :

بفرض: $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$ ∴ $\frac{أ^{٢}}{ب^{٢}} = \frac{ب^{٢}}{جـ^{٢}} = م^{٢}$

الطرف الأيمن = $م^{٢} = \frac{أ^{٢} + ب^{٢}}{ب^{٢} + جـ^{٢}}$ من النسبتين الأولى والثانية

الطرف الأيسر = $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{جـ} \times \frac{أ}{ب} = م^{٢}$ ،

من (١)، (٢) ∴ $\frac{أ^{٢} + ب^{٢}}{ب^{٢} + جـ^{٢}} = \frac{أ}{جـ}$

مثال (٧) أكمل مايأتي :

١ - إذا كانت : ٧ ، س ، $\frac{١}{ص}$ في تناسب متسلسل

فإن : $س^{٢} ص$ = ...

٢- الوسط المتناسب للكميتين ٩ $س^{٢}$ -٢٥ $ص^{٢}$ ، $\frac{٣ س + ٥ ص}{٣ س - ٥ ص}$ هو ....

الحل

١- ∵ ٧ ، س ، $\frac{١}{ص}$ في تناسب متسلسل فإن $\frac{٧}{س}$ = س ص

∴ $س^{٢} ص = ٧$

٢- ∵ ٩ $س^{٢}$ - ٢٥ $ص^{٢}$ ، م ، $\frac{٣ س + ٥ ص}{٣ س - ٥ ص}$ في تناسب متسلسل

حيث م الوسط المتناسب

∴ $\frac{٩ س^{٢} - ٢٥ ص^{٢}}{م} = \frac{م (٣ س - ٥ ص)}{٣ س + ٥ ص}$ ∴ $م^{٢} = (٣ س + ٥ ص)^{٢}$

∴ م = ± (٣ س + ٥ ص)

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٢ - ٣

التغير الطردى و التغير العكسى

سوف تتعلم

- ☆ مفهوم التغير الطردى
- ☆ مفهوم التغير العكسى
- ☆ كيفية التمييز بين التغير الطردى والتغير العكسى.

المصطلحات الأساسية

- ☆ تغير
- ☆ تغير طردى
- ☆ تغير عكسى

أولا : التغير الطردى

فكر و ناقش (١)

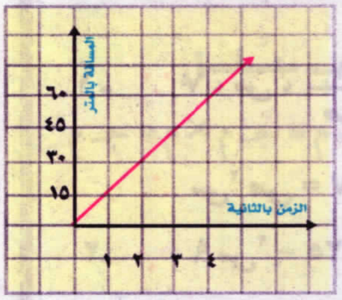
تتحرك سيارة بسرعة ثابتة (ع) مقدارها ١٥ م/ث فإذا كانت المسافة المقطوعة ف بالمتر فى زمن قدره ن ثانية تعطى بالعلاقة: ف = ع ن.

ن	١	٢	٣	٤
ف	١٥	٣٠	٤٥	٦٠

أ مثِّل العلاقة بين ف، ن بيانيًا.

ب هل التمثيل البيانى يمر بنقطة الأصل (٠، ٠)؟

جـ أوجد $\frac{ف}{ن}$ فى كل حالة. ماذا تلاحظ؟



نلاحظ مما سبق أن:

$\frac{ف}{ن}$ تساوى فى كل مرة مقدارًا ثابتًا وهو ١٥

أي: ف = ١٥ ن و يقال حينئذ إن ف تتغير طرديًا بتغير ن وتكتب رمزيًا ف ∝ ن.

تعريف:

يقال: إن ص تتغير طرديًا مع س وتكتب ص ∝ س إذا كانت ص = م س (حيث م ثابت ≠ ٠) وإذا أخذ المتغير س القيمتين $س_١$، $س_٢$ وأخذ المتغير ص القيمتين $ص_١$، $ص_٢$ على الترتيب فإن: $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_١}{س_٢}$

مما سبق نستنتج أن:

١ العلاقة السابقة علاقة خطية بين المتغيرين س، ص ويمثلها خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

٢ إذا كانت ص ∝ س فإن ص = م س **وكذلك** إذا كانت ص = م س فإن ص ∝ س

مثال ١

إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ١٤ عندما س = ٤٢ **فأوجد**

أولاً: العلاقة بين ص، س　　　　**ثانيًا:** قيمة ص عندما س = ٦٠

الحل

أولاً: ∵ ص ∝ س　　∴ ص = م س　　(حيث م ثابت ≠ ٠)

وبالتعويض عن قيمتي س، ص فى العلاقة

∴ ١٤ = ٤٢ × م　　∴ م = $\frac{١٤}{٤٢}$ = $\frac{١}{٣}$　　∴ العلاقة هى: ص = $\frac{١}{٣}$ س

ثانيًا: عندما س = ٦٠　　∴ ص = $\frac{١}{٣}$ × ٦٠ = ٢٠

ملاحظة: يمكن استخدام العلاقة $\frac{ص_١}{ص_٢}$ = $\frac{س_١}{س_٢}$ لإيجاد قيمة ص فى المطلوب الثاني

ثانياً: التغير العكسى

إذا كانت مساحة المستطيل م وأحد بعديه س والبعد الآخر ص.

أ **اكتب** العلاقة بين كل من م ، س ، ص.

ب إذا كانت مساحة المستطيل ثابتة وتساوى ٣٠ سم^٢ **فأكمل** الجدول الآتى:

س	٣	٥	٦	١٠
ص	....	....	....	....

جـ **أوجد** س ص فى كل حالة. ماذا تلاحظ؟

مما سبق نلاحظ أن:

س ص = ٣٠　　**أي أن:** ص = $\frac{٣٠}{س}$　　**أي أن** ص تتغير عكسيًا بتغير س وتكتب رمزيًا　ص ∝ $\frac{١}{س}$

وبالمثل:　　س = $\frac{٣٠}{ص}$　　**أي أن:** س تتغير عكسيًا بتغير ص وتكتب رمزيًا　س ∝ $\frac{١}{ص}$

تعريف:

يقال إن ص تتغير عكسيًا مع س وتكتب ص $\propto \frac{١}{س}$ إذا كانت س ص = م (حيث م ثابت ≠ ٠)

وإذا أخذ المتغير س القيمتين $س_١$، $س_٢$ وتبعًا لذلك أخذ المتغير ص القيمتين $ص_١$، $ص_٢$ على الترتيب فإن: $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$

مما سبق نستنتج أن:

(١) العلاقة السابقة ليست علاقة خطية بين المتغيرين س، ص ولا يمثلها خط مستقيم.

(٢) إذا كانت ص تتغير عكسيًا مع س فإن: ص = $\frac{م}{س}$ (حيث م ثابت ≠ ٠)

وكذلك إذا كانت ص = $\frac{م}{س}$ فإن ص $\propto \frac{١}{س}$.

مثال ٢

إذا كانت ص $\propto \frac{١}{س}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢

أولاً: أوجد العلاقة بين س، ص. ثانيًا: أوجد قيمة ص عندما س = ١,٥.

الحل

∵ ص $\propto \frac{١}{س}$ ∴ ص = $\frac{م}{س}$ (حيث م ثابت ≠ ٠)

وبالتعويض عن قيمتى س، ص فى العلاقة

∴ ٣ = $\frac{م}{٢}$ ∴ م = ٢ × ٣ = ٦

∴ العلاقة هى: ص = $\frac{٦}{س}$

عندما س = ١,٥ ∴ ص = $\frac{٦}{١,٥}$ = ٤

ملاحظة: يمكن إيجاد قيمة ص من العلاقة $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_٢}{س_١}$

تدرب

بين أى من الجداول الآتية يمثل تغيرًا طرديًا، وأيها يمثل تغيرًا عكسيًا، وأيها لا يمثل تغيرًا طرديًا أو عكسيًا مع ذكر السبب فى كل حالة:

س	ص
٣	٢٠
٥	١٢
٤	١٥
٦	١٠

س	ص
٢	٩
٤	١٨
١٢	٥٤
١٦	٧٢

س	ص
٥	٩
١٠	١٨
١٥	٢٧
٢٥	٤٥

س	ص
٣	٦
-٢	-٩
-١٨	١
٩	-٢

مثال ٣

الربط بالفيزياء: إذا كانت العلاقة بين السرعة ع (متر / ث) و الزمن ن (ثانية) هى ع = ٩,٨ ن

أولاً: حدد نوع التغير بين ع، ن.

ثانيًا: أ اوجد قيم ع عندما ن = ٢ ثانية ، ن = ٤ ثوانٍ

ب اوجد قيمة ن عندما ع = ٢٤,٥ متر/ث

الحل

أولاً: ∵ ع = ثابت × ن أى ع ∝ ن أى ع تتغير طرديًا بتغير ن.

ثانيًا: أ عندما ن = ٢ تكون ع = ٩,٨ × ٢ = ١٩,٦ متر/ث

عندما ن = ٤ تكون ع = ٩,٨ × ٤ = ٣٩,٢ متر/ث

ب عندما ع = ٢٤,٥ تكون ٢٤,٥ = ٩,٨ × ن ∴ ن = $\frac{٢٤,٥}{٩,٨}$ = ٢,٥ ثانية.

مثال ٤

الربط بالهندسة: إذا كان (ع) ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة (حجمها ثابت) يتغير عكسيًا بتغير مربع طول نصف قطرها (نق)، وكان ع = ٢٧ سم عندما نق = ١٠,٥ سم؛ فأوجد (ع) عندما نق = ١٥,٧٥ سم.

الحل

∵ ع $\propto \frac{١}{\text{نق}^{٢}}$ ∴ ع = م × $\frac{١}{\text{نق}^{٢}}$ (حيث م ثابت ≠ ٠)

ع = ٢٧ عند نق = ١٠,٥

∵ ٢٧ = م × $\frac{١}{(١٠,٥)^{٢}}$ ∴ م = ٢٧ × $(١٠,٥)^{٢}$ (١)

وبالتعويض ∴ ع = ٢٧ × $(١٠,٥)^{٢}$ × $\frac{١}{\text{نق}^{٢}}$ من (١)

وعندما نق = ١٥,٧٥ سم ∴ ع = ٢٧ × $(١٠,٥)^{٢}$ × $\frac{١}{(١٥,٧٥)^{٢}}$ = ١٢ سم

ويمكن استخدام الآلة الحاسبة في إيجاد الخطوة الأخيرة كما يلي:

27 × 10.5 x^2 ÷ 15.75 x^2 =

مثال (٥)

الربط مع الكيمياء : إذا كانت العلاقة بين كل من الكثافة (ث) و الكتلة (ك) و الحجم (ح) هي

ث = $\frac{\text{م ك}}{\text{ح}}$ ، (حيث م ثابت ≠ ٠)

أولاً : حدد نوع التغيير بين ث ، ك ونوع التغيير بين ث ، ح

ثانياً : أوجد قيمة م إذا كان ث = ٦ جم / سم^{٣} ، ك = ٣٠ جم ، ح = ٧ سم^{٣}

ثالثاً : أوجد قيمة ح إذا كان ك = ٤,٥ كجم ، ث = ٩ كجم / م^{٣}

الحل

أولاً : الكثافة (ث) تتناسب طردياً مع الكتلة (ك) ، تتناسب عكسياً مع الحجم (ح)

ثانياً : ث = $\frac{\text{م ك}}{\text{ح}}$ ⟵ ٦ = $\frac{\text{م}(٣٠)}{٧}$ ⟵ م = $\frac{٤٢}{٣٠}$ = $\frac{٧}{٥}$

ثالثاً : وعندما ك = ٤,٥ كجم ، ث = ٩ كجم / م^{٣} ∴ ٩ = $\frac{٤,٥ \times ٧}{٥ \text{ح}}$

∴ ح = $\frac{٠,٩ \times ٧}{٩}$ = ٠,٧ م^{٣}

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

الإحصاء

الوحدة الثالثة : الإحصاء

مطعم للمثلجات يقدم أنواعًا مختلفة منها. قام صاحب المطعم بعمل استطلاع للرأى عن أنواع المثلجات المفضلة لدى المستهلكين.

ستساعدك دراسة علم الإحصاء فى اختيار عينة ممثلة لمجتمع المستهلكين.

٣-١

جمع البيانات

سوف تتعلم

- أنواع مصادر جمع البيانات.
- أساليب جمع البيانات.
- كيفية اختيار عينة.
- أنواع العينات.

المصطلحات الأساسية

- مصادر أولية.
- مصادر ثانوية.
- أسلوب الحصر الشامل.
- أسلوب العينات.
- اختيار متحيز.
- اختيار عشوائي.
- عينة.
- عينة عشوائية.
- عينة طبقية.

فكر و ناقش

تعتبر طريقة جمع البيانات من أهم المراحل التى يعتمد عليها البحث الإحصائى، كما أن جمع البيانات بأسلوب علمى صحيح يترتب عليه الوصول إلى نتائج دقيقة عند القيام بعمليات الاستدلال الإحصائى واتخاذ القرارات المناسبة.

١ ما مصادر جمع البيانات؟ ٢ كيف يتحدد أسلوب جمع البيانات؟

مصادر جمع البيانات

١ مصادر أولية (مصادر ميدانية):

وهى المصادر التى نحصل منها على البيانات بشكل مباشر، حيث تجمع البيانات عن طريق المقابلة الشخصية أو الاستبيان (استطلاع الرأى) ويتميز هذا النوع من المصادر بالدقة إلا أنها تحتاج إلى وقت ومجهود كبير كما أنها مكلفة من الناحية المادية.

٢ مصادر ثانوية (مصادر تاريخية):

وهى المصادر التى يتم الحصول عليها من أجهزة أو هيئات رسمية مثل نشرات الجهاز المركزى للتعبئة والإحصاء، الإنترنت، وسائل الإعلام.

ويتميز هذا النوع من المصادر بتوفير الوقت والجهد والمال.

أسلوب جمع البيانات

يتحدد أسلوب جمع البيانات تبعًا للهدف وحجم المجتمع الإحصائى محل البحث. ويعرف المجتمع الإحصائى بأنه جميع المفردات التى يجمعها خصائص عامة واحدة.

فمثلاً: تلاميذ مدرسة معينة تمثل مجتمعًا إحصائيًا تكون مفردته التلميذ .

أولا: أسلوب الحصر الشامل :

ويعنى جمع البيانات المتعلقة بالظاهرة محل الدراسة من جميع مفردات المجتمع الإحصائى، ويستخدم لحصر جميع مفردات المجتمع مثل التعداد العام للسكان. ويتميز هذا الأسلوب بالشمول وعدم التحيز ودقة النتائج.

ومن عيوب الحصر الشامل أنه يحتاج إلى وقت طويل ومجهود كبير وتكلفة باهظة.

ثانيًا: أسلوب العينات :

ويقوم على فكرة اختيار عينة من المجتمع الإحصائى الذى تمثله، ونجرى البحث على العينة، وما نحصل عليه من نتائج يتم تعميمه على المجتمع بأكمله.

مزايا أسلوب العينات،

1. توفير الوقت والجهد والتكاليف.
2. الطريقة الوحيدة لجمع البيانات عن المجتمعات الكبيرة (مجتمع الأسماك مثلاً).
3. الأسلوب الوحيد لدراسة بعض المجتمعات المحدودة فى بعض الأحيان مثل:

أ فحص دم مريض من خلال عينة (لأن فحص الدم كله يؤدى إلى الوفاة).

ب فحص إنتاج مصنع للمصابيح الكهربية من خلال عينة لتحديد عمر المصباح. (معرفة العمر الزمنى للمصباح الكهربى يقتضى إشعاله حتى احتراقه).

ومن عيوب أسلوب العينات عدم دقة النتائج إذا كانت العينة المختارة لاتمثل المجتمع تمثيلاً جيدًا (صادقًا)، وتسمى بالعينة المتحيزة.

كيفية اختيار العينات والشروط الواجب توافرها فى العينة :

أولاً: الاختيار المتحيز (العينات غير العشوائية)

وهو اختيار العينة بطريقة تناسب أهداف البحث، وتعرف بالعينة العمدية، فمثلاً عند دراسة مدى استيعاب التلاميذ لموضوع ما فى مادة الرياضيات، يجب أن نحلل نتائج الاختبار فى ذلك الموضوع لتلاميذ سبق لهم دراسة الموضوع نفسه دون سائر التلاميذ، ولايعتبر هذا الاختيار عشوائيًا.

ثانيًا: الاختيار العشوائى (العينات العشوائية)

وهو اختيار العينة بحيث تكون فرص ظهور أى من مفردات المجتمع فيها متساوية.

ومن أهم أنواع العينات العشوائية:

(١) العينة العشوائية البسيطة:

هى أبسط أنواع العينات، ويتم سحبها من المجتمعات المتجانسة، ويتوقف اختيارها على حجم، وعدد وحدات المجتمع.

أ إذا كان حجم المجتمع صغيرًا:

عند اختيار عينة من خمسة تلاميذ من فصل ٤٠ تلميذًا فإنه يمكن إعداد بطاقة لكل تلميذ يكتب عليها اسمه (أو رقمه)، بحيث تكون البطاقات كلها متماثلة ، ثم توضع فى صندوق ، وتسحب بطاقة من الصندوق عشوائيًا، ثم تعاد البطاقة مرة أخرى للصندوق . وتكرر هذه العملية حتى يتم اختيار العينة المطلوبة.

ب إذا كان حجم المجتمع كبيرًا:

بفرض أنه يراد اختيار العينة (٥تلاميذ) من بين تلاميذ المدرسة كلها والبالغ عددهم ٨٠٠ تلميذ،فتكون عملية الاختيار عن طريق البطاقات عملية شاقة ؛فيتم ترقيم أسماء التلاميذ من ١ إلى ٨٠٠ ، ثم استخدام الآلة الحاسبة (أو برنامج EXCEL) فى إنتاج أرقام عشوائية فى النطاق من ٠,٠٠٠ إلى ٠,٩٩٩ ومع إهمال العلامة العشرية ليصبح النطاق من صفر إلى ٩٩٩ ، ويمكن تجاهل الأرقام العشوائية التى تزيد على ٨٠٠ كما يلى :

ومع تكرار الضغط على مفتاح [=] تتوالى ظهور الأرقام ونكتفى بخمسة أرقام غير متكررة لتعطى أرقام تلاميذ العينة.

٢ العينة العشوائية الطبقية:

عندما يكون المجتمع محل الدراسة غير متجانس؛ أى يتكون من مجموعات نوعية تختلف فى الصفات، فيقسم المجتمع إلى مجموعات متجانسة تبعًا للصفات المكونة له، وتسمى كل مجموعة بطبقة، و يختار الباحث عينة عشوائية تمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها فى المجتمع، وتعرف بالعينة الطبقية.

مثال: عند دراسة المستوى التعليمى لمجتمع ما مكون من ٤٠٠ شخص بحيث تكون نسبة الذكور إلى الإناث ٣ : ٢، وأردنا اختيار عينة من ٥٠ شخصًا؛ فلابد أن نختار ٣٠ شخصًا من طبقة الذكور، ٢٠ شخصًا من طبقة الإناث، بطريقة عشوائية.

مثال

مصنع به ٥٠٠ عامل ويريد المسئولون عن المصنع معرفة آراء العاملين فى نظام ساعات الإضافى من خلال استبيان تم إعداده لهذا الغرض يُعطى هذا الاستبيان لعينة عشوائية ١٠٪ من إجمالى عدد العاملين بهذا المصنع. وضح كيف يتم اختيار هذة العينة باستخدام الآلة

الحل

∵ عدد العاملين بالمصنع = ٥٠٠ عامل

∴ عدد العينة العشوائية = $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ٥٠٠ = ٥٠ عاملاً

أي أننا نريد اختيار ٥٠ عاملاً لإجراء هذا الأستبيان ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية كما يلى :

١- يعطى كل عامل من العاملين بالمصنع رقماً من ١ إلى ٥٠٠

٢- تستخدم الألة الحاسبة العلمية لاختيار ٥٠ رقماً بالطريقة السابق ذكرها والتى تنحصر بين ١ ، ٥٠٠ والأرقام العشوائية التى تظهر اكبر من ٥٠٠ يتم استبعادها.

ناقش معلمك فى الحل

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

التشتت

فكر و ناقش

سبق لك دراسة مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابى، الوسيط، المنول) وأمكنك حسابها لأية مجموعة من البيانات لتعيين قيمة واحدة تصف اتجاه هذه البيانات فى التمركز حول هذه القيمة.

فإذا كان الأجر الأسبوعى بالجنيهات لمجموعتين من العمال أ، ب فى أحد المصانع كما يلى:

مجموعة أ: ١٧٠، ١٨٠، ١٨٠، ٢٣٠، ٢٤٠

مجموعة ب: ٥٠، ١٨٠، ١٨٠، ١٩٠، ٤٠٠

١) **أوجد** الوسط الحسابى لأجور كل من المجموعتين أ، ب.

٢) **قارن** بين أجور المجموعتين أ، ب. ماذا تستنتج؟

تعلم أن: الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{عدد هذه المفردات}}$

فيكون:

الوسط الحسابى لأجور **المجموعة أ** = $\frac{١٧٠ + ١٨٠ + ١٨٠ + ٢٣٠ + ٢٤٠}{٥}$

= $\frac{١٠٠٠}{٥}$ = ٢٠٠ جنيه

الوسط الحسابى لأجور **المجموعة ب** = $\frac{٥٠ + ١٨٠ + ١٨٠ + ١٩٠ + ٤٠٠}{٥}$

= $\frac{١٠٠٠}{٥}$ = ٢٠٠ جنيه

وللمقارنة بين أجور المجموعتين أ، ب نجد أن:

١) **الوسط الحسابى** لأجور المجموعة أ = الوسط الحسابى لأجور المجموعة ب = ٢٠٠ جنيه

٢) **الأجر الوسيط** = الأجر المنوالى = ١٨٠ جنيهًا لكل من المجموعتين أ، ب.

سوف تتعلم

- مقاييس التشتت (المدى - الانحراف المعيارى)

مصطلحات أساسية

- نزعة مركزية.
- وسط حسابي.
- تشتت.
- مدى.
- انحراف معياري.

ويلاحظ أن:

(١) مجموعتى الأجور مختلفتان ولكن لهما نفس مقاييس النزعة المركزية.

(٢) أجور **المجموعة أ** متقاربة فتنحصر مفرداتها بين ١٧٠، ٢٤٠ جنيهًا، بينما أجور **المجموعة ب** متباعدة فتنحصر مفرداتها بين ٥٠، ٤٠٠ جنيه.

أى أن **أجور المجموعة ب أكثر تشتتًا من أجور المجموعة أ.**

لذلك عند المقارنة بين مجموعتين يجب مراعاة تشتت قيم كل من المجموعتين وتباعدها عن بعضها.

التشتت: لأى مجموعة من القيم يقصد به التباعد أو الاختلاف بين مفرداتها، ويكون التشتت صغيرًا إذا كان الاختلاف بين المفردات قليلاً، ويكون التشتت كبيرًا إذا كان الاختلاف بين المفردات كبيرًا (أي إذا كانت الفروق بين القيم كبيرة)، كما يكون التشتت صفرًا إذا تساوت جميع المفردات.

أى إن التشتت هو مقياس يعبر عن مدى تجانس المجموعات.

مما سبق نستنتج أنه :

لمقارنة مجموعتين أو أكثر من البيانات يلزم وجود مقياس للنزعة المركزية وآخر للتشتت لكل مجموعة.

مقاييس التشتت

(١) المدى : (أبسط مقاييس التشتت)

وهو الفرق بين أكبر المفردات وأصغرها فى المجموعة وبمقارنة المجموعتين التاليتين:

المجموعة الأولى: ٥١، ٥٣، ٥٥، ٥٧، ٥٨، ٦٠

المجموعة الثانية: ٤٢، ٤٥، ٤٧، ٤٩، ٥٢، ٩٢

نجد أن مدى المجموعة الأولى = ٦٠ - ٥١ = ٩

مدى المجموعة الثانية = ٩٢ - ٤٢ = ٥٠

وعلى هذا نعتبر المجموعة الثانية أكثر تشتتًا من المجموعة الأولى.

لاحظ أن:

(١) المدى هو أبسط وأسهل طرق قياس التشتت.

(٢) يتأثر المدى تأثرًا كبيرًا بالقيم المتطرفة.

فمن الواضح أن مفردات المجموعة الثانية تتشتت فى مدى ٥٠، وعند استبعاد المفردة الأخيرة (٩٢) منها فإن المدى = ٥٢ - ٤٢ = ١٠ **أى** $\frac{1}{5}$ المدى السابق حسابه.

(٣) نظرًا لعدم تأثر المدى بأى مفردة فى المجموعة عدا المفردتين الكبرى والصغرى، فقد لايعطى صورة صادقة لتشتت المجموعة.

① الانحراف المعيارى:

أكثر مقاييس التشتت انتشارًا وأدقها (تحت ظروف خاصة) وهو **"الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى"**.

أى أن:

$$\text{الانحراف المعياري } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ } (\text{س} - \bar{\text{س}})^{٢}}{\text{ن}}}$$

حيث ترمز: σ (سيجما) إلى الانحراف المعيارى لمجتمع البيانات.

$\bar{\text{س}}$ (سين Bar) إلى الوسط الحسابى لمفردات المجتمع.

ن إلى عدد المفردات.

مجـ إلى عملية الجمع.

أولاً: حساب الانحراف المعيارى لمجموعة من المفردات:

مثال

احسب الانحراف المعيارى للقيم الآتية: ١٢، ١٣، ١٦، ١٨، ٢١

الحل

لحساب الانحراف المعيارى نكوّن الجدول المقابل حيث:

$$\text{الوسط الحسابى } \bar{\text{س}} = \frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{عدد هذه المفردات}}$$

$$\therefore \bar{\text{س}} = \frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}}$$

$$\bar{\text{س}} = \frac{١٢ + ١٣ + ١٦ + ١٨ + ٢١}{٥} = \frac{٨٠}{٥} = ١٦$$

$$\therefore \text{الانحراف المعياري } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ } (\text{س} - \bar{\text{س}})^{٢}}{\text{ن}}}$$

$$\therefore \text{الانحراف المعياري } \sigma = \sqrt{\frac{٥٤}{٥}} = \sqrt{١٠,٨} \simeq ٣,٢٨٦$$

س	س - $\bar{\text{س}}$	(س - $\bar{\text{س}}$)^{٢}
١٢	١٢ - ١٦ = -٤	١٦
١٣	١٣ - ١٦ = -٣	٩
١٦	١٦ - ١٦ = ٠	صفر
١٨	١٨ - ١٦ = ٢	٤
٢١	٢١ - ١٦ = ٥	٢٥
المجموع ٨٠		٥٤

ثالثاً: حساب الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى:

لأى توزيع تكرارى، يكون:

$$\text{الانحراف المعيارى } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - \bar{س})^2 ك}{\text{مجـ ك}}}$$

حيث: س تمثل القيمة أو مركز المجموعة ، ك تكرار القيمة أو المجموعة

مجـ ك مجموع التكرارات ، الوسط الحسابى $\bar{س} = \frac{\text{مجـ س ك}}{\text{مجـ ك}}$

مثال ١

فيما يلى التوزيع التكرارى لعدد الوحدات التالفة التى وجدت فى ١٠٠ صندوق فى الوحدات المصنعة:

عدد الوحدات التالفة	صفر	١	٢	٣	٤	٥
عدد الصناديق	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩

أوجد الانحراف المعيارى للوحدات التالفة.

الحل

باعتبار عدد الوحدات التالفة (س) وعدد الصناديق المناظر لها (ك)
لحساب الانحراف المعيارى للوحدات التالفة نكوِّن الجدول التالى:

ويكون:

عدد الوحدات التالفة (س)	عدد الصناديق (ك)	س × ك	س - $\bar{س}$	$(س - \bar{س})^2$	$(س - \bar{س})^2$ ك
صفر	٣	صفر	-٣	٩	٢٧
١	١٦	١٦	-٢	٤	٦٤
٢	١٧	٣٤	-١	١	١٧
٣	٢٥	٧٥	صفر	صفر	صفر
٤	٢٠	٨٠	١	١	٢٠
٥	١٩	٩٥	٢	٤	٧٦
المجموع	١٠٠	٣٠٠			٢٠٤

الوسط الحسابى $\bar{س}$

$$= \frac{\text{مجـ س × ك}}{\text{مجـ ك}}$$

$$= \frac{٣٠٠}{١٠٠} = ٣$$

الانحراف المعيارى σ

$$= \sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - \bar{س})^2 ك}{\text{مجـ ك}}}$$

$$= \sqrt{\frac{٢٠٤}{١٠٠}} \simeq ١,٤٢٨ \text{ وحدة}$$

مثال ٢

التوزيع التكرارى الآتى يبين درجات ٤٠ تلميذاً فى أحد الاختبارات لإحدى المواد:

المجموعات	-٠	-٤	-٨	-١٢	١٦-٢٠	المجموع
التكرار	٢	٥	٨	١٥	١٠	٤٠

اوجد الانحراف المعيارى لهذا التوزيع.

الحل

(١) نوجد مراكز المجموعات س

فيكون: مركز المجموعة الأولى = $\frac{٠ + ٤}{٢}$ = ٢

مركز المجموعة الثانية = $\frac{٤ + ٨}{٢}$ = ٦

وهكذا ونسجلها فى العمود الثالث.

(٢) نضرب مراكز المجموعات × التكرارات المناظرة لها؛ **أي** س × ك ونسجلها فى العمود الرابع.

نوجد الوسط الحسابي $\bar{س} = \frac{مجـ س ك}{مجـ ك}$

(٣) نوجد انحراف مركز كل مجموعة (س) عن الوسط الحسابى؛ **أي** نوجد $(س - \bar{س})$

(٤) نوجد مربعات انحرافات مراكز المجموعة عن الوسط الحسابى؛ **أي** $(س - \bar{س})^٢$

(٥) نوجد حاصل ضرب مربع انحراف مركز كل مجموعة عن الوسط الحسابى × تكرار هذه المجموعة؛ **أي** $(س - \bar{س})^٢ \times ك$

(٦) نحسب الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\frac{مجـ (س - \bar{س})^٢ ك}{مجـ ك}}$

فيكون:

المجموعات	التكرار (ك)	مراكز المجموعات (س)	س × ك	س - $\bar{س}$	(س - $\bar{س}$)^2	(س - $\bar{س}$)^2 ك
٠-	٢	٢	٤	-١٠,٦	١١٢,٣٦	٢٢٤,٧٢
٤-	٥	٦	٣٠	-٦,٦	٤٣,٥٦	٢١٧,٨٠
٨-	٨	١٠	٨٠	-٢,٦	٦,٧٦	٥٤,٠٨
١٢-	١٥	١٤	٢١٠	١,٤	١,٩٦	٢٩,٤٠
١٦-٢٠	١٠	١٨	١٨٠	٥,٤	٢٩,١٦	٢٩١,٦٠
المجموع	٤٠		٥٠٤			٨١٧,٦

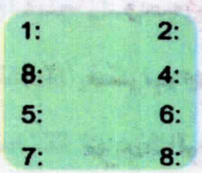
الوسط الحسابى $\bar{س} = \frac{٥٠٤}{٤٠} = ١٢,٦$

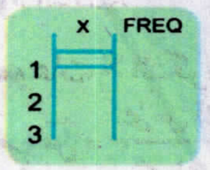
الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\frac{٨١٧,٦}{٤٠}} = \sqrt{٢٠,٤٤} \simeq ٤,٥٢$ درجة

يمكن استخدام حاسبة الجيب [Fx-82ES, Fx-83ES, Fx-85ES, Fx-300ES, Fx-350ES] فى التحقق من صحة حساب الانحراف المعيارى.

أولاً: تهيئة الحاسبة للنظام الإحصائى والاستعداد لإدخال البيانات

On Mode 2 (Stat) 1 (1-VAR)



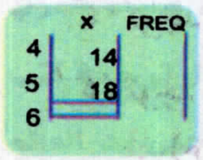


ثانياً: حساب الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى (مثال ٢)

(١) ندخل مراكز المجموعات ٢، ٦، ١٠، ١٤، ١٨

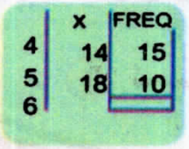
On Mode 2 (Stat) 1 (1-VAR)

2 = 6 = 1 0 = 1 4 = 1 8 =

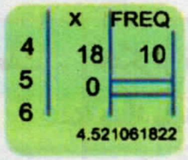


(٢) الانتقال إلى بداية العمود الثانى (FREQ) وإدخال التكرار المناظر لكل مجموعة ٢، ٥، ٨، ١٥، ١٠

► ▲ 2 = 5 = 8 = 1 5 = 1 0 =



٣ استدعاء الناتج (الانحراف المعيارى) Shift 1 5 (VAR) 3 (Xσn) = ▲



فيكون σ ≃ ٤,٥٢١

٤ العودة للنظام الأصلى وإغلاق الحاسبة

لاحظ أن:

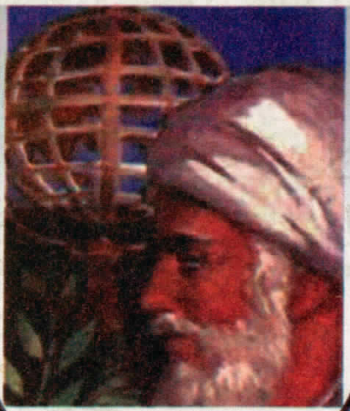
(١) يتأثر الانحراف المعيارى بانحرافات جميع القيم، وبالتالى تتأثر قيمته بالقيم المتطرفة.

(٢) الانحراف المعيارى له نفس وحدة قياس البيانات الأصلية، ولذلك يستخدم فى المقارنة بين تشتت المجموعات التى لها نفس وحدات القياس عند تساويها فى الوسط الحسابى، وتكون المجموعة الأكبر فى الانحراف المعيارى هى الأكثر تشتتًا.

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

الوحدة الرابعة: حساب المثلثات



علم حساب المثلثات هو أحد فروع الرياضيات والذى يتناول دراسة العلاقة بين أطوال أضلاع المثلث وقياسات زواياه، وكان قدماء المصريين هم أول من عملوا بقواعد حساب المثلثات فى بناء الأهرامات، وبناء معابدهم، وفى دراسة الفلك،وفى حساب المسافات الجغرافية، كما قاس البابليون الزوايا بالدرجات والدقائق والثوانى، وقد قام البيرونى بعمل جداول لجيوب الزوايا ثم استنتج الطوسى أن جيوب الزوايا تتناسب مع الأضلاع المقابلة لها، ثم تعرف الغرب على ما صاغه علماء العرب والمسلمون من خلال ترجمة كتب الفلك العربية على يد العالم الألمانى يوهان مولر.

أبو الريحان البيرونى
عالم ولد فى خوارزم عام
٩٧٣ م وتوفى عام ١٠٤٨ م.

النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

سوف تتعلم

- ☆ كيفية إيجاد النسب المثلثية للزاوية الحادة فى المثلث القائم الزاوية.

مصطلحات أساسية

- ☆ قياس ستينى.
- ☆ جيب زاوية.
- ☆ جيب تمام زاوية .
- ☆ ظل زاوية.

فكر و ناقش

فى الشكل المقابل أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب،
أكمل باستخدام أحد الرموز (> أو < أو =)

١ إذا كان ق(∠جـ) > ق(∠أ) فإن أب ...... ب جـ

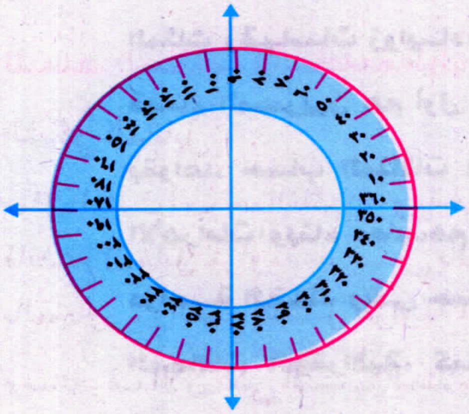
٢ $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}$ ...... ١   ٣ $\frac{\text{أجـ}}{\text{ب جـ}}$ ١

٤ $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} \div \frac{\text{ب جـ}}{\text{أجـ}}$ ...... $\frac{\text{أب}}{\text{ب جـ}}$

٥ $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} + \frac{\text{ب جـ}}{\text{أجـ}}$ ١

٦ $\frac{(\text{أب})^{2}}{(\text{أجـ})^{2}} + \frac{(\text{ب جـ})^{2}}{(\text{أجـ})^{2}}$ ١

القياس الستينى للزوايا



درسنا أن مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°، وإذا قسمت هذه الزوايا إلى أربعة أرباع متساوية فإن الربع الواحد يحتوى على ٩٠° (زاوية قائمة)؛ والدرجة هى وحدة القياس الستينى، كما توجد أجزاء من الدرجة على النحو التالى:

الدرجة = ٦٠ دقيقة ، الدقيقة = ٦٠ ثانية

٣٥ درجة ، ٢٤ دقيقة ، ٤٢ ثانية تكتب

كالآتى: ٤٢ً ٢٤َ ٣٥° ويمكن تحويل الدقائق والثوانى إلى أجزاء من الدرجة بإحدى هاتين الطريقتين :

أولاً: نحول ٢٤َ إلى درجات ٢٤َ = $\frac{٢٤}{٦٠}$ = ٠,٤°، ونحول ٤٢ً أولاً إلى دقائق ثم إلى درجات:

٤٢ً = $\frac{٤٢}{٦٠}$ = ٠,٧َ ، ٠,٧َ = $\frac{٠,٧}{٦٠}$ = ٠,٠١١٦٦٦٧°

فيكون الناتج ٣٥° ٢٤َ ٤٢ً = ٣٥ + ٠,٤ + ٠,٠١١٦٦٦٧ = ٣٥,٤١١٦٦٦٧°

ثانياً: باستخدام الآلة الحاسبة على النحو التالى:

٣٥ [°'''] ٢٤ [°'''] ٤٢ [°''']   والناتج هو: ٣٥,٤١١٦٦٦٧°

وبالمثل يمكن تحويل كسور الدرجة إلى دقائق وثوان.

فمثلاً: ٥٤,٣٦° يمكن تحويلها إلى درجات ودقائق وثوان باستخدام المفاتيح التالية:

٥٤,٣٦ [=] [shift] [°''']   فيكون الناتج: ٥٤° ٢١َ ٣٦ً

تدرب

١) اكتب كلاً من الزوايا التالية بالدرجات:

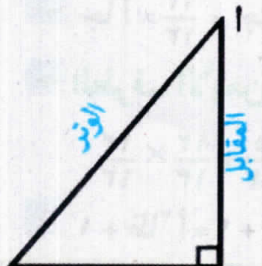
أ ٧٦° ١٦َ   ب ٤٥° ٣َ ٥٦ً   جـ ٨٥° ٣٨َ ٨ً   د ٦٥° ٢٦َ ٤٣ً

٢) اكتب كلاً من الزوايا التالية بالدرجات والدقائق والثوانى.

أ ٣٤,٦°   ب ٧٨,٠٨°   جـ ٥٦,١٨°   د ٨٣,٢٤٦°

النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة:

الشكل المقابل:



يمثل المثلث أ ب جـ القائم الزاوية فى ب حيث أ ، جـ زاويتان حادتان متتامتان؛ فالضلع المقابل للزاوية جـ يسمى بالمقابل ، والضلع المجاور للزاوية جـ يسمى بالمجاور ، والضلع المقابل للزاوية القائمة يسمى بالوتر.

وسنتعرف الآن على النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة؛ وهى:

١) **جيب الزاوية:** ويرمز له بالعربية جا، وبالإنجليزية sin .

٢) **جيب تمام الزاوية:** ويرمز له بالعربية جتا، وبالإنجليزية cos .

٣) **ظل الزاوية:** ويرمز له بالعربية ظا، وبالإنجليزية tan .

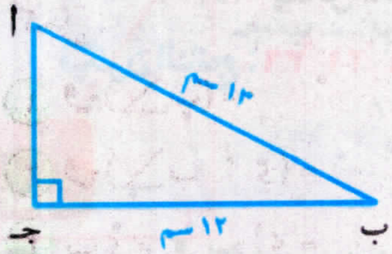
جا حـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{أ جـ}}$

جتا حـ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$ = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أ جـ}}$

ظا حـ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$

مثال

(١) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى جـ ، أ ب = ١٣سم ، ب جـ = ١٢سم .



أ **أوجد** طول $\overline{\text{أ جـ}}$

ب **أوجد كلاً من:** جا أ ، جتا أ ، ظا أ ، جا ب ، جتا ب ، ظا ب

جـ **اثبت أن :** جا أ جتا ب + جتا أ جا ب = ١

د **أوجد :** ١ + ظا^{٢}أ

الحل

أ ∵ Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى جـ ∴ (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} - (ب جـ)^{٢}

∴ (أ جـ)^{٢} = (١٣)^{٢} - (١٢)^{٢} = (١٣ + ١٢) (١٣ - ١٢) = ٢٥

∴ أ جـ = ٥سم

ب جا أ = $\frac{١٢}{١٣}$ ، جتا أ = $\frac{٥}{١٣}$ ، ظا أ = $\frac{١٢}{٥}$ ، جا ب = $\frac{٥}{١٣}$ ، جتا ب = $\frac{١٢}{١٣}$ ، ظا ب = $\frac{٥}{١٢}$

جـ **الطرف الأيمن =** جا أ جتا ب + جتا أ جا ب

$\frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣} = \frac{١٤٤}{١٦٩} + \frac{٢٥}{١٦٩} = \frac{١٤٤ + ٢٥}{١٦٩} = ١$

د ١ + ظا^{٢}أ = ١ + $(\frac{١٢}{٥})^{٢}$ = ١ + $\frac{١٤٤}{٢٥} = \frac{١٦٩}{٢٥}$

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا

سوف تتعلم

- ☆ كيفية إيجاد النسب المثلثية للزوايا.
- ☆ (٣٠°، ٤٥°، ٦٠°)

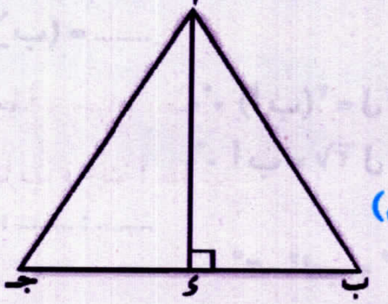
مصطلحات أساسية

- ☆ نسبة مثلثية.
- ☆ زاوية خاصة.

فكر و ناقش

① فى الشكل المقابل:

ا ب جـ مثلث متساوى الأضلاع وطول ضلعه ٢ل ، رسم $\overline{\text{ا ى}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$



أكمل :

① ق(∠ب) = ...°

② ق(∠ب ا ى) = ...°

③ ب ى = ... ، ا ى = ... (بدلالة ل)

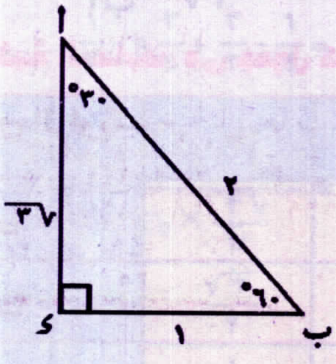
④ ب ى : ا ب : ا ى = ... : .... : ....

نلاحظ مما سبق :

أن Δ ا ب ى ثلاثينى ستينى، وأن النسب بين أطوال أضلاع المثلث

ب ى : ا ب : ا ى = ١ : ٢ : $\sqrt{٣}$ وبالتالى يمكن إيجاد النسب المثلثية الأساسية للزوايا

٣٠° ، ٦٠° على النحو التالى :



جا ٣٠° = $\frac{\text{ب ى}}{\text{ا ب}} = \frac{١}{٢}$ ، جتا ٣٠° = $\frac{\text{ا ى}}{\text{ا ب}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

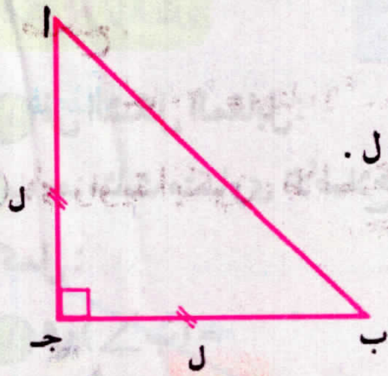
ظا ٣٠° = $\frac{\text{ب ى}}{\text{ا ى}} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ ،

جا ٦٠° = $\frac{\text{ا ى}}{\text{ا ب}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

جتا ٦٠° = $\frac{\text{ب ى}}{\text{ا ب}} = \frac{١}{٢}$ ، ظا ٦٠° = $\frac{\text{ا ى}}{\text{ب ى}} = \sqrt{٣}$

فكر و ناقش

(١) فى الشكل المقابل :



ا ب جـ مثلث متساوى الساقين،وقائم الزاوية فى جـ،وطول كل من ساقيه ل .

أكمل :

(١) ق(∠ا) = ... ، ق(∠ب) = ...

(٢) ∵ (ا ب)^{٢} = (ا جـ)^{٢} + ... ∴ (ا ب)^{٢} = ل^{٢} + ...

∴ (ا ب)^{٢} = ٢ل^{٢} ∴ ا ب = $\sqrt{٢}$ ل

(٣) ا جـ : ب جـ : ا ب = ... : .... : ....

نلاحظ مما سبق :

أن Δ ا ب جـ فيه ق(∠ا) = ق(∠ب) = ٤٥° وأن النسب بين أطوال أضلاع المثلث

ا جـ : ب جـ : ا ب = ١ : ١ : $\sqrt{٢}$ وبالتالى يمكن إيجاد النسب المثلثية للزاوية ٤٥° كالآتى :

جا ٤٥° = $\frac{ا جـ}{ا ب}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، جتا ٤٥° = $\frac{ب جـ}{ا ب}$ = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ ، ظا ٤٥° = $\frac{ا جـ}{ب جـ}$ = ١

ويمكن وضع النسب المثلثية السابقة فى جدول كالآتى :

النسبة \ ق الزاوية	٣٠°	٦٠°	٤٥°
جا	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
جتا	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
ظا	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$	$\sqrt{٣}$	١

ملاحظات :

(١) مما سبق نجد أن: **(جيب)** أى زاوية يساوى **(جيب تمام)** الزاوية المتممة لهذه الزاوية ، والعكس صحيح .

فمثلاً: جا ٣٠° = جتا ٦٠° ، جتا ٣٠° = جا ٦٠° ، جا ٤٥° = جتا ٤٥°

(٢) لأى زاوية أ يكون : ظا أ = $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$

مثال ١

أوجد قيمة كل من :

أ جتا ٦٠° جا ٣٠° - جا ٦٠° ظا ٦٠° + جتا^٢ ٣٠°

ب $\frac{\text{جتا}^{٢}\ ٦٠° + \text{جتا}^{٢}\ ٣٠° + \text{ظا}^{٢}\ ٤٥°}{\text{جا}\ ٦٠°\ \text{ظا}\ ٦٠° - \text{جا}\ ٣٠°}$

الحل

أ المقدار = جتا ٦٠° جا ٣٠° - جا ٦٠° ظا ٦٠° + جتا^٢ ٣٠°

$$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} + \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} = \frac{١}{٤} - \frac{٣}{٢} + \frac{٣}{٤} = -\frac{١}{٢}$$

ب المقدار = $\frac{\text{جتا}^{٢}\ ٦٠° + \text{جتا}^{٢}\ ٣٠° + \text{ظا}^{٢}\ ٤٥°}{\text{جا}\ ٦٠°\ \text{ظا}\ ٦٠° - \text{جا}\ ٣٠°} = \frac{\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} + \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} + (١)^{٢}}{\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} - \left(\frac{١}{٢}\right)} = \frac{\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} + ١}{\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢}} = \frac{١ + ١}{١} = ٢$

تدرب

برهن على صحة كل مما يأتى:

أ جا^٢ ٣٠° = ٥ جتا^٢ ٦٠° - ظا^٢ ٤٥°

ب ظا^٢ ٦٠° - ظا^٢ ٣٠° = (١ + ظا ٦٠° ظا ٣٠°) ÷ جتا^٢ ٣٠°

مثال ٢

أوجد النسب المثلثية التالية :

جا ٤٣° ، جتا ٢٨َ ٥٣° ، ظا ٤٩ً ٣٧َ ٦٤°

مقربًا الناتج لأربعة أرقام عشرية.

الحل

جا ٤٣° ≃ ٠,٦٨٢٠ — ابدأ → sin ٤٣ =

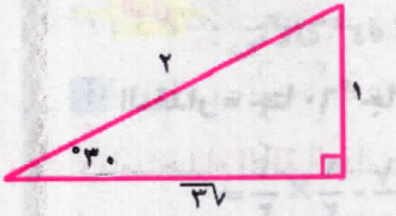
جتا ٢٨َ ٥٣° ≃ ٠,٥٩٥٣ — ابدأ → cos ٥٣ °′″ ٢٨ °′″ =

ظا ٤٩ً ٣٧َ ٦٤° ≃ ٢,١٠٨٩ — ابدأ → tan ٦٤ °′″ ٣٧ °′″ ٤٩ °′″ =

إيجاد الزاوية إذا عُلمت النسبة المثلثية لها :

سبق أن درست أنه إذا علمت زاوية فإنه يمكن إيجاد النسب المثلثية لها.

فمثلاً: إذا كانت الزاوية قياسها ٣٠° فإن جا ٣٠° = $\frac{1}{2}$ وكذلك إذا كانت الزاوية قياسها ٣٣° فإن جا ٣٣° = ٠,٥٤٤٦٣٩٠٣٥



sin ٣٣° = ٠,٥٤٤٦٣٩٠٣٥

والآن نريد معرفة الزاوية إذا علمت النسبة المثلثية لها.

فمثلاً: إذا كان جا س = ٠,٥٤٤٦٣٩٠٣٥ والمطلوب معرفة قيمة س .

فإننا نستخدم الآلة الحاسبة على النحو التالى:

ابدأ → SHIFT sin ٠,٥٤٤٦٣٩٠٣٥ = °′″ ٣٣°

مثال ٣

أوجد ق(∠هـ) فى كل مما يأتى :

جا هـ = ٠,٦ ، جتا هـ = ٠,٦٢١٧ ، ظا هـ = ١,٠٨٢٣

الحل

∵ جا هـ = ٠,٦ ∴ ق(∠ هـ) = ٣٦° ٥٢َ ١٢ً   sin ٠,٦ =

∵ جتا هـ = ٠,٦٢١٧ ∴ ق(∠ هـ) = ٥١° ٣٣َ ٣٥ً   cos ٠,٦٢١٧ =

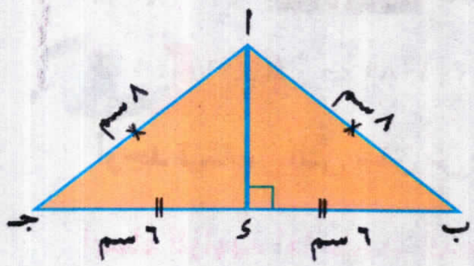
∵ ظا هـ = ١,٠٨٢٣ ∴ ق(∠ هـ) = ٤٧° ١٥َ ٤٨ً   tan ١,٠٨٢٣ =

الربط بالهندسة: **مثال ٤** ا ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه ا ب = ا جـ = ٨سم ، ب جـ = ١٢سم.

أوجد :

أولاً: ق(∠ ب)

ثانياً: مساحة سطح المثلث لأقرب رقمين عشريين.



الحل

نرسم $\overleftarrow{\text{ا ء}}$ ⊥ ب جـ

∵ المثلث ا ب جـ متساوى الساقين.

∴ ء منتصف ب جـ ويكون ب ء = جـ ء = ٦سم

∵ جتا ب = $\frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$ = ٠,٧٥

وباستخدام الآلة الحاسبة:

cos 0.75 =

∴ ق(∠ ب) = ٤١° ٢٤َ ٣٥ً **(وهو المطلوب أولاً)**

لإيجاد مساحة سطح المثلث نوجد ا ء **(من نظرية فيثاغورث)**

∵ (ا ء)^{٢} = (ا ب)^{٢} - (ب ء)^{٢}

∴ (ا ء)^{٢} = ٦٤ - ٣٦ = ٢٨ ∴ ا ء = $٢\sqrt{٧}$

∵ مساحة المثلث ا ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ب جـ × ا ء = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × $٢\sqrt{٧}$

= $١٢\sqrt{٧}$ سم^{٢} ≃ ٣١,٧٥سم^{٢} **(وهو المطلوب ثانياً)**

حل آخر للجزء الثانى:

∵ جا ب $= \frac{\text{اد}}{\text{اب}}$ ∴ جا ب $= \frac{\text{اد}}{٨}$

∴ اد = ٨ جا (٣٥ً ٢٤َ ٤١°) (١)

مساحة المثلث ا ب جـ $= \frac{١}{٢} \times$ ب جـ × اد وبالتعويض من (١) فى هذه العلاقة

∴ مساحة المثلث ا ب جـ $= \frac{١}{٢} \times ١٢ \times ٨$ جا (٣٥ً ٢٤َ ٤١°) ≃ ٣١,٧٥سم²

ويمكن استخدام حاسبة الجيب على النحو التالى:

ابدأ → 1 [÷] 2 [×] 12 [×] 8 [sin] 41 [°'''] 24 [°'''] 35 [°'''] [=]

مثال ٥

أوجد قيمة س التى تحقق س جا ٣٠° جتا² ٤٥ = جا² ٦٠°

الحل

∵ س جا ٣٠° جتا² ٤٥° = جا² ٦٠°

∴ س $\times \frac{١}{٢} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٢ = \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢$

∴ س $\times \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤}$ ⟸ س = ٣

مثال ٦

أوجد قيمة س التى تحقق ٢ جا س = ظا² ٦٠° − ٢ظا٤٥° حيث س زاوية حادة

الحل

∵ ٢ جا س = ظا² ٦٠° − ٢ظا² ٤٥°

∴ ٢جا س $= (\sqrt{٣})^٢ - ٢\times١ = ٣-٢ = ١$

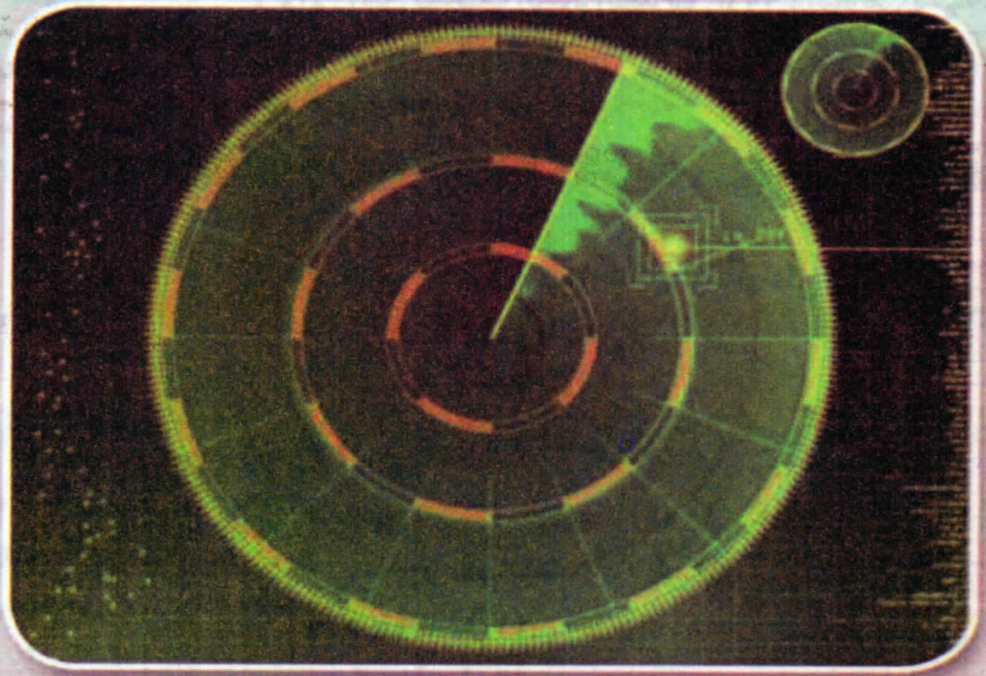
∴جا س $= \frac{١}{٢}$

∴س = ٣٠°

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

الوحدة الخامسة: الهندسة التحليلية



يستخدم الرادار فى التعرف على بعد وارتفاع واتجاه و سرعة الأجسام المتحركه كالطائرات والسفن.

وهوائى الرادار يستقبل الموجات المرتدة، و على شاشة الرادار يمكن تحديد إحداثيات موقع الهدف (الطائرة - السفن- ...)

البعد بين نقطتين

سوف تتعلم

☆ كيفية إيجاد البعد بين نقطتين باستخدام قانون البعد.

مصطلحات أساسية

☆ مستوى إحداثي.
☆ زوج مرتب.
☆ بعد بين نقطتين.

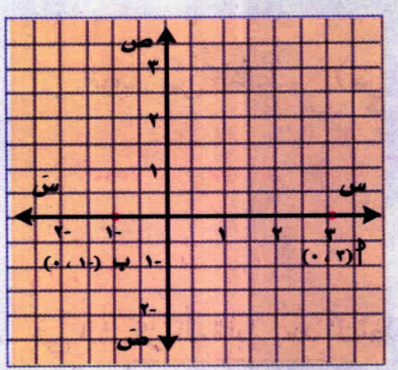
فكر و ناقش

سبق أن قمت بتمثيل الزوج المرتب على المستوى الإحداثي.
والآن هل يمكنك إيجاد البعد بين أزواج النقاط الآتية:

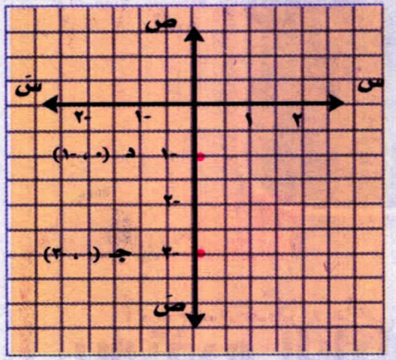
1. أ (٣، ٠)، ب (-١، ٠)
2. جـ (٠، -٣)، د (٠، -١)
3. م (٣، ٢)، ن (٧، ٥)

نلاحظ مما سبق أن:

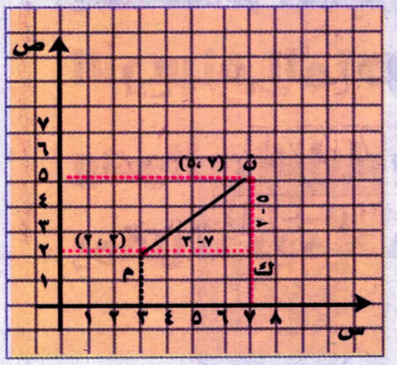
1. النقطتين أ (٣، ٠)، ب (-١، ٠) تقعان على محور السينات، وبالتالي فإن:
أ ب = |-١ - ٣| = |-٤|
فيكون أ ب = ٤ وحدة طول.



2. النقطتين جـ (٠، -٣)، د (٠، -١) تقعان على محور الصادات، وبالتالي فإن:
جـ د = |-٣ - (-١)|
= |-٣ + ١| = |-٢|
فيكون جـ د = ٢ وحدة طول.



3. النقطتين م (٣، ٢)، ن (٧، ٥) يمكن تمثيلهما بيانيًا كما في الشكل المقابل.
ولإيجاد طول $\overline{\text{م ن}}$ نوجد:
م ك = |٧ - ٣| = ٤ وحدة طول،
ن ك = |٥ - ٢| = ٣ وحدة طول.
△ م ك ن قائم الزاوية في ك
∴ (ن م)^{٢} = (م ك)^{٢} + (ك ن)^{٢}
(نظرية فيثاغورث)



(ل م)^{٢} = (٣)^{٢} + (٤)^{٢} (ل م)^{٢} = ٩ + ١٦
(ل م)^{٢} = ٢٥ ∴ (ل م) = ٥ وحدة طول

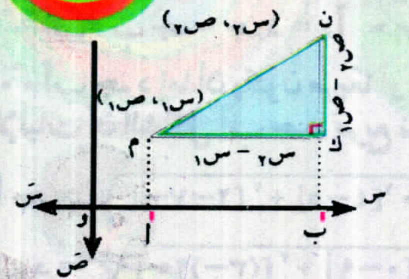
وبوجه عام :

إذا كانت : م (س١، ص١)، ن (س٢، ص٢) نقطتين فى المستوى الإحداثى

فإن : ك م = |و ب - و أ|

= |س٢ - س١|

ك ن = |ن ب - ك ب| = |ص٢ - ص١|



∵ △ ن ك م قائم الزاوية فى ك (نظرية فيثاغورث)

∴ (م ن)² = (ك م)² + (ك ن)²

= (س٢ - س١)² + (ص٢ - ص١)²

∴ م ن = $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

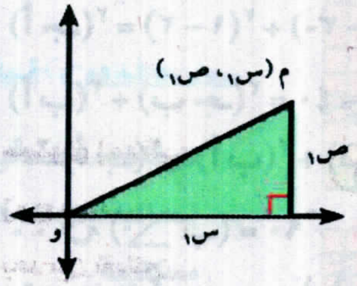
البعد بين النقطتين (س١، ص١)، (س٢، ص٢) = $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

البعد بين نقطتين = $\sqrt{\text{مربع فرق السينات + مربع فرق الصادات}}$

ملاحظة :

فى الشكل المقابل بعد النقطة م (س١، ص١) عن نقطة الأصل و (٠، ٠)

و م = $\sqrt{س_1^2 + ص_1^2}$



مثال ١

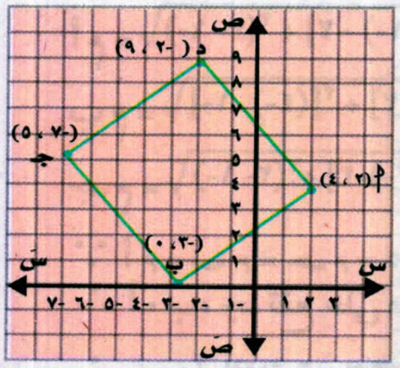
أ ب جـ د شكل رباعى حيث أ (٢، ٤)، ب (-٣، ٠)، جـ (-٧، ٥) د (-٢، ٩) اثبت أن الشكل أ ب جـ د مربع.

الحل

أ ب = $\sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$ = $\sqrt{[-٣-٢]^2 + [٠-٤]^2}$ = $\sqrt{(-٥)^2 + (-٤)^2}$ = $\sqrt{٤١}$

ب جـ = $\sqrt{[-٧-(-٣)]^2 + [٥-٠]^2}$ = $\sqrt{(-٤)^2 + (٥)^2}$ = $\sqrt{٤١}$

جـ د = $\sqrt{[-٢-(-٧)]^2 + [٩-٥]^2}$ = $\sqrt{(٥)^2 + (٤)^2}$ = $\sqrt{٤١}$



دا = $\sqrt{[٢-(٢)]^{٢}+[٤-٩]^{٢}}$ = $\sqrt{(٤)^{٢}+(-٥)^{٢}}$ = $\sqrt{٤١}$

∵ اب = ب جـ = جـ د = دا = $\sqrt{٤١}$

∴ اب جـ د إما أن يكون مربعًا أو معينًا

لإثبات أن الشكل أب جـ د مربع نوجد طولى القطرين $\overline{\text{أجـ}}$ ، $\overline{\text{ب د}}$

اجـ = $\sqrt{[-٧-٢]^{٢}+[٥-٤]^{٢}}$ = $\sqrt{٨٢}$

ب د = $\sqrt{[-٢-(-٣)]^{٢}+[٩-٠]^{٢}}$ = $\sqrt{(-١)^{٢}+(٩)^{٢}}$ = $\sqrt{٨٢}$

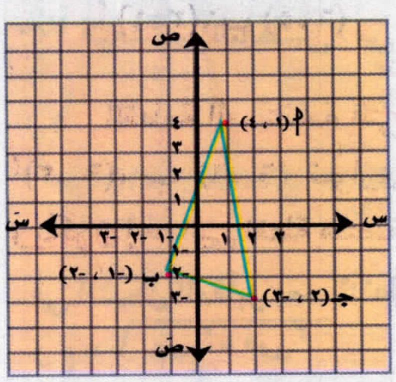
∵ اجـ = ب د = $\sqrt{٨٢}$ وأضلاع الشكل اب جـ د متساوية فى الطول

∴ الشكل اب جـ د مربع

مثال ٢

أثبت أن المثلث الذى رؤوسه ا (١ ، ٤)، ب (-١ ، -٢)، جـ (٢ ، -٣) قائم الزاوية، وأوجد مساحة سطحه

الحل



(اب)^{٢} = (-١ - ١)^{٢} + (-٢ - ٤)^{٢} = ٤ + ٣٦ = ٤٠

(ب جـ)^{٢} = [٢ - (-١)]^{٢} + [-٣ - (-٢)]^{٢} = ٩ + ١ = ١٠

(اجـ)^{٢} = (٢ - ١)^{٢} + (-٣ - ٤)^{٢} = ١ + ٤٩ = ٥٠

(اب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = ٤٠ + ١٠ = ٥٠ ، (اجـ)^{٢} = ٥٠

∵ (اجـ)^{٢} = (اب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

∴ ق (∠ ب) = ٩٠° (عكس نظرية فيثاغورث)

∴ م (△ اب جـ) = $\frac{١}{٢}$ اب × ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × $\sqrt{٤٠}$ × $\sqrt{١٠}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٢$\sqrt{١٠}$ × $\sqrt{١٠}$ = ١٠ وحدة مربعة

مثال ٣

أثبت أن النقط ا (٣ ، -١)، ب (-٤ ، ٦)، جـ (٢ ، -٢)، تقع على دائرة مركزها النقطة م (-١ ، ٢)، ثم أوجد محيط الدائرة .

الحل

ام = $\sqrt{(-١-٣)^{٢}+[٢-(-١)]^{٢}}$ = $\sqrt{(-٤)^{٢}+(٣)^{٢}}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

ب م = $\sqrt{[-١-(-٤)]^{٢}+[٢-٦]^{٢}}$ = $\sqrt{(٣)^{٢}+(-٤)^{٢}}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

جـ م = $\sqrt{(-١-٢)^{٢}+[٢-(-٢)]^{٢}}$ = $\sqrt{(-٣)^{٢}+(٤)^{٢}}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥

∵ ام = ب م = جـ م = ٥

∴ ا ، ب ، جـ تقع على دائرة مركزها م

∴ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ π × ٥ = ١٠ π وحدة طول

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة

سوف تتعلم

- كيفية إيجاد إحداثيي منتصف قطعة مستقيمة.

مصطلحات أساسية

- طرفا قطعة مستقيمة.
- إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة.

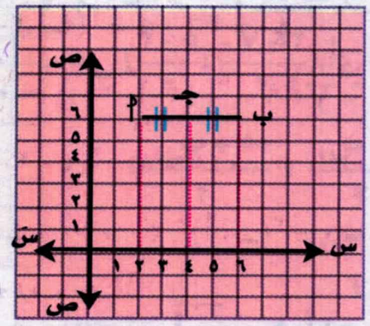
فكر و ناقش

فى مستوى إحداثى متعامد: أوجد إحداثيي النقطة جـ منتصف القطعة المستقيمة $\overline{أب}$ إذا كان:

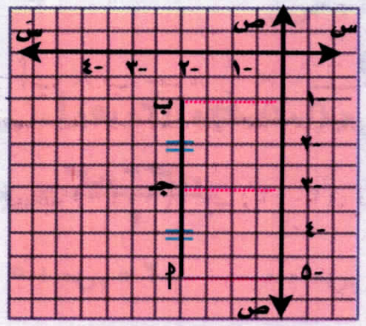
أولاً : أ (٢، ٦)، ب (٦، ٦)

ثانيًا : أ (-٢، -٥)، ب (-٢، -١)

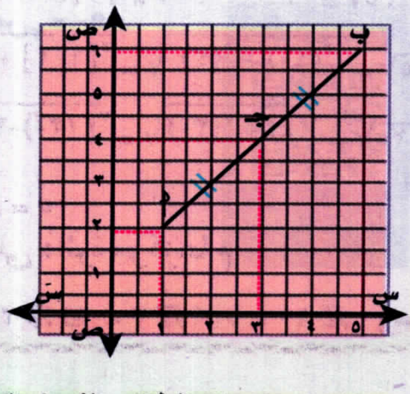
ثالثًا : أ (١، ٢)، ب (٥، ٦)



أولاً : القطعة المستقيمة التى طرفاها النقطتان أ(٢، ٦)، ب (٦، ٦) توازى محور السينات ويكون إحداثيى نقطة منتصفها هى جـ (٤، ٦).



ثانيًا : القطعة المستقيمة التى طرفاها النقطتان أ (-٢، -٥)، ب (-٢، -١) توازى محور الصادات، ويكون إحداثيى نقطة منتصفها هى جـ (-٢، -٣).

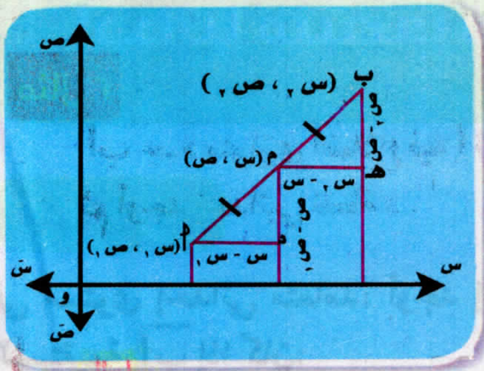


ثالثاً : فى الشكل المقابل :

نفرض أن نقطة جـ منتصف القطعة المستقيمة التى طرفاها النقطتان أ (١، ٢)، ب (٥، ٦)، ومن الرسم نجد أن إحداثيي جـ هو (٣، ٤).

أى أن جـ $\left(\frac{١+٥}{٢}، \frac{٢+٦}{٢}\right)$ أى جـ (٣، ٤)

وعلى وجه العموم يمكن استنتاج قانون إحداثيى منتصف قطعة مستقيمة كالآتى :



إذا كانت : أ (س$_١$، ص$_١$)، ب (س$_٢$، ص$_٢$)، م (س، ص) حيث م منتصف $\overline{\text{أب}}$.

ومن تطابق المثلثين △ م د أ، △ ب هـ م

نجد أن : أ د = م هـ

∴ س - س$_١$ = س$_٢$ - س

∴ ٢س = س$_١$ + س$_٢$ ∴ س = $\frac{\text{س}_١ + \text{س}_٢}{٢}$

وبالمثل : م د = ب هـ ∴ ص - ص$_١$ = ص$_٢$ - ص

∴ ٢ص = ص$_١$ + ص$_٢$ ∴ ص = $\frac{\text{ص}_١ + \text{ص}_٢}{٢}$

م $\left(\frac{\text{س}_١ + \text{س}_٢}{٢}، \frac{\text{ص}_١ + \text{ص}_٢}{٢}\right)$

مثال : إذا كانت جـ منتصف $\overline{\text{أب}}$ وكان أ (٣، -٧) ، ب (-٥، -٣)

فإن إحداثيي منتصف $\overline{\text{أب}}$ هى $\left(\frac{٣ - ٥}{٢}، \frac{-٧ - ٣}{٢}\right)$ أى (-١، -٥)

مثال ١

إذا كانت جـ (٦، -٤) هى منتصف $\overline{\text{أب}}$ حيث أ (٥، -٣) فأوجد إحداثيى نقطة ب .

الحل

نفرض أن ب (س$_٢$، ص$_٢$)، أ (٥، -٣)، منتصف $\overline{\text{أب}}$ هي النقطة جـ (٦، -٤)

∵ س = $\frac{\text{س}_١ + \text{س}_٢}{٢}$، ص = $\frac{\text{ص}_١ + \text{ص}_٢}{٢}$

∴ ٦ = $\frac{٥ + \text{س}_٢}{٢}$ ∴ ٥ + س$_٢$ = ١٢ ∴ س$_٢$ = ١٢ - ٥ = ٧

-٤ = $\frac{-٣ + \text{ص}_٢}{٢}$ ∴ -٣ + ص$_٢$ = -٨

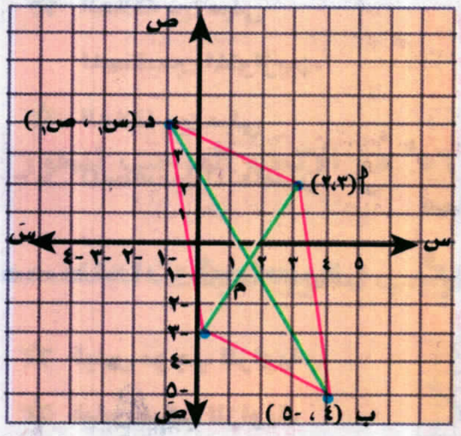
ص$_٢$ = -٨ + ٣ ص$_٢$ = -٥

∴ ب (٧، -٥)

مثال ٢

أب جـ د متوازي أضلاع فيه أ (٣، ٢)، ب (٤، -٥)، جـ (٠، -٣) - أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطريه، ثم أوجد إحداثيي نقطة د .

الحل



الشكل أ ب جـ د متوازي أضلاع، م نقطة تقاطع قطريه،

نفرض د (س١ ، ص١)

$\because$ م منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ $\therefore$ م $\left(\frac{٣+٠}{٢} ، \frac{٢-٣}{٢}\right)$

$\therefore$ م $\left(\frac{٣}{٢} ، -\frac{١}{٢}\right)$

، م منتصف $\overline{\text{ب د}}$ $\therefore$ م $\left(\frac{٤+س_١}{٢} ، \frac{-٥+ص_١}{٢}\right)$

$\therefore \frac{٣}{٢} = \frac{٤+س_١}{٢}$ $\therefore$ ٣ = ٤ + س١

$\therefore$ س١ = -١

، $-\frac{١}{٢} = \frac{-٥+ص_١}{٢}$ $\therefore$ -١ = -٥ + ص١

$\therefore$ ص١ = ٤

$\therefore$ إحداثي د (-١ ، ٤)

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٥-٣ ميل الخط المستقيم

سوف تتعلم

- العلاقة بين ميلى المستقيمين المتوازيين.
- العلاقة بين ميلى المستقيمين المتعامدين.

مصطلحات أساسية

- قياس موجب للزاوية.
- قياس سالب للزاوية.
- ميل خط مستقيم.
- مستقيمان متوازيان.
- مستقيمان متعامدان.

سبق أن علمت أن ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين ($س_١$، $ص_١$)، ($س_٢$، $ص_٢$) يساوي $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

فكر و ناقش

أوجد ميل الخط المستقيم المار بكل زوج من الأزواج المرتبة التالية :

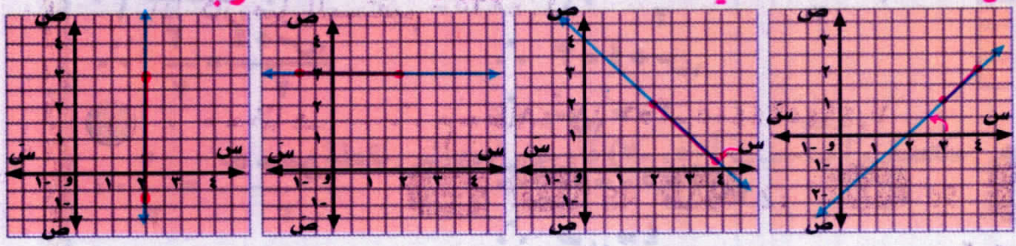
أولاً : (٣، ١)، (٤، ٢)   **ثانيًا** : (٤، ٠)، (٢، ٢)

ثالثًا : (-١، ٣)، (٢، ٣)   **رابعًا** : (٢، -١)، (٢، ٣)

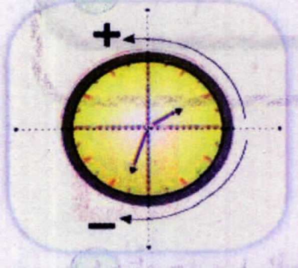
ماذا تلاحظ ؟

مما سبق يمكن رسم المستقيمات المارة بأزواج النقط السابقة فى المستوى الإحداثى المتعامد كما فى الأشكال الآتية :

أولاً :   **ثانيًا :**   **ثالثًا :**   **رابعًا :**



القياس الموجب والقياس السالب للزاوية :



تكون الزاوية موجبة إذا كانت مأخوذة فى عكس اتجاه حركة عقارب الساعة، وتكون سالبة إذا كانت مأخوذة فى نفس اتجاه حركة عقارب الساعة.

فمن الأشكال السابقة نستنتج أن:

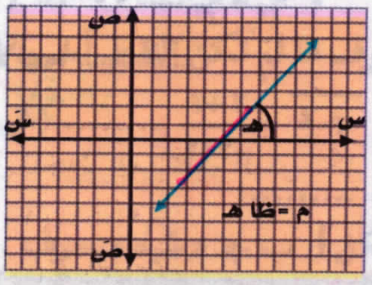
رقم الشكل	الميل $\left(\frac{ص_٢-ص_١}{س_٢-س_١}\right)$، $س_٢ > س_١$	نوع الزاوية الموجبة التي يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات	ميل الخط المستقيم
أولاً	م = $\frac{٢-١}{٤-٣}$ = ١	حادة	أكبر من الصفر
ثانيًا	م = $\frac{٢-٠}{٢-٤}$ = -١	منفرجة	أقل من الصفر
ثالثًا	م = $\frac{٣-٣}{٢+١}$ = صفر	صفرية	يساوى صفرًا
رابعًا	م = $\frac{٣+١}{٢-٢}$ (غير معرف)	قائمة	غير معرف

ونصل إلى تعريف ميل الخط المستقيم

هو ظل الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات؛

أى أن: ميل الخط المستقيم = ظا هـ

حيث هـ الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.



أمثلة

① أوجد ميل الخط المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٤٨ً ١٢َ ٥٦° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

② أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان ميل المستقيم = ١,٤٨٦٥.

الحل

① ∵ م = ظا هـ ∴ م = ظا٤٨ً ١٢َ ٥٦° = ١,٤٩٤٥٣٤٤٠٥

ابدأ ← tan 56 °'" 12 °'" 48 °'" =

② ∵ م = ظا هـ ∴ ظا هـ = ١,٤٨٦٥ ∴ ق (∠ هـ) = ١٣ً ٤َ ٥٦°

ابدأ ← SHIFT tan 1.4865 = °'"

تدرب

① أوجد ميل الخط المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها :

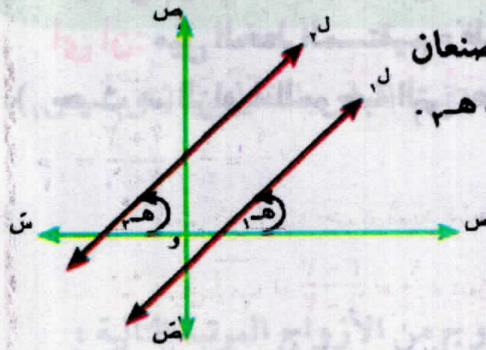
أ ٣٠° ب ٤٥° جـ ٦٠°

② باستخدام الآلة الحاسبة أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم الذى ميله (م) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فى الحالات الآتية :

أ م = ٠,٣٦٧٣ ب م = ١,٠٢٤٦ جـ م = ٣,١٦٤٨

العلاقة بين ميلى المستقيمين المتوازيين

فكر و ناقش



الشكل المقابل : يمثل مستقيمين متوازيين $ل_1$، $ل_2$ ميلاهما $م_1$، $م_2$، يصنعان زاويتين موجبتين مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسهما $هـ_1$، $هـ_2$.

أكمل ما يأتى :

(١) ق ($\angle$ $هـ_1$) = ق ($\angle$ $هـ_2$) لأنهما ....

(٢) ظا $هـ_1$ .... ظا $هـ_2$

(٣) $م_1$ .... $م_2$

نستنتج مما سبق أن :

إذا كان $ل_1$ // $ل_2$ **فإن** $م_1$ = $م_2$

أى أنه: إذا توازى مستقيمان فإن ميليهما يكونان متساويين، وعكس ذلك صحيح.

فإذا كان $م_1$ = $م_2$ فإن $ل_1$ // $ل_2$

أى أن: إذا تساوى ميلا مستقيمين كان المستقيمان متوازيين.

أمثلة

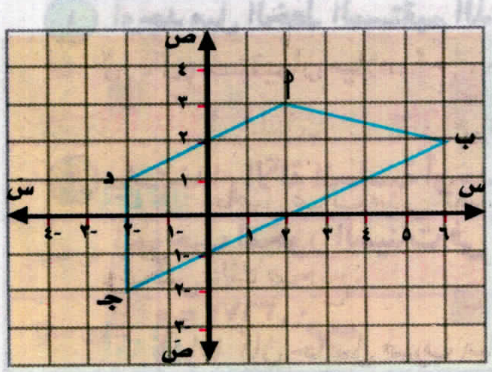
(١) أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (-٣، -٢)، (٤، ٥) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°.

الحل

ميل المستقيم الأول ($م_1$) = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{٥ - (-٢)}{٤ - (-٣)} = \frac{٧}{٧} = ١$

ميل المستقيم الثانى ($م_2$) = ظا ٤٥° = ١ $\because$ $م_1 = م_2$ $\therefore$ المستقيمان متوازيان .

(٢) مثِّل بيانيًا النقط أ(٢، ٣)، ب (٦، ٢) جـ (-٢، -٢)، د (-٢، ١)، على المستوى الإحداثى، ثم أثبت أن الشكل أ ب جـ د شبه منحرف .



الحل

من الرسم نجد أن : $\overline{أد}$ // $\overline{ب جـ}$

ولإثبات ذلك تحليليًا نوجد ميل كل من $\overline{أد}$ ، $\overline{ب جـ}$.

ميل $\overline{أد}$ (وليكن $م_{١}$)

∵ $م = \frac{ص_{٢} - ص_{١}}{س_{٢} - س_{١}}$ ∴ $م_{١} = \frac{٣ - ١}{٢ + ٢} = \frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

وميل $\overline{ب جـ}$ (وليكن $م_{٢}$)

$م_{٢} = \frac{٢ + ٢}{٦ + ٢} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$ ∵ $م_{١} = م_{٢}$ ..... ∴ $\overline{أد} // \overline{ب جـ}$

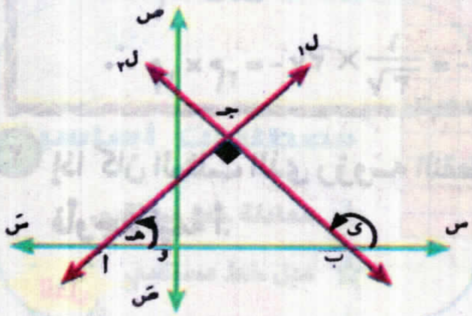
∴ الشكل أ ب جـ د شبه منحرف ما لم تكن النقط أ، ب، جـ، د على استقامة واحدة .... (١)

∵ ميل $\overline{أب} = \frac{٣ - ٢}{٢ - ٦} = \frac{١}{-٤}$، ميل $\overline{جـ د} = \frac{٢ + ١}{-٢ + ٢}$ .... (غير معرف)

∴ المستقيمان غير متوازيين............ (٢)

من (١)، (٢) ∴ الشكل أ ب جـ د شبه منحرف.

العلاقة بين ميلى المستقيمين المتعامدين



فكر و ناقش

الشكل المقابل : يمثل المستقيمين $ل_{١}$، $ل_{٢}$ الذى ميلاهما $م_{١}$، $م_{٢}$

حيث $ل_{١} \perp ل_{٢}$.

أوجد العلاقة بين ق ($\angle$ هـ)، ق ($\angle$ ى)

ثم أكمل الجدول الآتى باستخدام حاسبة الجيب:

قيم هـ	٢٠°	٤٠°	.....	.....	....
قيم ى	......	.....	١٤٠°	١٥٠°	.....
ظا هـ × ظا ى	.....	.....	.....	.....	.....

من الجدول السابق نجد أن :

ظا هـ × ظا ى = -١ أى أن : $م_{١} م_{٢} = -١$

$ل_{١}$ ، $ل_{٢}$ مستقيمان ميلاهما $م_{١}$ ، $م_{٢}$ حيث $م_{١}$ ، $م_{٢}$ ∈ ح*

إذا كان $ل_{١} \perp ل_{٢}$ **فإن** $م_{١} \times م_{٢} = -١$

أى أن: حاصل ضرب ميلى المستقيمين المتعامدين = -١

وعكس ذلك صحيح؛ **فإذا كان** $م_{١} \times م_{٢} = -١$ **فإن** $ل_{١} \perp ل_{٢}$

أى أن إذا كان حاصل ضرب ميلى مستقيمين = -١ فإن المستقيمين يكونان متعامدين.

أمثلة

١ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٤، ٣$\sqrt{٣}$)، (٥، ٢$\sqrt{٣}$) عمودى على المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٣٠°.

الحل

نفرض أن ميل المستقيم الأول $م_١$ وميل المستقيم الثانى $م_٢$.

∵ $م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ ∴ $م_١ = \frac{٣\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣}}{٤ - ٥} = -\sqrt{٣}$

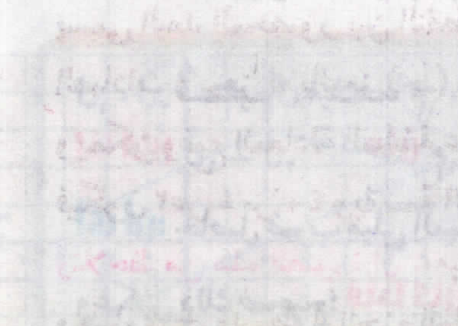
∵ م = ظاهـ ∴ $م_٢ = $ ظا ٣٠° $= \frac{١}{\sqrt{٣}}$

∴ $م_١ \times م_٢ = -\sqrt{٣} \times \frac{١}{\sqrt{٣}} = -١$ ∴ المستقيمان متعامدان.

٢ إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط ص (٤، ٢)، س (٣، ٥)، ع (-٥، أ) قائم الزاوية فى ص فأوجد قيمة أ.

الحل

نوجد ميل $\overleftrightarrow{س ص}$ فيكون $م_١ = \frac{٥ - ٢}{٣ - ٤} = \frac{٣}{-١} = -٣$ ، نوجد ميل $\overleftrightarrow{ص ع}$ فيكون $م_٢ = \frac{أ - ٢}{-٥ - ٤} = \frac{أ - ٢}{-٩}$



∵ △ س ص ع قائم الزاوية فى ص ∴ $م_١ \times م_٢ = -١$

∴ $-٣ \times \frac{أ - ٢}{-٩} = -١$ ∴ $\frac{(أ - ٢)}{٣} = -١$

∴ أ - ٢ = -٣ ∴ أ = ٢ - ٣ ∴ أ = -١

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٥-٤

معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

سوف تتعلم

- كيفية إيجاد معادلة الخط المستقيم بمعلومية الميل والجزء المقطوع من محور الصادات.

مصطلحات أساسية

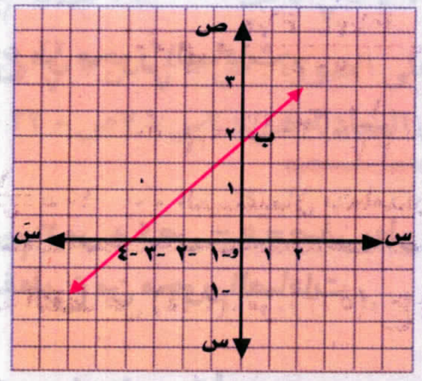
- معادلة خط مستقيم.
- ميل خط مستقيم.
- جزء مقطوع من محور الصادات.

سبق أن درست العلاقة الخطية بين المتغيرين س، ص وهى :

أ س + ب ص + جـ = ٠ حيث أ، ب **(كلاهما معًا)** ≠ ٠

وتمثيلها بيانيًّا بخط مستقيم .

مثال



مثِّل العلاقة : س -٢ص + ٤ = ٠ بيانيًّا .

ومن الشكل البيانى احسب :

أ ميل الخط المستقيم .

ب طول الجزء الرأسى المحصور بين نقطة الأصل ونقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات .

لسهولة الرسم يفضل إيجاد نقط تقاطع المحورين كالآتى :

بوضع ص = ٠   ∴ س + ٤ = ٠

∴ س = -٤   (-٤ ، ٠)   يحقق العلاقة .

بوضع س = ٠   ∴ -٢ص + ٤ = ٠

∴ ٢ص = ٤   (٠ ، ٢)   يحقق العلاقة

من الرسم نجد أن : ميل الخط المستقيم (م) > ٠ ..... **(لماذا؟)**

فيكون م = $\frac{......}{......}$ = $\frac{......}{......}$

يسمى البعد المحصور بين النقطتين و، ب بالجزء المقطوع من محور الصادات ويرمز له بالرمز (جـ) و طوله يساوى ٢ وحدة طول .

و يمكن وضع المعادلة السابقة على الصورة :ص = م س + جـ

فيكون ٢ص = س + ٤ وبقسمة الطرفين على ٢ ∴ ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

ونلاحظ من هذه الصورة أن : ميل الخط المستقيم (م) هو معامل س و يساوى $\frac{١}{٢}$، وأن طول الجزء المقطوع من محور الصادات جـ = ٢ وهى نفس النتائج التى حصلنا عليها من الرسم السابق .

معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله (م) والجزء المقطوع من محور الصادات (جـ) على الصورة:

ص = م س + جـ حيث م، جـ ∈ ح

لاحظ أن : يمكن وضع معادلة الخط المستقيم أ س + ب ص + جـ = صفر، ب ≠ ٠

على الصورة : ص = م س + جـ كالآتى :

أ س + ب ص + جـ = صفر فيكون ب ص = - أ س - جـ

∴ ص = $-\frac{أ}{ب}$ س $-\frac{جـ}{ب}$

وهى على الصورة : ص = م س + جـ

حيث م = $\frac{-أ}{ب}$ = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$

، جـ هو طول الجزء المقطوع من محور الصادات .

أمثلة

١ أوجد ميل الخط المستقيم ٣ س + ٤ ص - ٥ = صفر بطريقتين

ثم أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات .

الحل

∵ معادلة الخط المستقيم على الصورة أ س + ب ص + جـ = ٠، ب ≠ ٠

∴ ميل المستقيم = $\frac{-أ}{ب}$ ∴ ميل المستقيم = $\frac{-٣}{٤}$

أو يمكن وضع معادلة الخط المستقيم على الصورة ص = م س + جـ

∴ ٤ ص = -٣س +٥

ص = $\frac{-٣}{٤}$س + $\frac{٥}{٤}$ ∴ ميل المستقيم = $\frac{-٣}{٤}$

∴ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = $\frac{٥}{٤}$

٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) وعمودى على الخط المستقيم المار بالنقطتين أ (٢، -٣)، ب (٥، -٤) .

الحل

∵ ميل المستقيم المار بالنقطتين أ، ب = $\frac{-٤ -(-٣)}{٥ - ٢}$ = $\frac{-٤ + ٣}{٥ - ٢}$ = $\frac{-١}{٣}$ فيكون ميل المستقيم العمودى عليه = ٣

∴ معادلة المستقيم تكون على الصورة : ص = ٣ س + جـ

∵ المستقيم يمر بالنقطة (١، ٢) فهى تحقق معادلته .

∴ ٢ = ٣ × ١ + جـ ∴ جـ = ٢ - ٣ = -١

∴ معادلة المستقيم تكون على الصورة : ص = ٣س -١

③ إذا كانت أ (-٣، ٤)، ب (٥، -١)، جـ (٣، ٥) فأوجد معادلة الخط المستقيم المار بالرأس أ وينصف ب جـ.

الحل

نقطة منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ = $\left(\frac{٣+٥}{٢}، \frac{٥-١}{٢}\right) = \left(\frac{٨}{٢}، \frac{٤}{٢}\right) = (٤، ٢)$

∴ ميل الخط المستقيم المطلوب = $\frac{٢-٤}{٤+٣} = \frac{-٢}{٧}$

∵ ص = م س + جـ ∴ ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + جـ

∵ المستقيم يمر بالنقطة أ (-٣، ٤) فهى تحقق معادلته

∴ ٤ = $\frac{-٢}{٧}$ × -٣ + جـ ∴ ٤ = $\frac{٦}{٧}$ + جـ ∴ جـ = $\frac{٢٢}{٧}$

∴ معادلة الخط المستقيم تكون على الصورة : ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + $\frac{٢٢}{٧}$ وبضرب طرفى المعادلة فى ٧

∴ ٧ص = - ٢س + ٢٢ أى المعادلة هى : ٢س + ٧ص − ٢٢ = ٠

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

يمكن وضع معادلة الخط المستقيم على الصورة : ص = م س + جـ كالآتي :

أ س + ب ص + جـ = صفر

أوجد ميل الخط المستقيم ٣ س + ٤ ص − ٥ = صفر بطريقتين

ثم أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات .

∵ معادلة الخط المستقيم على الصورة أ س + ب ص + جـ = صفر

∴ ميل المستقيم = $\frac{-أ}{ب}$ ∴ ميل المستقيم = $\frac{-٣}{٤}$

أو يمكن وضع معادلة المستقيم على الصورة ص = م س + جـ

∴ ميل المستقيم = $\frac{-٣}{٤}$

∴ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = $\frac{٥}{٤}$

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودي على الخط المستقيم المار بالنقطتين

∵ ميل المستقيم المار بالنقطتين

∴ معادلة المستقيم تكون على الصورة

∵ المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ٢)

∴ معادلة المستقيم تكون على الصورة

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
الإدارة العامة لشئون الكتب

٣

الفصل الدراسي الثاني

المحتويات

الجبر

الوحدة الأولى : المعادلات

(١-١) حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين جبريًا وبيانيًا ٣

(١-٢) حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد بيانيًا وجبريًا........ ٨

(١-٣) حل معادلتين فى متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية..... ١١

الوحدة الثانية : الدوال الكسرية والعمليات عليها

(٢-١) مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود ١٣

(٢-٢) الدالة الكسرية الجبرية ١٥

(٢-٣) تساوى كسرين جبريين ١٧

(٢-٤) العمليات على الكسور الجبرية ٢٠

الاحتمال

الوحدة الثالثة : الاحتمال

(٣-١) العمليات على الأحداث ٢٦

(٣-٢) الحدث المكمل، والفرق بين حدثين ٣١

الهندسة

الوحدة الرابعة :

(٤-١) تعاريف ومفاهيم أساسية ٣٥

(٤-٢) أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة ٤٢

(٤-٣) تعيين الدائرة ٥٠

(٤-٤) علاقة أوتار الدائرة بمركزها ٥٣

الوحدة الخامسة : الزوايا والأقواس فى الدائرة

(٥-١) الزاوية المركزية وقياس الأقواس ٥٩

(٥-٢) العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين فى القوس ٦٦

(٥-٣) الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس ٧٤

(٥-٤) الشكل الرباعى الدائرى ٧٩

(٥-٥) خواص الشكل الرباعى الدائرى ٨٣

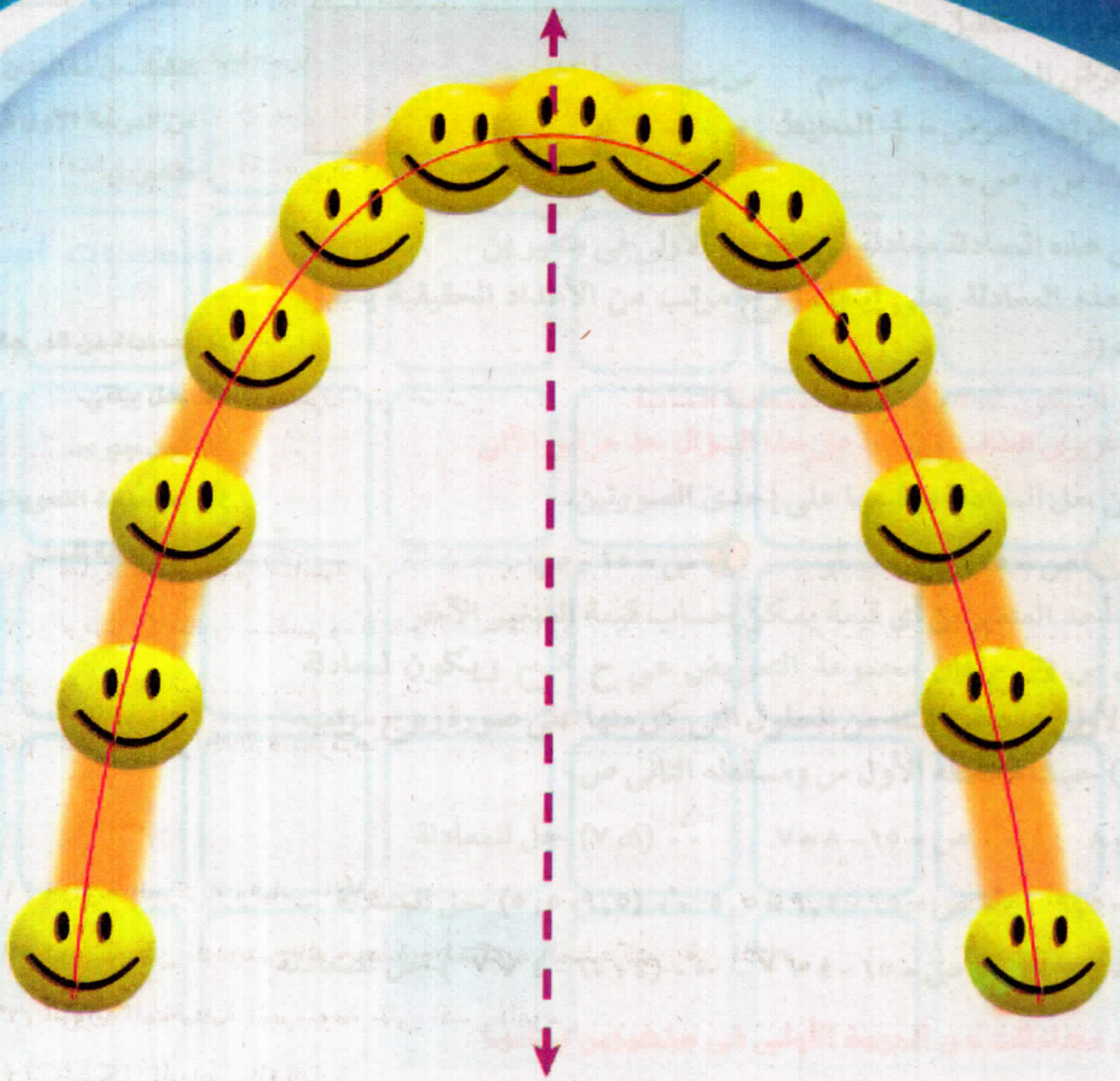
(٥-٦) العلاقة بين مماسات الدائرة ٨٧

(٥-٧) الزاوية المماسّة ٩٢

الجبر

الوحدة الأولى

المعادلات



قذف أحد اللاعبين كرة فأخذت المسار الموضح بالشكل.

هذا الشكل يمثل إحدى الدوال التي ستدرسها وتسمى بالدالة التربيعية.

٥-٣) [illegible] المحيطة [illegible]
٥-٤) الشكل الرباعي الدائري
٥-٥) [illegible] الشكل الرباعي [illegible]
٥-٦) العلاقة بين مماسات الدائرة
٥-٧) الزاوية المماسية

١-١ حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين جبرياً وبيانياً

سوف تتعلم

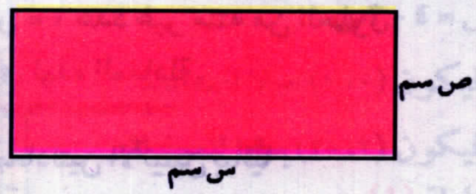
- كيفية حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين.

مصطلحات أساسية

- معادلة من الدرجة الأولى.
- حل بياني.
- حل جبرى.
- مجموعة التعويض.
- مجموعة الحل.

فكر و ناقش

مستطيل محيطه ٣٠سم ما هى القيم الممكنة لطوله وعرضه



إذا كان طول المستطيل = س سم،

عرض المستطيل = ص سم

فإن : الطول + العرض = $\frac{1}{٢}$ المحيط

∴ س + ص = ١٥

- تسمى هذه المعادلة معادلة من الدرجة الأولى فى متغيرين .
- حل هذه المعادلة يعنى إيجاد زوج مرتب من الأعداد الحقيقية يحقق المعادلة.

هل يمكن أن يكون (-٥، ٢٠) حلا للمعادلة السابقة.

نترك لك عزيزى الطالب الإجابة على هذا السؤال بعد عرض الآتى:

- يمكن حل المعادلة بوضعها على إحدى الصورتين.

(١) ص = ١٥ - س أو (٢) س = ١٥ - ص

وبإعطاء أحد المتغيرين أى قيمة يمكن حساب قيمة المتغير الآخر.

فإذا كان س ∈ ح فإن مجموعة التعويض هى ح × ح ويكون لمعادلة الدرجة الأولى عدد غير منته من الحلول التى كل منها على صورة زوج مرتب (س، ص) حيث مسقطه الأول س ومسقطه الثانى ص.

عند س = ٨ ∴ ص = ١٥ - ٨ = ٧ ∴ (٨، ٧) حل للمعادلة

عند س = ٩,٥ ∴ ص = ١٥ - ٩,٥ = ٥,٥ ∴ (٩,٥، ٥,٥) حل للمعادلة

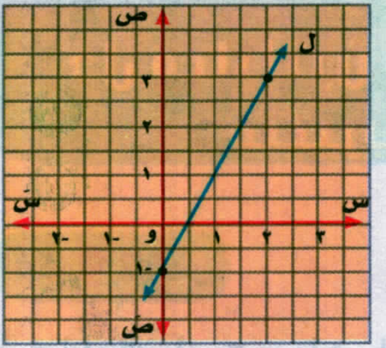
عند س = ٤ $\sqrt{٧}$ ∴ ص = ١٥ - ٤ $\sqrt{٧}$ ∴ (٤ $\sqrt{٧}$، ١٥ - ٤ $\sqrt{٧}$) حل للمعادلة

أولا : حل معادلات من الدرجة الأولى فى متغيرين بيانيًا :

أمثلة

(١) أوجد مجموعة حل المعادلة ٢س - ص = ١

الحل



نكتب المعادلة فى الصورة ص = ٢س - ١

بوضع س = ٠ ∴ ص = -١ ∴ (٠، -١) حل للمعادلة

بوضع س = ٢ ∴ ص = ٣ ∴ (٢، ٣) حل للمعادلة

وبرسم المستقيم ل المار بالنقطتين الممثلتين للزوجين المرتبين (٠، -١)، (٢، ٣)

نجد أن كل نقطة ∈ ل تمثل حلاً للمعادلة

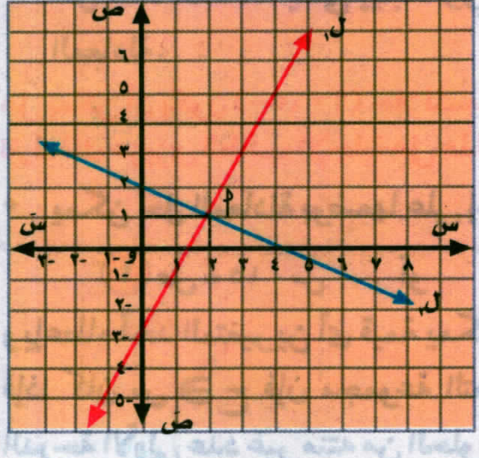
أى أن للمعادلة ٢س - ص = ١ عدد غير منته من الحلول.

اذكر أربعة حلول أخرى لهذه المعادلة.

(٢) أوجد مجموعة الحل للمعادلتين الآتيتين بيانيًّا :

$ل_١$: ص = ٢س - ٣ ، $ل_٢$: س + ٢ص = ٤

الحل



فى المعادلة ص = ٢س - ٣

بوضع س = ٠ ∴ ص = -٣ ∴ (٠، -٣) حل للمعادلة

بوضع س = ٤ ∴ ص = ٥ ∴ (٤، ٥) حل للمعادلة

فيكون $ل_١$ فى الشكل المقابل يمثل مجموعة الحل للمعادلة (١)

نضع المعادلة س + ٢ص = ٤ على الصورة س = ٤ - ٢ص

بوضع ص = ٠ ∴ س = ٤ ∴ (٤، ٠) حل للمعادلة

وبوضع ص = ١ ∴ س = ٢ ∴ (٢، ١) حل للمعادلة

فيكون $ل_٢$ فى الشكل المقابل تمثل مجموعة حل المعادلة (٢)

فى الشكل $ل_١$ ، $ل_٢$ يتقاطعان فى النقطة أ (٢، ١)

∴ مجموعة حل المعادلتين هى {(٢، ١)}

تدرب فى كراسة الرسم البياني:

أوجد مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية بيانيًّا:

(١) ٢س + ص = ٠ ، س + ٢ص = ٣ (٢) ص = ٣س - ١ ، س - ص + ١ = ٠

مثال ٣

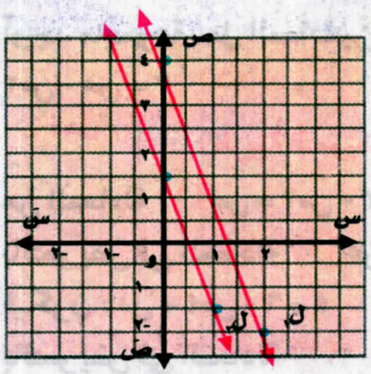
أوجد بيانيا مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية :

أولا: ٣س + ص = ٤ (١) ، ٢ص + ٦س = ٣ (٢)

ثانيا: ٣س + ٢ص = ٦ (١) ، ص = ٣ - $\frac{٣}{٢}$ س (٢)

الحل

أولا: بوضع المعادلة (١) على الصورة ص = ٤ - ٣س



بوضع س = ٠ ∴ ص = ٤ فيكون (٠، ٤) حلا للمعادلة

بوضع س = ٢ ∴ ص = -٢ فيكون (٢، -٢) حلا للمعادلة

ويكون $ل_١$ يمثل مجموعة حل المعادلة (١)

بوضع المعادلة (٢) على الصورة ص = $\frac{٣ - ٦س}{٢}$

بوضع س = ٠ ∴ ص = $\frac{٣}{٢}$ فيكون (٠، $\frac{٣}{٢}$) حلا للمعادلة

بوضع س = ١ ∴ ص = $\frac{-٣}{٢}$ فيكون (١، $\frac{-٣}{٢}$) حلا للمعادلة

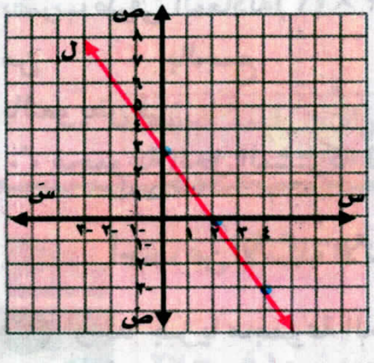
ويكون $ل_٢$ يمثل مجموعة الحل للمعادلة (٢)

∵ $ل_١ \cap ل_٢ = \phi$ ∴ لا يوجد حل للمعادلتين معا.

أى أنه لا يوجد حل للمعادلتين (١)، (٢) إذا كان $ل_١ \parallel ل_٢$

من الهندسة التحليلية: ميل $ل_١$ = $\frac{-٣}{١}$ = -٣ ، ميل $ل_٢$ = $\frac{-٦}{٢}$ = -٣ ∴ $ل_١ \parallel ل_٢$

ثانيا : بوضع المعادلة (٢) على الصورة ٢ص = ٦ - ٣س



أي ٣س + ٢ص = ٦ وهي نفس المعادلة (١)

والشكل البياني الموضح يبين التمثيل البياني للمعادلتين بمستقيمين منطبقين ونقول إن للمعادلتين (١)، (٢) عدداً غير منته من الحلول وتكون مجموعة الحل هي {(س، ص) : ص = ٣ - $\frac{٣}{٢}$ س}.

تدرب

في كراسة الرسم البياني:

أوجد بيانيا مجموعة الحل لكل زوج في المعادلات الآتية :

(١) ٣س + ص = ٥ ، ص + ٣س = ٨ (٢) ٢س + ص = ٤ ، ٨ - ٢ص = ٤س

ثانيا : حل معادلات الدرجة الأولى فى متغيرين جبريًا :

يمكن حل معادلتين من الدرجة الأولى فى متغيرين آنيًا بالتخلص من أحد المتغيرين، فنحصل على معادلة من الدرجة الأولى فى متغير واحد، وبحلها نحصل على قيمة هذا المتغير، ثم بالتعويض فى إحدى المعادلتين نحصل على قيمة المتغير الذى سبق التخلص منه .

مثال ٤

أوجد مجموعة حل المعادلتين:

٢س - ص = ٣ (١) ، س + ٢ص = ٤ (٢)

الحل (طريقة التعويض)

من المعادلة (١) ص = ٢س - ٣

بالتعويض فى المعادلة (٢) عن ص ∴ س + ٢ (٢س - ٣) = ٤

فيكون : س + ٤س - ٦ = ٤ ∴ ٥س = ١٠ ∴ س = ٢

بالتعويض فى المعادلة (١) ∴ ص = ٢ × ٢ - ٣ ∴ ص = ١

∴ مجموعة الحل المشتركة للمعادلتين = {(٢، ١)}

الحل (طريقة الحذف)

ويتم حذف أحد المتغيرين من المعادلتين (بالجمع، أو الطرح) للحصول على معادلة ثالثة فى متغير واحد وبحل المعادلة الناتجة نوجد قيمة هذا المتغير.

٢س - ص = ٣ (١) ، س + ٢ص = ٤ (٢)

بضرب طرفى المعادلة(١) × ٢ ∴ ٤س - ٢ص = ٦ (٣)

من (٢)، (٣) بالجمع ∴ ٥س = ١٠ ∴ س = ٢

بالتعويض فى (١) ∴ ٢ × ٢ - ص = ٣ ∴ ص = ١

∴ مجموعة الحل المشتركة للمعادلتين = {(٢، ١)}.

تدرب

أجب عن الأسئلة الآتية في كراسة الفصل:

(١) أوجد جبريا مجموعة الحل لكل زوج من المعادلات الآتية :

أ ٣س + ٤ص = ٢٤ ، س - ٢ص + ٢ = ٠

ب ٣س + ٢ص = ٤ ، س - ٣ص = ٥

(٢) ما عدد حلول كل زوج فى المعادلات الآتية :

أ ٧س + ٤ص = ٦ ، ٥س - ٢ص = ١٤

ب ٩س + ٦ص = ٢٤ ، ٣س + ٢ص = ٨

جـ ٣س + ٤ص = -٤ ، ٥س - ٢ص = ١٥

مثال ٥

أوجد قيمتى أ، ب علما بأن (٣، -١) حل للمعادلتين.

أ س + ب ص - ٥ = ٠ ، ٣ أ س + ب ص = ١٧

الحل

∵ (٣، -١) حل للمعادلتين

∴ (٣، -١) حل للمعادلة أ س + ب ص - ٥ = ٠

∴ ٣ أ - ب - ٥ = ٠ أى أن : ٣ أ - ب = ٥ (١)

، (٣، -١) حل للمعادلة ٣ أ س + ب ص = ١٧

∴ ٩ أ - ب = ١٧ (٢)

بطرح طرفى المعادلة (١) من طرفى المعادلة (٢) ينتج أن :

٦ أ = ١٢ ∴ أ = ٢

بالتعويض فى المعادلة (١)

٣ × ٢ - ب = ٥ ∴ ب = ١

مثال ٦

عدد مكون من رقمين مجموعهما ١١، و إذا عكس (بُدِّل) وضع الرقمين، فإن العدد الناتج يزيد على العدد الأصلي بمقدار ٢٧ ما هو العدد الأصلي؟

الحل

نفرض أن رقم الآحاد = س، رقم العشرات = ص

∴ س + ص = ١١ .... (١)

	رقم الآحاد	رقم العشرات	قيمة العدد
العدد الأصلي	س	ص	س + ١٠ ص
العدد الناتج بعد تبديل الرقمين	ص	س	ص + ١٠ س

العدد الناتج من تبديل وضع رقمية - العدد الأصلي = ٢٧

∴ (ص + ١٠ س) - (س + ١٠ ص) = ٢٧ ∴ ص + ١٠ س - س - ١٠ ص = ٢٧

∴ ٩ س - ٩ ص = ٢٧ وبالقسمة على ٩ ∴ س - ص = ٣ .... (٢)

بجمع المعادلتين (١)، (٢)

∴ ٢س = ١٤ ∴ س = ٧ وبالتعويض في المعادلة.... (١)

∴ ٧ + ص = ١١ ∴ ص = ٤ ∴ العدد هو ٤٧

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٢-١

حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد بيانيا وجبريا

سوف تتعلم

- كيفية حل معادلة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد بيانيا وجبريا.

مصطلحات أساسية

- حل بياني.
- حل جبرى.
- مجموعة الحل.

لاحظ المثال التالي:

سبق أن مثلنا بيانيا الدالة التربيعية د حيث :

د(س) = أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ، ب، جـ ∈ ح ، أ ≠ ٠

والمعادلة المناظرة لها هى د(س) = ٠ أى أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

وقد سبق لك حل هذه المعادلة بالتحليل.

ولحل المعادلة : س^{٢} - ٤س + ٣ = ٠

نحلل الطرف الأيمن للمعادلة فتأخذ الصورة :

(س - ٣) (س - ١) = ٠

∴ س - ٣ = ٠ أو س - ١ = ٠

∴ س = ٣ أو س = ١

∴ مجموعة الحل هى { ٣ ، ١ }

أولاً : الحل البياني

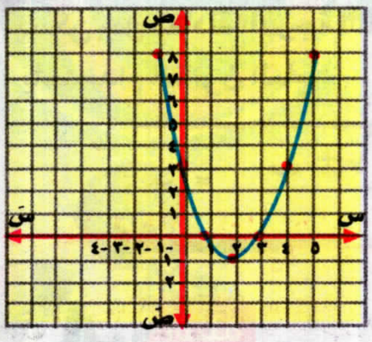
لحل المعادلة أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠ بيانيًا نتبع الآتي:

- نرسم منحنى الدالة د حيث د (س) = أ س ^{٢} + ب س + جـ حيث أ ≠ ٠
- نعين مجموعة الإحداثيات السينية لنقط تقاطع منحنى الدالة مع محور السينات، فتكون هي مجموعة حل المعادلة.

مثال ١

ارسم الشكل البياني للدالة د حيث د (س) = س^{٢} - ٤ س + ٣ في الفترة [- ١، ٥]

ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة : س^{٢} - ٤ س + ٣ = ٠



الحل

نعين بعض الأزواج المرتبة (س، ص) التي تنتمي لبيان الدالة د، والتي مسقطها الأول س ∈ [-١، ٥]

د (-١) = ٨،   د (٠) = ٣،   د (١) = ٠،

د (٢) = -١،   د (٣) = ٠،   د (٤) = ٣،   د (٥) = ٨

نضع هذه الأزواج المرتبة في جدول كالآتي:

س	٥	٤	٣	٢	١	٠	-١
ص = د (س)	٨	٣	٠	-١	٠	٣	٨

نعين على المستوى الإحداثي النقط التي تمثل هذه الأزواج المرتبة، ثم نرسم منحنيًا ممهدًا يمر بهذه النقط.

من الرسم نجد أن منحنى الدالة د يقطع محور السينات في النقطتين (٣، ٠)، (١، ٠)

يسمى العددان ١، ٣ بجذري المعادلة س^٢ - ٤ س + ٣ = ٠

وتكون مجموعة حل المعادلة هي {١، ٣}

تدرب

في كراسة الرسم البياني أجب عن السؤالين التاليين:

١ ارسم الشكل البياني للدالة د حيث د(س) = س^٢ + ٢س + ١ في الفترة [-٤، ٢] ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة: س^٢ + ٢ س + ١ = ٠

٢ ارسم الشكل البياني للدالة د حيث د (س) = - س^٢ + ٦ س - ١١ في الفترة [٠، ٦] ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة : س^٢ - ٦ س + ١١ = ٠

ثانياً : الحل الجبري باستخدام القانون العام:

مثال ٢

حل المعادلة : س^٢ - ٦ س + ٧ = ٠ مستعينًا بفكرة إكمال المربع.

الحل

∵ س^٢ - ٦ س + ٩ + ٧ - ٩ = ٠

∴ (س - ٣)^٢ - ٢ = ٠ ⟵ (س - ٣)^٢ = ٢

س - ٣ = $\sqrt{٢}$ أ، س - ٣ = -$\sqrt{٢}$

س = ٣ + $\sqrt{٢}$ أ، س = ٣ - $\sqrt{٢}$

∴ س = ٣ ± $\sqrt{٢}$

يمكن حل معادلة الدرجة الثانية: $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$ حيث $أ، ب، جـ \in ح، أ \neq ٠$ باستخدام القانون العام.

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$ حيث $أ \neq ٠$، $أ، ب، جـ \in ح$

أمثلة

٣ أوجد مجموعة حل المعادلة $٣ س^{٢} = ٥ س - ١$ مقربًا الناتج لرقمين عشريين.

الحل

$\because ٣ س^{٢} = ٥ س - ١$ $\therefore ٣ س^{٢} - ٥ س + ١ = ٠$

$\therefore أ = ٣، ب = -٥، جـ = ١$

$$\therefore س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ} = \frac{٥ \pm \sqrt{٢٥ - ٤ \times ٣ \times ١}}{٢ \times ٣} = \frac{٥ \pm \sqrt{١٣}}{٦} = \frac{٥ \pm ٣,٦١}{٦}$$

إما $س = \frac{٥ + ٣,٦١}{٦} = ١,٤٤$ أو $س = \frac{٥ - ٣,٦١}{٦} = ٠,٢٣$

$\therefore$ مجموعة الحل هي: $\{١,٤٤ ، ٠,٢٣\}$

٤ في إحدى مسابقات رمي القرص كان مسار القرص بالنسبة لأحد اللاعبين يتبع العلاقة: $ص = -٠,٠٤٣ س^{٢} + ٤,٩ س + ١٣$ حيث س تمثل المسافة الأفقية بالمتر، ص تمثل ارتفاع القرص عن سطح الأرض. أوجد المسافة الأفقية التي يسقط عندها القرص بدءًا من نقطة القذف لأقرب جزء من مائة.

الحل

$\because أ = -٠,٠٤٣$ ، $ب = ٤,٩$ ، $جـ = ١٣$

$$\therefore س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ} = \frac{-(٤,٩) \pm \sqrt{(٤,٩)^{٢} - ٤ \times (-٠,٠٤٣) \times ١٣}}{٢ \times (-٠,٠٤٣)}$$

$$= \frac{(-٤,٩) \pm \sqrt{٢٦,٢٤٦}}{-٠,٠٨٦} = \frac{-٤,٩ \pm ٥,١٢٣}{-٠,٠٨٦}$$

إما $س = \frac{-٤,٩ + ٥,١٢٣}{-٠,٠٨٦} = -٢,٥٩$ **(مرفوض)** لماذا؟

أو $س = \frac{-٤,٩ - ٥,١٢٣}{-٠,٠٨٦} = ١١٦,٥٤٦٥١١٦$ متر

$\therefore$ المسافة الأفقية التي يسقط عندها القرص ١١٦,٥٥ متر.

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

٣-١

حل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية

سوف تتعلم

- كيفية حل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية.

مصطلحات أساسية

- معادلة من الدرجة الأولى.
- معادلة من الدرجة الثانية.
- مجموعة الحل.

تمهيد:

نعلم أن المعادلة ٢س - ص = ٣ هي معادلة من الدرجة الأولى في متغيرين، بينما المعادلات: س^{٢} + ص = ٥، س ص = ٢ هي معادلات من الدرجة الثانية في متغيرين لماذا ؟

وسوف نقوم بحل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية، ويعتمد الحل على طريقة التعويض كما سيتضح من الأمثلة التالية.

حساب ذهني: إذا كان: س + ص = ١٠، س^{٢} - ص^{٢} = ٤٠ فأوجد س - ص.

أمثلة

١ أوجد جبريًا مجموعة الحل للمعادلتين:

ص + ٢ س + ١ = ٠ ، ٤ س^{٢} + ص^{٢} - ٣ س ص = ١

الحل

من المعادلة الأولى: ص = - (٢ س + ١) وبالتعويض في المعادلة الثانية.

∴ ٤ س^{٢} + [- (٢ س + ١)]^{٢} - ٣ س [- (٢س + ١)] = ١

∴ ٤ س^{٢} + ٤ س^{٢} + ٤ س + ١ + ٦ س^{٢} + ٣ س - ١ = ٠

∴ ١٤ س^{٢} + ٧س = ٠ ∴ ٧ س (٢ س + ١) = ٠

∴ س = ٠ أ، ٢ س + ١ = ٠ أي أن س = $\frac{-١}{٢}$

وبالتعويض عن قيم س في المعادلة الأولى:

عندما س = ٠ ∴ ص = - (٠ + ١) = -١،

عندما س = $\frac{-١}{٢}$ ∴ ص = - (٢ × $\frac{-١}{٢}$ + ١) = ٠

∴ مجموعة الحل هي: {(٠، -١)، ($\frac{-١}{٢}$، ٠)}

٢ مستطيل محيطه ١٤ سم، ومساحته ١٢ سم^{٢}. أوجد كلاً من بعديه.

الحل

نفرض أن بعدي المستطيل س، ص

∵ محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض) ∴ ١٤ = ٢ (س + ص) ..... وبقسمة الطرفين على ٢

∴ س + ص = ٧ أي أن = ص = ٧ - س .... (١)

∵ مساحة المستطيل = الطول × العرض ∴ س ص = ١٢ .... (٢)

وبالتعويض من المعادلة (١) في المعادلة (٢):

∴ س (٧ - س) = ١٢ ٧ س - س^{٢} = ١٢

∴ س^{٢} - ٧ س + ١٢ = ٠ (س - ٣) (س - ٤) = ٠

∴ س = ٣ أو س = ٤ وبالتعويض في المعادلة (١)

عندما: س = ٣ ∴ ص = ٧ - ٣ = ٤،

عندما: س = ٤ ∴ ص = ٧ - ٤ = ٣ ∴ بعدا المستطيل هما ٣ سم، ٤ سم.

٣ عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته، إذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوى نصف العدد الأصلى. فما هو العدد؟

الحل

نفرض أن رقم الآحاد = س، رقم العشرات = ص

∴ العدد الأصلى = س + ١٠ ص

∵ رقم الآحاد ضعف رقم العشرات

∴ س = ٢ ص ⟵ (١)

∵ حاصل ضرب الرقمين = $\frac{١}{٢}$ العدد الأصلى

∴ س ص = $\frac{١}{٢}$ (س + ١٠ ص) ⟵ (٢) بحل (١) ، (٢) معاً

∴ ٢ ص^{٢} = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ ص

∴ ٢ ص^{٢} = ٦ ص ∴ ٢ ص (ص - ٣) = ٠

∴ ص = ٣ أ، ص = ٠ (مرفوض) بالتعويض في المعادلة (١)

∴ س = ٦ ∴ العدد المطلوب = ٣٦

Scan me!

٢ - ١

مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود

سوف تتعلم

- ☆ كيفية إيجادُ مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود.

مصطلحات أساسية

- ☆ دالةٌ كثيرة الحدود.
- ☆ مجموعةُ أصفارِ الدالة.

فكر و ناقش

إذا كانت د: ح ⟵ ح حيث د(س) = س^{٣} - ٣س^{٢} + ٢س كثيرةُ حدود من الدرجة الثالثة فى س أوجد : د(٠) ، د(١) ، د(٢) ماذا تلاحظ؟

نلاحظ أن: د(٠) = ٠ ، د(١) = ٠ ، د(٢) = ٠

لذا يسمى: ٠ ، ١ ، ٢ أصفاراً للدالة د

وبصفة عامة

إذا كانت د: ح ⟵ ح كثيرة حدود فى س فإن مجموعةَ قيم س التى تجعل د(س) = ٠ تسمى مجموعة أصفار الدالة د، ويرمز لها بالرمز ص(د) .

أى أن: ص (د) هى مجموعةُ حَلِّ المعادلة د (س) = ٠

وعموما للحصولِ على أصفارِ الدالة د نضع د(س) = ٠ ونحلُّ المعادلةَ الناتجة لإيجاد مجموعة قيم س .

أمثلة

أوجد ص(د) لكل من دوال كثيرات الحدود الآتية:

1. $د_{١}$(س) = ٢س - ٤
2. $د_{٢}$(س) = س^{٢} - ٩
3. $د_{٣}$(س) = ٥
4. $د_{٤}$(س) = ٠
5. $د_{٥}$(س) = س^{٢} + ٤
6. $د_{٦}$(س) = س^{٦} - ٣٢س
7. $د_{٧}$(س) = س^{٢} + س + ١

الحل

(١) $د_{١}$(س) = ٢س - ٤ بوضع $د_{١}$ (س) = صفر ∴ ٢ س - ٤ = ٠

أى ٢س = ٤ ∴س = ٢ ∴ ص($د_{١}$) = {٢}.

٢ $د_٢(س) = س^٢ - ٩$

بوضع $د_٢$ (س) = صفر ∴ $س^٢ - ٩ = ٠$

أى $س^٢ = ٩$ ∴ س = ±٣ ∴ ص($د_٢$) = {-٣ ، ٣}.

٣ ∵ $د_٣$(س) = ٥

∴ لا يوجد أيُّ عدد حقيقيٌّ يجعل $د_٣$(س) = ٠ ∴ ص($د_٣$) هو ϕ

٤ ∵ $د_٤$(س) = ٠

∴ جميعُ الأعدادِ الحقيقية ح تكون أصفارًا لهذه الدالة ∴ ص($د_٤$) = ح

٥ بوضع $س^٢ + ٤ = ٠$

∴ $س^٢ = -٤$ ∴ س = ± $\sqrt{-٤}$ ∉ ح ∴ ص($د_٥$) هو ϕ

٦ بوضع $س^٦ - ٣٢س = ٠$

∴ س($س^٥ - ٣٢$) = ٠ ∴ س = ٠ أ، $س^٥ = ٣٢$

وعندما $س^٥ = ٢^٥$ ∴ س = ٢ ∴ ص($د_٦$) = {٠ ، ٢}

٧ بوضع $س^٢ + س + ١$ = صفر

حيث يتعذَّر علينا تحليلُ المقدار $س^٢ + س + ١$ لذلك نلجأُ إلى استخدامِ القانون لحلِّ المعادلة التَّربيعية

فيكون س = $\frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤أجـ}}{٢أ}$ حيث أ = ١ ، ب = ١ ، جـ = ١

∴ س = $\frac{-١ \pm \sqrt{-٣}}{٢}$ ∉ ح

∴ لا توجد حلول حقيقية لهذه المعادلة و يكون ص ($د_٧$) = ϕ

تدرب

١ أوجد مجموعةَ أصفار الدوال الآتية:

أ د(س) = $س^٣ - ٤س^٢$

ب د (س) = $س^٢ - ٢س + ١$

جـ د(س) = $س^٢ - ٢س - ١$

د د(س) = $س^٤ - س^٢$

هـ د(س) = $س^٢ - س + ١$

و د(س) = $س^٢ - ٢$

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

الدالةُ الكسريةُ الجبريةُ

سوف تتعلم

- مفهوم الدالةُ الكسريةُ الجبرية.

مصطلحات أساسية

- دالة كثيرة الحدود.
- مجال الكسر الجبرى.
- مجال مشترك لكسرين جبريين.

فكر و ناقش

سبق أن درست العددَ النسبيَّ الذى على الصورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب ∋ ص ، ب ≠ ٠

فإذا كانت ق: ح ⟵ ح ، ق (س) = س + ٣ ،

د : ح ⟵ ح ، د (س) = س^{٢} - ٤.

① أوجد مجال ق ، د .

② إذا كان ن(س) = $\frac{ق(س)}{د(س)}$ هل تستطيعُ إيجاد مَجال ن متى علم مجال كل من ق ، د؟

مما سبق نستنتج الآتي:

ن تسمى دالة كسرية جبرية أو كسرًا جبريًا حيث ن(س) = $\frac{س + ٣}{س^{٢} - ٤}$

ويكون مجال ن فى هذه الحالة هو ح عدا قيم س التى تجعل الكسرَ غير معرف (مجموعة أصفار المقام).

أى أن: مجال ن هو ح - {-٢ ، ٢}

إذا كان ق ، د كثيرتى حدود، وكان ص (د) هى مجموعةُ أصفارِ د

فإن الدالة ن حيث:

ن : ح - ص (د) ⟵ ح ، ن(س) = $\frac{ق(س)}{د(س)}$

تسمى دالةً كسريةً جبريةً حقيقيةً واختصارًا تسمى كسراً جبريًا.

لاحظ أن: مجال الدالة الكسرية الجبرية = ح - مجموعة أصفار المقام.

المجالُ المشتركُ لكسرينِ جبريين أو أكثر :

المجالُ المشتركُ لكسرين جبريين أو أكثر هو مجموعةُ الأعدادِ الحقيقية التى تكونُ فيها هذه الكسورُ معرفةً معًا (فى آن واحد) .

مثال

إذا كان $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ كسرين جبريين حيث:

$ن_{١}(س) = \frac{١}{س - ١}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{٣}{س^{٢} - ٤}$ **فأوجد** المجالَ المشتركَ لكلٍّ من $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$

الحل

بفرض أن $م_{١}$ مجال $ن_{١}$ ، $م_{٢}$ مجال $ن_{٢}$.

$\therefore$ $م_{١}$ = ح - {١} ، $م_{٢}$ = ح - {-٢ ، ٢} ويكون المجالُ المشتركُ للكسرين $ن_{١}$، $ن_{٢}$ = $م_{١} \cap م_{٢}$

حيث: $م_{١} \cap م_{٢}$ = (ح - {١}) $\cap$ (ح - {-٢ ، ٢})

= ح - {-٢ ، ١ ، ٢}

يلاحظ أنه لأى قيمة للمتغير س تنتمى إلى المجالِ المشتركِ يكون كلٌّ من $ن_{١}(س)$، $ن_{٢}(س)$ معرفا (له وجود)

وعمومًا

إذا كان $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ كسرين جبريين وكان:

مجال $ن_{١}$ = ح - $س_{١}$ (حيث $س_{١}$ مجموعة أصفار مقام $ن_{١}$)

، مجال $ن_{٢}$ = ح - $س_{٢}$ (حيث $س_{٢}$ مجموعة أصفار مقام $ن_{٢}$)

فإن: المجال المشترك للكسرين $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ = ح - ($س_{١} \cup س_{٢}$)

= ح - مجموعة أصفار مقامى الكسرين.

ويكون المجال المشترك لعدد من الكسور الجبرية

= ح - مجموعة أصفار مقامات هذه الكسور.

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٢ - ٣

تساوى كسرين جبريين

سوف تتعلم

- ☆ مفهوم تساوى كسرين جبريين.
- ☆ كيفية تحديد متى يتساوى كسران جبريان.

مصطلحات أساسية

- ☆ اختزال الكسر الجبرى.
- ☆ تساوى كسرين جبريين.

اختزال الكسر الجبرى

فكر و ناقش

إذا كان ن كسرًا جبريًا حيث: $ن(س) = \frac{س^2 + س}{س^2 - 1}$ فإن:

(١) مجال ن = ح - { ١ ، -١}

(٢) العاملُ المشتركُ بين البسطِ والمقام بعد تحليلِ كل منهما تحليلاً كاملاً هو س + ١ ≠ صفر حيث س لا تأخذ القيمة ١ ، -١

(٣) الكسرُ الجبريُّ فى أبسطِ صورةٍ بعد حذف العامل المشترك = $\frac{س}{س - ١}$

(٤) هل يتغيرُ مجالُ الكسرِ الجبريِّ ن بعد وضعه فى أبسط صورة ؟

مما سبق نستنتج أن:

وضع الكسر الجبرى فى أبسط صورة يسمى باختزال الكسر الجبرى.

وعند اختزال الكسر الجبرى نتبع الخطوات الآتية:

(١) نحلل بسط ومقام الكسر الجبرى تحليلاً كاملاً.

(٢) نعين مجال الكسر الجبرى قبل حذف العوامل المشتركة فى البسط والمقام.

(٣) نحذف العوامل المشتركة فى كلٍّ من البسط والمقام للحصول على أبسط صورة.

تعريف: يقالُ إن: الكسرَ الجبريَّ ن فى أبسط صورة له إذا لم توجد عواملُ مشتركةٌ بين بسطه ومقامه.

مثال ١

إذا كان $ن(س) = \frac{س^٣ + س^٢ - ٦س}{س^٤ - ١٣س^٢ + ٣٦}$ اختصر ن(س) إلى أبسط صورة مبينًا مجال ن.

الحل

$\because$ ن (س) $= \frac{س^٣ + س^٢ - ٦س}{س^٤ - ١٣س^٢ + ٣٦} = \frac{س(س^٢ + س - ٦)}{(س^٢ - ٤)(س^٢ - ٩)} = \frac{س(س + ٣)(س - ٢)}{(س + ٢)(س - ٢)(س + ٣)(س - ٣)}$

$\therefore$ مجال ن(س) = ح - {-٣ ، -٢ ، ٢ ، ٣}.

اختزل (س + ٣) ، (س - ٢) من البسط والمقام . $\therefore$ $ن(س) = \frac{س}{(س + ٢)(س - ٣)}$

تساوى كسريين جبريين

فكر و ناقش

أوجد فى أبسط صورةٍ كلاًّ من $ن_١(س)$ ، $ن_٢(س)$ مبيّنًا المجالَ لكلٍّ منهما فى كلٍّ مما يأتى:

١ $ن_١(س) = \frac{س + ٣}{س^٢ - ٩}$ ، $ن_٢(س) = \frac{٢}{٢س - ٦}$

٢ $ن_١(س) = \frac{٢س}{٢س + ٤}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ + ٢س}{س^٢ + ٤س + ٤}$

هل $ن_١ = ن_٢$ فى كل حالة ؟ وضح أجابتك.

نلاحظ مما سبق أن:

١ $ن_١(س) = \frac{س + ٣}{(س + ٣)(س - ٣)} = \frac{١}{س - ٣}$ ومجال $ن_١$ = ح - {-٣ ، ٣}

$ن_٢(س) = \frac{٢}{٢(س - ٣)} = \frac{١}{س - ٣}$ ومجال $ن_٢$ = ح - {٣}

أى أن: $ن_١$ ، $ن_٢$ اختزلا إلى نفس الكسرِ، ولكن مجال $ن_١ \neq$ مجال $ن_٢$

٢ $ن_١(س) = \frac{٢س}{٢(س + ٢)} = \frac{س}{س + ٢}$ ومجال $ن_١$ = ح - {-٢}

$ن_٢(س) = \frac{س(س + ٢)}{(س + ٢)^٢} = \frac{س}{س + ٢}$ ومجال $ن_٢$ = ح - {-٢}

أى أن: $ن_١$ ، $ن_٢$ اختزلا إلى نفس الصورة ، مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$

مما سبق نستنتجُ أن:

يقال إن الدالتين $ن_١$ ، $ن_٢$ متساويتان (أى : $ن_١ = ن_٢$) إذا تحقق الشرطان الآتيان معاً

مجال $ن_١$ = مجال $ن_٢$ ، $ن_١(س) = ن_٢(س)$ لكل س $\in$ المجال المشترك .

أمثلة

٢ إذا كانت $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2}{\text{س}^3 - \text{س}^2}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س}}{\text{س}^4 - \text{س}}$ **أثبت أن : $\text{ن}_1 = \text{ن}_2$**

الحل

$\because \text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2}{\text{س}^3 - \text{س}^2} = \frac{\text{س}^2}{\text{س}^2(\text{س} - 1)}$ $\therefore \text{ن}_1(\text{س}) = \frac{1}{\text{س} - 1}$

ومجال $\text{ن}_1 = \text{ح} - \{0 ، 1\}$ (١)

$\because \text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^3 + \text{س}^2 + \text{س}}{\text{س}^4 - \text{س}} = \frac{\text{س}(\text{س}^2 + \text{س} + 1)}{\text{س}(\text{س}^3 - 1)} = \frac{\text{س}(\text{س}^2 + \text{س} + 1)}{\text{س}(\text{س} - 1)(\text{س}^2 + \text{س} + 1)}$

$\therefore \text{ن}_2(\text{س}) = \frac{1}{\text{س} - 1}$

ومجال $\text{ن}_2 = \text{ح} - \{0 ، 1\}$ (٢)

من (١) ، (٢)

$\because$ مجال ن_1 = مجال ن_2 ، $\text{ن}_1(\text{س}) = \text{ن}_2(\text{س})$ لكل $\text{س} \in \text{ح} - \{0 ، 1\}$ $\therefore \text{ن}_1 = \text{ن}_2$

٣ إذا كان $\text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س}^2 + \text{س} - 6}$ ، $\text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^3 - \text{س}^2 - 6\text{س}}{\text{س}^3 - 9\text{س}}$

فأثبت أن $\text{ن}_1(\text{س}) = \text{ن}_2(\text{س})$ لجميع قيم س التى تنتمى إلى المجالِ المشتركِ، وأوجد هذا المجال .

الحل

$\because \text{ن}_1(\text{س}) = \frac{\text{س}^2 - 4}{\text{س}^2 + \text{س} - 6} = \frac{(\text{س} + 2)(\text{س} - 2)}{(\text{س} + 3)(\text{س} - 2)} = \frac{\text{س} + 2}{\text{س} + 3}$

ومجال $\text{ن}_1 = \text{ح} - \{-3 ، 2\}$ (١)

$\because \text{ن}_2(\text{س}) = \frac{\text{س}^3 - \text{س}^2 - 6\text{س}}{\text{س}^3 - 9\text{س}} = \frac{\text{س}(\text{س} - 3)(\text{س} + 2)}{\text{س}(\text{س} + 3)(\text{س} - 3)} = \frac{\text{س} + 2}{\text{س} + 3}$

ومجال $\text{ن}_2 = \text{ح} - \{-3 ، 0 ، 3\}$ (٢)

من (١) ، (٢)

لاحظ أن: $\text{ن}_1(\text{س})$ ، $\text{ن}_2(\text{س})$ اختزلا إلى نفس الكسر $\frac{\text{س} + 2}{\text{س} + 3}$.

إلا أن مجال $\text{ن}_1 \neq$ مجال ن_2 لذلك $\text{ن}_1 \neq \text{ن}_2$.

ونستطيعُ أن نقول إن: $\text{ن}_1(\text{س}) = \text{ن}_2(\text{س})$ يأخذان نفس القيم إذا كانت س تنتمى إلى المجال المشترك للدالتين ن_1 ، ن_2 وهو $\text{ح} - \{-3 ، 0 ، 2 ، 3\}$.

٤-٢

العمليات على الكسور الجبرية

سوف تتعلم

- كيفية إجراء العمليات (+ ، - ، × ، ÷) على الكسور الجبرية

مصطلحات أساسية

- معكوس جمعي للكسر الجبري.
- معكوس ضربي للكسر الجبري.

أولاً : جمع و طرح الكسور الجبرية :

فكر و ناقش

(١) إذا كانت $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ب}$ عددين نسبيين فأوجد كلاً من:

$\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ب}$ ، $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{ب}$

(٢) إذا كان $\frac{أ}{ب}$، $\frac{جـ}{د}$ عددين نسبيين فأوجد كلاً من:

$\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د}$ ، $\frac{أ}{ب} - \frac{جـ}{د}$

مما سبق يمكننا إجراء عملية جمع أو طرح كسرين جبريين متحدى أو مختلفى المقام كالآتى :

إذا كان س ∈ المجال المشترك للكسرين الجبريين $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ حيث:

(١) $ن_{١}(س) = \frac{د_{١}(س)}{د_{٢}(س)}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{د_{٣}(س)}{د_{٢}(س)}$

(كسرين جبريين متحدى المقام)

فإن: $ن_{١}(س) + ن_{٢}(س) = \frac{د_{١}(س)}{د_{٢}(س)} + \frac{د_{٣}(س)}{د_{٢}(س)} = \frac{د_{١}(س) + د_{٣}(س)}{د_{٢}(س)}$.

$ن_{١}(س) - ن_{٢}(س) = \frac{د_{١}(س)}{د_{٢}(س)} - \frac{د_{٣}(س)}{د_{٢}(س)} = \frac{د_{١}(س)}{د_{٢}(س)} + \frac{-د_{٣}(س)}{د_{٢}(س)}$

(٢) $ن_{١}(س) = \frac{د_{١}(س)}{د_{٢}(س)}$ ، $ن_{٢}(س) = \frac{د_{٣}(س)}{د_{٤}(س)}$

(كسرين جبريين مختلفى المقام)

فإن: $ن_{١}(س) + ن_{٢}(س) = \frac{د_{١}(س)}{د_{٢}(س)} + \frac{د_{٣}(س)}{د_{٤}(س)}$

$= \frac{د_{١}(س) \times د_{٤}(س) + د_{٣}(س) \times د_{٢}(س)}{د_{٢}(س) \times د_{٤}(س)}$ ،

$ن_{١}(س) - ن_{٢}(س) = \frac{د_{١}(س)}{د_{٢}(س)} - \frac{د_{٣}(س)}{د_{٤}(س)}$

$= \frac{د_{١}(س) \times د_{٤}(س) - د_{٣}(س) \times د_{٢}(س)}{د_{٢}(س) \times د_{٤}(س)}$

أمثلة

(١) إذا كان $ن_١(س) = \frac{س}{س^٢ + ٢س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س + ٢}{س^٢ - ٤}$

فأوجد $ن(س) = ن_١(س) + ن_٢(س)$ مبينا مجال ن.

الحل

$\because ن(س) = ن_١(س) + ن_٢(س)$

$\therefore ن(س) = \frac{س}{س^٢ + ٢س} + \frac{س + ٢}{س^٢ - ٤} = \frac{س}{س (س + ٢)} + \frac{س + ٢}{(س - ٢) (س + ٢)}$

مجال ن = ح - {-٢ ، ٠ ، ٢}

$\therefore ن(س) = \frac{١}{س + ٢} + \frac{١}{س - ٢} = \frac{س - ٢ + س + ٢}{(س + ٢) (س - ٢)} = \frac{٢س}{(س + ٢) (س - ٢)}$

(٢) **أوجد:** ن(س) فى أبسطِ صورةٍ مبيناً مجال الدالة ن حيث:

$ن(س) = \frac{٣س - ٤}{س^٢ - ٥س + ٦} + \frac{٢س + ٦}{س^٢ + س - ٦}$

الحل

$\because ن(س) = \frac{٣س - ٤}{(س - ٢) (س - ٣)} + \frac{٢ (س + ٣)}{(س - ٢) (س + ٣)}$

مجال ن = ح - {-٣ ، ٢ ، ٣}

$\therefore ن(س) = \frac{٣س - ٤}{(س - ٢) (س - ٣)} + \frac{٢}{س - ٢}$

$\because$ م.م.أ للمقامات = (س - ٣)(س - ٢) وبضرب حدى الكسر الثانى فى (س - ٣)

$\therefore ن(س) = \frac{٣س - ٤}{(س - ٢) (س - ٣)} + \frac{٢ (س - ٣)}{(س - ٢) (س - ٣)} = \frac{٣س - ٤ + ٢س - ٦}{(س - ٢) (س - ٣)}$

$= \frac{٥س - ١٠}{(س - ٢) (س - ٣)} = \frac{٥ (س - ٢)}{(س - ٢) (س - ٣)} = \frac{٥}{س - ٣}$

٣ أوجد ن(س) فى أبسط صورة مبينًا مجال ن حيث :

$ن(س) = \frac{١٢}{١٢س^{٢} - ٣} + \frac{٢}{٢س - ٤س^{٢}}$ ، ثم أوجد ن(٠) ، ن(-١) إن أمكن ذلك.

الحل

$\because ن(س) = \frac{١٢}{١٢س^{٢} - ٣} + \frac{٢}{-٤س^{٢} + ٢س}$ (الترتيب تنازلى حسب قوى س)

$= \frac{١٢}{١٢س^{٢} - ٣} + \frac{٢}{-(٤س^{٢} - ٢س)}$

$= \frac{١٢}{٣(٤س^{٢} - ١)} - \frac{٢}{٢س(٢س - ١)}$

$= \frac{٤}{(٢س + ١)(٢س - ١)} - \frac{١}{س(٢س - ١)}$ (التحليل)

مجال د = ح - $\{\frac{-١}{٢} ، ٠ ، \frac{١}{٢}\}$

م.م.أ للمقامات = س (٢س + ١) (٢س - ١)

$\therefore ن(س) = \frac{٤س}{س(٢س + ١)(٢س - ١)} - \frac{٢س + ١}{س(٢س + ١)(٢س - ١)}$

$\therefore ن(س) = \frac{٤س - (٢س + ١)}{س(٢س + ١)(٢س - ١)} = \frac{٤س - ٢س - ١}{س(٢س + ١)(٢س - ١)}$

$= \frac{٢س - ١}{س(٢س + ١)(٢س - ١)} = \frac{١}{س(٢س + ١)}$

ن(٠) ليس لها وجود لأن الصفر $\notin$ مجال الدالة ن ،

$ن(-١) = \frac{١}{-١ \times (-٢ + ١)} = \frac{١}{-١ \times -١} = ١$

ثانيًا : ضرب وقسمة الكسور الجبرية

فكر و ناقش

لكل كسر جبري $ن(س) \neq ٠$ يوجد معكوس ضربي هو مقلوب الكسر ويرمز له بالرمز $ن^{-١}(س)$

فإذا كان $ن(س) = \frac{س + ٢}{س + ٥}$ فإن $ن^{-١}(س) = \frac{س + ٥}{س + ٢}$

حيث مجال $ن = ح - \{-٥\}$ ، مجال $ن^{-١} = ح - \{-٢ ، -٥\}$

ويكون $ن(س) \times ن^{-١}(س) = ١$

مما سبق يمكننا إجراء عمليَّة ضرب أو قسمة كسرين جبريين على النَّحو الآتى :

إذا كان $ن_١$ ، $ن_٢$ كسرين جبريين حيث :

$ن_١(س) = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)}$ ، $ن_٢(س) = \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)}$ فإن :

١) $ن_١(س) \times ن_٢(س) = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)} \times \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)} = \frac{د_١(س) \times د_٣(س)}{د_٢(س) \times د_٤(س)}$

ويكون مجال $ن_١(س) \times ن_٢(س)$ هو $ح - (ص(د_٢) \cup ص(د_٤))$

٢) $ن_١(س) \div ن_٢(س) = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)} \div \frac{د_٣(س)}{د_٤(س)} = \frac{د_١(س)}{د_٢(س)} \times \frac{د_٤(س)}{د_٣(س)}$

ويكون مجال $ن_١(س) \div ن_٢(س)$ هو المجال المشترك لكل من $ن_١$ ، $ن_٢$ ، $ن_٢^{-١}$

أى $ح - (ص(د_٢) \cup ص(د_٣) \cup ص(د_٤))$

أمثلة

٤) إذا كانت $ن(س) = \frac{س + ١}{س^٢ - س - ٢} \times \frac{س^٢ + ٣س - ١٠}{٣س^٢ + ١٦س + ٥}$

فأوجد $ن(س)$ فى أبسط صورة وعين مجالها ثم أوجد $ن(٠)$ ، $ن(-١)$ إن أمكن ذلك.

الحل

$ن(س) = \frac{س + ١}{(س - ٢)(س + ١)} \times \frac{(س + ٥)(س - ٢)}{(٣س + ١)(س + ٥)}$

$= \frac{(س + ١)(س + ٥)(س - ٢)}{(س - ٢)(س + ١)(٣س + ١)(س + ٥)} = \frac{١}{٣س + ١}$ (أبسط صورة)

ومجال $ن = ح - \{-٥ ، -١ ، -\frac{١}{٣} ، ٢\}$ ، $ن(٠) = ١$ ،

$ن(-١)$ ليس لها وجود لأن $-١ \notin$ مجال ن .

⑤ إذا كانت $\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{٢\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} \div \frac{٣\text{س}^{٢} + ٦\text{س} - ٤٥}{٤\text{س}^{٢} - ٩}$

فأوجد ن(س) فى أبسط صورةٍ موضِّحًا مجال ن .

الحل

$\because \text{ن(س)} = \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{٢\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} \div \frac{٣(\text{س}^{٢} + ٢\text{س} - ١٥)}{٤\text{س}^{٢} - ٩}$ $\therefore \text{ن(س)} = \frac{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣)}{\text{س}(٢\text{س} + ٣)} \div \frac{٣(\text{س} + ٥)(\text{س} - ٣)}{(٢\text{س} + ٣)(٢\text{س} - ٣)}$

مجال ن = ح - $\{٠ ، -\frac{٣}{٢} ، \frac{٣}{٢} ، -٥ ، ٣\}$

$\therefore \text{ن(س)} = \frac{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣)}{\text{س}(٢\text{س} + ٣)} \times \frac{(٢\text{س} + ٣)(٢\text{س} - ٣)}{٣(\text{س} + ٥)(\text{س} - ٣)}$

$= \frac{(\text{س} + ٣)(\text{س} - ٣)(٢\text{س} + ٣)(٢\text{س} - ٣)}{٣\text{س}(٢\text{س} + ٣)(\text{س} + ٥)(\text{س} - ٣)} = \frac{(\text{س} + ٣)(٢\text{س} - ٣)}{٣\text{س}(\text{س} + ٥)}$

⑥ أوجد ن (س) فى أبسط صورة مبيناً مجال ن:

$\text{ن (س)} = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}{\text{س}^{٣} - ٢٧} \div \frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٩}$

ثم أوجد ن (٢)، ن (−٢) إن أمكن.

الحل

$\text{ن (س)} = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}{\text{س}^{٣} - ٢٧} \times \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٩}{\text{س} + ٢}$

$= \frac{\text{س}(\text{س} + ٢)}{(\text{س} - ٣)(\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٩)} \times \frac{(\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٩)}{(\text{س} + ٢)}$

$\therefore$ مجال ن = ح − {٣ ، −٢}

$\therefore \text{ن (س)} = \frac{\text{س}}{\text{س} - ٣}$

، $\text{ن (٢)} = \frac{٢}{٢ - ٣} = -٢$

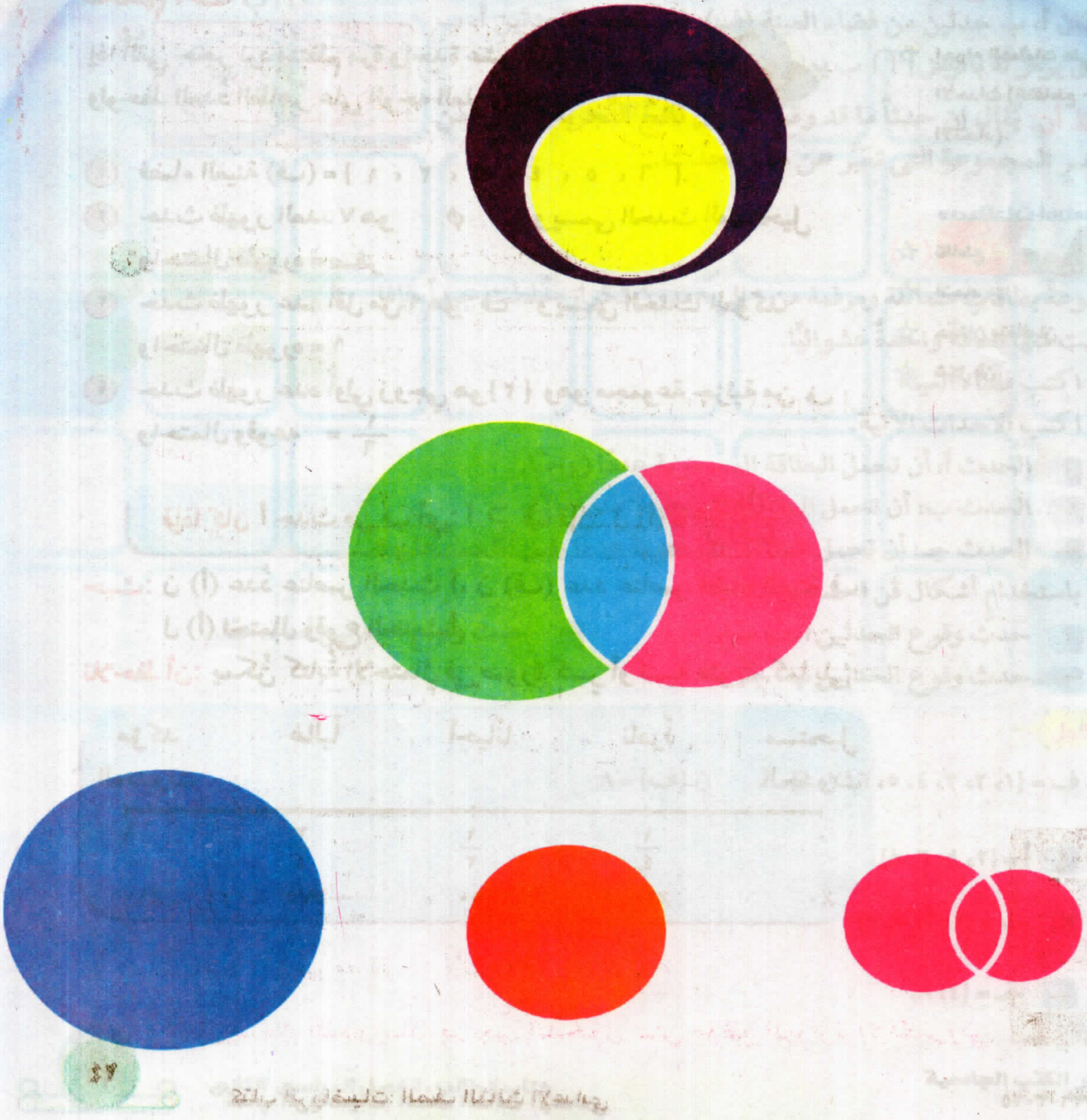
، ن (−٢) غير معرفة لأن −٢ ∉ مجال ن

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

Scan me!

الاحتمال

الوحدة الثالثة: الاحتمال



٣-١

العمليات على الأحداث

- ☆ إجراء العمليات على الأحداث (التقاطع - الاتحاد).

مصطلحات أساسية

- ☆ تقاطع
- ☆ اتحاد
- ☆ حدثان متنافيان
- ☆ شكل فن.

التقاطع و الاتحاد

تعلم أن :

إذا أُلقي حجر نرد منتظم مرة واحدة عشوائيًا.
ولوحظ العددُ الظاهرُ على الوجه العلويِّ فإن:

١ فضاء العينة (ف) = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ }.

٢ حدث ظهور العدد ٧ هو ϕ ويسمى الحدث المستحيل
واحتمال ظهوره = صفر

٣ حدث ظهور عدد أقل من ٩ هو ف ويسمى الحدث المؤكد
واحتمال ظهوره = ١

٤ حدث ظهور عدد أولي زوجي هو { ٢ } وهو مجموعة جزئية من ف
واحتمال وقوعه = $\frac{١}{٦}$

فإذا كان ا حدث من ف أي: ا ⊂ ف فإن: ل (ا) = $\frac{ن (ا)}{ن (ف)}$

حيث: ن (ا) عددُ عناصر الحدث ا، ن (ف) عدد عناصر فضاء العينة ف،
ل (ا) احتمال وقوع الحدث ا

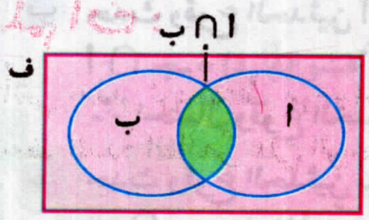
نلاحظ أن: يمكنُ كتابةُ الاحتمالِ فى صورةِ كسرٍ أو نسبة مئويَّة كما يلى:

مؤكد الحدوث	غالباً	أحيانًا	نادراً	مستحيل الحدوث
١	$\frac{٣}{٤}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$	٠
٪١٠٠	٪٧٥	٪٥٠	٪٢٥	٪٠

العملياتُ على الأحداثِ:

حيث إن الأحداث هى مجموعاتٌ جزئيةٌ من فضاء العينة (ف)، لذلك فإن العملياتِ على الأحداثِ هى نفس العملياتِ على المجموعات مثل الاتحاد والتقاطع، وباعتبار فضاء العينة (ف) المجموعة الشاملة نستطيع التعبير عن الأحداث والعمليات عليها بأشكال ڤن كما يلى:

أولاً: التقاطع



إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة (ف) فإن تقاطعَ الحدثينِ أ، ب والذى يرمزُ له بالرمز أ ∩ ب يعنى حدث وقوع أ و ب معًا.

لاحظ أن: يُقال إن حدثاً ما قد وقع إذا كان ناتجُ التَّجربة عنصرًا من عناصرِ المجموعةِ التى تعَبِّر عن هذا الحدث.

مثال (١)

مجموعةُ بطاقاتٍ متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٨ بدون تكرار خُلطت جيداً، فإذا سحبت منها بطاقةٌ واحدةٌ عشوائيًا.

(١) اكتب فضاء العينة

(٢) اكتب الأحداث الآتية.

أ الحدث أ: أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًا.

ب الحدث ب: أن تحمل البطاقةُ المسحوبةِ عددًا أوليًا.

جـ الحدث جـ: أن تحمل البطاقةُ المسحوبةُ عددًا يقبلُ القسمةَ على ٤.

(٣) باستخدامِ أشكال ڤن احسب احتمال:

أ حدث وقوع الحدثين أ، ب معًا.　　ب حدث وقوع الحدثين أ، جـ معًا.

جـ حدث وقوع الحدثين ب، جـ معًا.

الحل

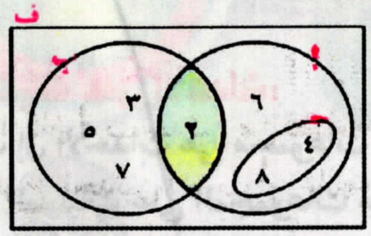
(١) ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨}　،　ن (ف) = ٨

(٢) أ　أ = {٢، ٤، ٦، ٨}

ب　ب = {٢، ٣، ٥، ٧}

جـ　جـ = {٤، ٨}

③ باستخدام شكل ڤن المقابل نجد أن:



أ حدث وقوع الحدثين ا، ب معًا يعنى ا ∩ ب حيث:

ا ∩ ب = {٢} وهى مجموعة ذات عنصر واحد

∴ ن (ا ∩ ب) = ١

∴ احتمال وقوع الحدثين ا، ب معًا = ل (ا ∩ ب)

$= \frac{ن (ا ∩ ب)}{ن (ف)} = \frac{١}{٨}$

ب حدثُ وقوع الحدثين ا، جـ معًا يعنى ا ∩ جـ حيث:

ا ∩ جـ = {٤، ٨}   ∴ ن (ا ∩ جـ) = ٢

∴ احتمال وقوعِ الحدثين ا، جـ معًا = ل (ا ∩ جـ) $= \frac{ن (ا ∩ جـ)}{ن (ف)} = \frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$

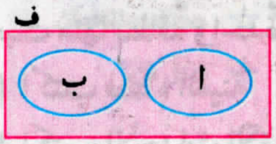
جـ حدث وقوع الحدثينِ ب، جـ معًا يعنى ب ∩ جـ حيث:

ب ∩ جـ = ϕ (لأن ب، جـ مجموعتان منفصلتان أو متباعدتان)، ن (ب ∩ جـ) = صفر

∴ احتمال وقوع الحدثين ب، جـ معًا = ل (ب ∩ جـ) $= \frac{ن (ب ∩ جـ)}{ن (ف)} = \frac{٠}{٨} =$ صفر

لاحظ أن: الحدثين ب، جـ لا يمكن وقوعهما فى آن واحد، ولذلك يقال إن الحدثين ب، جـ حدثان متنافيان.

الأحداثُ المتنافيةُ:



يقال إن الحدثين ا، ب متنافيان إذا كان ا ∩ ب = ϕ

ويكون ل (ا ∩ ب) $= \frac{\text{عدد عناصر } \phi}{\text{عدد عناصر ف}} = \frac{\text{صفر}}{\text{عدد عناصر ف}} =$ صفر

ويقال لعدةِ أحداثٍ أنها متنافية إذا كانت متنافية مثنى مثنى.

مثال ② إذا أُلقى حجر نرد منتظم مرة واحدة عشوائيا، ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى.

أولا: اكتب فضاء العينة ف.

ثانيا: أوجد ما يأتى:

ا : حدث ظهور عدد زوجى.   ب : حدث ظهور عدد فردى.

جـ : حدث ظهور عدد أولى.

ثالثا:

[١] أوجد ل (ا ∩ ب)   [٢] هل الأحداث ا، ب، جـ أحداث متنافية؟

الحل

أولا: ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

ثانيا: ا = {٢، ٤، ٦}

ب = {١، ٣، ٥}

جـ = {٢، ٣، ٥}

ثالثا: [١] ∵ ا ∩ ب = ϕ

∴ ل (ا ∩ ب) = صفر

[٢] ا ∩ جـ = {٢} ، ب ∩ جـ = {٣ ، ٥}

∴ الأحداث ا، ب، جـ غير متنافية.

ثانياً: الاتحاد

إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة (ف) فإن اتحادَ الحدثينِ، والذى يُرمز له بالرمز أ ∪ ب يعنى حدثَ وقوع الحدثين أ أو ب أو كليهما، أى حدث وقوع أحدهما على الأقل.

مثال (٣)

١ تسع بطاقاتٍ متماثلة مرقَّمة من ١ إلى ٩ سحبت منها بطاقةٌ واحدةٌ عشوائيًّا.

أولاً: اكتب فضاء العينة.

ثانياً: اكتب الأحداث الآتية:

أ أن تحمل البطاقة المسحوبة عددًا زوجيًّا.

ب أن تحمل البطاقةُ المسحوبة عددًا يقبل القسمة على ٣.

جـ أن تحمل البطاقةُ المسحوبةُ عددًا أوليًّا أكبر من ٥.

ثالثاً: باستخدام شكلِ ڤن احسب احتمال كل من:

أ حدث وقوع أ أو ب　　　ب حدث وقوع أ أو جـ

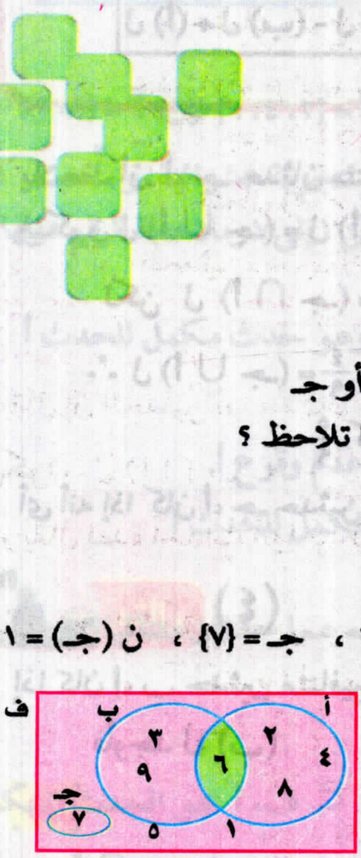
جـ أوجد ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∩ ب)　،　ل (أ ∪ ب) ماذا تلاحظ ؟

الحل

أولاً: ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩}　،　ن (ف) = ٩

ثانياً: أ = {٢، ٤، ٦، ٨}　،　ن (أ) = ٤　،　ب = {٣، ٦، ٩}　،　ن (ب) = ٣　،　جـ = {٧}　،　ن (جـ) = ١

ثالثاً: من شكل ڤن المقابل:



أ حدث وقوع أ أو ب يعنى أ ∪ ب

حيث: أ ∪ ب = {٢، ٣، ٤، ٦، ٨، ٩}، ن(أ ∪ ب) = ٦

∴ احتمال وقوع أ أو ب = ل (أ ∪ ب) = $\frac{\text{ن (أ ∪ ب)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣}$

ب حدثُ وقوع أ أو جـ يعنى أ ∪ جـ وهما مجموعتان منفصلتان.

فيكون أ ∪ جـ = {٢، ٤، ٦، ٨، ٧}　،　ن (أ ∪ جـ) = ٥

∴ احتمال وقوع أ أو جـ = ل (أ ∪ جـ) = $\frac{\text{ن (أ ∪ جـ)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{٥}{٩}$

جـ ل (أ) = $\frac{ن(أ)}{ن(ف)} = \frac{٤}{٩}$ ، ل(ب) = $\frac{ن(ب)}{ن(ف)} = \frac{٣}{٩}$

أ ∩ ب = {٦} ∴ ل (أ ∩ ب) = $\frac{ن(أ ∩ ب)}{ن(ف)} = \frac{١}{٩}$

ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∩ ب) = $\frac{٤}{٩} + \frac{٣}{٩} - \frac{١}{٩} = \frac{٢}{٣}$ (١)

، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٢}{٣}$ (٢)

من (١)، (٢) يكون

ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∩ ب) = ل (أ ∪ ب)

يلاحظُ أن أ، جـ حدثان متنافيان .

فيكون ل (أ ∪ جـ) = ل (أ) + ل (جـ) - ل (أ ∩ جـ) لكن ل (أ ∩ جـ) = صفر

لكن ل (أ ∩ جـ) = صفر

∴ ل (أ ∪ جـ) = $\frac{٤}{٩} + \frac{١}{٩}$ - صفر

= $\frac{٥}{٩}$ كما سبق إيجاده

أى أنه إذا كان أ، جـ حدثين متنافيين فإن ل (أ ∪ جـ) = ل (أ) + ل(جـ)

مثال (٤)

إذا كان أ، ب حدثين متنافيين من تجربة عشوائية ما، وكان ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٢}$ فأوجد ل (ب).

الحل

∵ أ ∩ ب = ϕ

∴ ل (أ) + ل (ب) = ل (أ ∪ ب)

$\frac{١}{٣}$ + ل (ب) = $\frac{٧}{١٢}$

∴ ل (ب) = $\frac{٧}{١٢} - \frac{٤}{١٢} = \frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

الحدث المكمل، والفرق بين حدثين

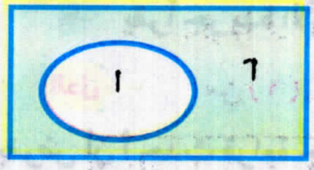
سوف تتعلم

- مفهوم الحدث المكمل
- مفهوم الفرق بين حدثين

مصطلحات أساسية

- حدث مكمل
- فرق بين حدثين

لاحظ أن :



فى شكل فن المقابل:

إذا كانت ف المجموعة الشاملة، أ ⊂ ف

فإن مكمله المجموعة أ هى أ̄ ويلاحظ أن:

(١) أ ∪ أ̄ = ف ، أ ∩ أ̄ = ϕ

(٢) إذا كانت ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧} ، أ = {٢، ٤، ٦} فإن: أ̄ = {١، ٣، ٥، ٧}

مما سبق نلاحظُ أن: إذا كان ف فضاء العينةِ لتجربة عشوائية، و سحبت كرة واحدة من صندوق به كرات متماثلة، ومرقمة من ١ إلى ٧ وملاحظة الرقم عليها.

أ حدث ظهور عدد زوجى: أ = {٢، ٤، ٦}

أ̄ حدث ظهور عدد فردى: أ̄ = {١، ٣، ٥، ٧} وهو حدث مكمل للحدث أ

ثالثا: الحدثُ المكمل:

الحدثُ المكمل للحدث أ هو أ̄ وهو حدث عدم وقوع أ.

أى أن: إذا كان أ ⊂ ف فإن أ̄ هو الحدث المكمل للحدث أ

حيث أ ∪ أ̄ = ف ، أ ∩ أ̄ = ϕ

أى أن الحدث والحدث المكمل له هما حدثان متنافيان.

مثال ١

إذا كان ف فضاء العينة لتجربةٍ عشوائية، أ ⊂ ف، أ̄ هو الحدث المكمل للحدث أ، ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

أكمل الجدول التالى وسجِّل ملاحظاتك. (بكراسة الفصل)

الحدث أ	الحدث أ̄	ل (أ)	ل (أ̄)	ل (أ) + ل (أ̄)
{٢، ٤، ٦}	{١، ٣، ٥}	٣/٢	١/٢	١
{١، ٢، ٣، ٤، ٥}	{٣، ٦}	٢/٣	١/٣	
{٥}		١/٦		
{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}			صفر	

من الجدولِ السابقِ لاحظ ان: ل (أ) + ل (أ̄) = ١ **فيكون:** ل (أ̄) = ١ - ل (أ) ، ل (أ) = ١ - ل (أ̄)

ملاحظة: ل (أ) + ل (أ̄) = ل (ف) = ١

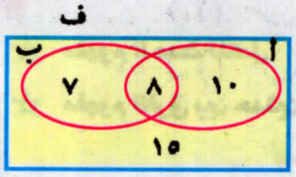
مثال ٢

١ فصلٌ دراسيٌّ به ٤٠ تلميذاً منهم ١٨ تلميذاً يقرءون جريدة الأخبار، ١٥ تلميذاً يقرءون جريدةَ الأهرام، ٨ تلاميذ يقرءون الجريدتين معًا. فإذا اختير تلميذ عشوائي من هذا الفصل، احسب احتمال أن يكون التلميذ:

أ يقرأ جريدة الأخبار. ب لا يقرأ جريدة الأخبار.

جـ يقرأ جريدة الأهرام. د يقرأ الجريدتين معًا.

الحل



بفرض أن أ حدث قراءة جريدة الأخبار ، ب حدث قراءة جريدة الأهرام

فيكون أ ∩ ب هو حدث قراءة الجريدتين معًا.

ويكون ن (ف) = ٤٠ ، ن (أ) = ١٨ ، ن (ب) = ١٥ ، ن (أ ∩ ب) = ٨

أ الحدث أ: يقرأ جريدة الأخبار فيكون ل (أ) = $\frac{\text{ن (أ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{١٨}{٤٠}$ = $\frac{٩}{٢٠}$

ب لا يقرأ جريدة الأخبار حدث مكمل للحدث أ وهو أ̅

∴ ل (أ̅) = $\frac{\text{عدد عناصر المجموعة أ̅}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{١٥ + ٧}{٤٠}$ = $\frac{٢٢}{٤٠}$ = $\frac{١١}{٢٠}$

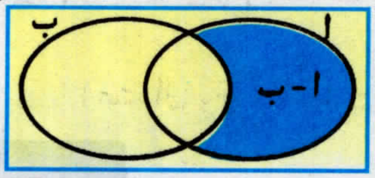
حل آخر: ل (أ̅) = ١ - ل (أ) = ١ - $\frac{٩}{٢٠}$ = $\frac{١١}{٢٠}$

جـ الحدث ب: يقرأ جريدة الأهرام فيكون: ل (ب) = $\frac{\text{ن (ب)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{١٥}{٤٠}$ = $\frac{٣}{٨}$

د الحدث أ ∩ ب يعنى قراءة الجريدتين معًا

∴ ل (أ ∩ ب) = $\frac{\text{ن (أ ∩ ب)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{٨}{٤٠}$ = $\frac{١}{٥}$

فكر هل حدث أن يقرأ جريدة الأخبارِ يعنى حدث أن يقرأ جريدةَ الأخبارِ فقط؟ فسر إجابتك.



لاحظ أن: حدث أن يقرأ جريدةَ الأخبار يمثل بشكل ڤن المقابل بالمجموعة أ بينما حدث أن يقرأ جريدة الأخبار فقط تعنى قراءة جريدة الأخبار دون قراءة أى جريدة أخرى وتمثل بالمجموعة أ - ب

وتقرأ أ فرق ب

رابعا: الفرق بين حدثين

إذا كان أ، ب حدثين من ف فإن أ - ب هو حدث وقوع أ وعدم وقوع ب أى حدث وقوع أ فقط.

لاحظ أن: (أ - ب) ∪ (أ ∩ ب) = أ

مثال ٣

إذا كان : ا ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما وكان ل(ا) = ٠,٧ ، ل (ا ∩ ب) = ٠,٣
فأوجد : ل(ا − ب)

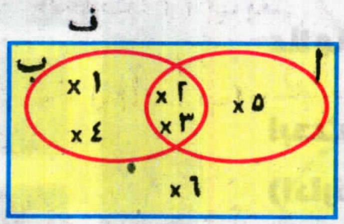
الحل:

∵ (ا − ب) ∪ (ا ∩ ب) = ا
∴ ل(ا − ب) + ل (ا ∩ ب) = ل (ا)
∴ ل(ا − ب) + ٠,٣ = ٠,٧
∴ ل(ا − ب) = ٠,٧ − ٠,٣ = ٠,٤

مثال ٤

فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإذا كان ا هو حدث الحصول على عدد أولى ، ب هو حدث الحصول على عدد أقل من ٥
فأوجد :
(١) احتمال وقوع الحدث ا فقط
(٢) احتمال وقوع الحدث ب فقط

الحل



ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}،
ا = {٢ ، ٣ ، ٥} ، ب = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

(١) حدث وقوع الحدث ا فقط = ا − ب = {٥} ∴ ن (ا − ب) = ١

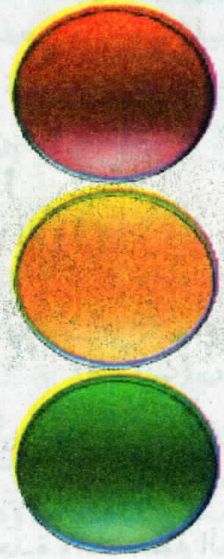
احتمال وقوع الحدث ا فقط = ل (ا − ب) = $\frac{\text{ن (ا − ب)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{١}{٦}$

(٢) حدث وقوع الحدث ب فقط = ب − ا = {١ ، ٤} ∴ ن (ب − ا) = ٢

احتمال وقوع الحدث ب فقط = $\frac{\text{ن (ب − ا)}}{\text{ن (ف)}} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

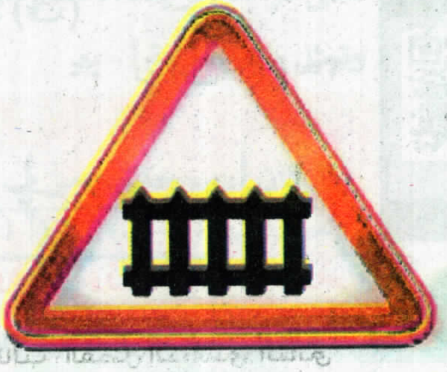
لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكترونى

الوحدة الرابعة: الدائرة



يجب أن يعرف سائقو السيارات دلالة علامات المرور جيدا والتمييز بينها

ابحث فى مصادر المعرفة المختلفة (ادارة المرور - المكتبة- الانترنت ...) عن دلالة علامات المرور



٤ - ١

تعاريف ومفاهيم أساسية

سوف تتعلم

- المفاهيم الأساسية المتعلقة بالدائرة.
- مفهوم محور التماثل فى الدائرة.

مصطلحات أساسية

- دائرة
- سطح دائرة
- نصف قطر دائرة
- وتر
- قطر دائرة
- محور تماثل دائرة

فكر و ناقش

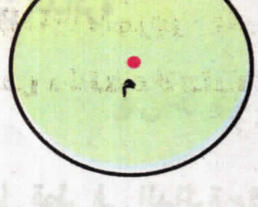
قام يوسف بتشغيل برنامج Google Earth على حاسبه الآلى لدراسة جغرافية مصر. لاحظ يوسف وجود بعض المسطحات الخضراء الدائرية الشكل بجوار المناطق الصحراوية، فسأل والده عنها.

قال الوالد: تعلم أن قطرة ماء تعنى ينبوع حياة، لذلك نرشد استهلاك المياه، فنروى الأراضى بطريقة الرى المحورى (رى بالرش)، وفيها تدور عجلات آلة الرى حول نقطة ثابتة فترسم هذه الدوائر.

١ كيف يمكنك رسم دائرة منتصف ملعب كرة القدم؟

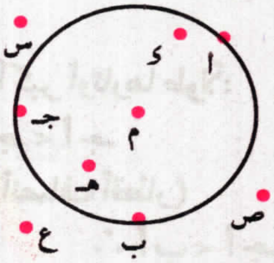
٢ ما دورك فى ترشيد استهلاك المياه؟

الدائرة: هى مجموعة نقط المستوى التى تبعد بعدًا ثابتًا عن نقطة ثابتة من المستوى تسمى **"مركز الدائرة"** ويسمى البعد الثابت **"طول نصف قطر الدائرة"**.



يرمز للدائرة عادة بمركزها، فنقول الدائرة م لنعنى الدائرة التى مركزها النقطة م. كما فى الشكل المقابل.

عند رسم دائرة م فى المستوى، فإنها تقسم نقاط المستوى إلى ثلاث مجموعات من النقاط كما بالشكل، وهى:



١ مجموعة النقط داخل الدائرة

مثل النقط: م، ء، هـ، ....

٢ مجموعة النقط على الدائرة

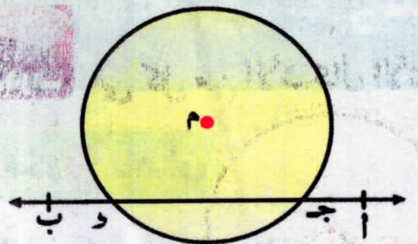
مثل النقط: أ، ب، جـ، ....

٣ مجموعة النقط خارج الدائرة

مثل النقط: س، ص، ع، ....

سطح الدائرة: هو مجموعة نقط الدائرة ∪ مجموعة النقط داخل الدائرة.

مثال ١

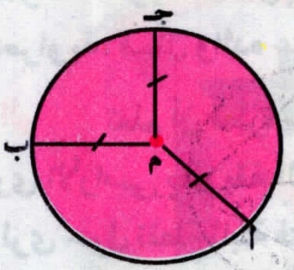


في الشكل المقابل، لاحظ أن:

(١) $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ الدائرة م = {جـ ، ء} (٢) $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ سطح الدائرة م = $\overline{جـء}$

(٣) م ∉ الدائرة م، م ∈ سطح الدائرة م

نصف قطر الدائرة: هو القطعة المستقيمة التي طرفاها (نهايتاها) مركز الدائرة وأي نقطة على الدائرة.



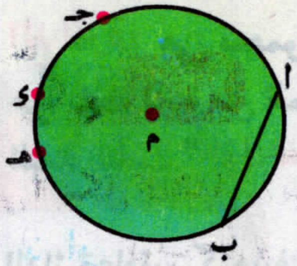
في الشكل المقابل $\overline{مأ}$ ، $\overline{مب}$ ، $\overline{مجـ}$ أنصاف أقطار للدائرة م حيث:

م أ = م ب = م جـ = طول نصف قطر الدائرة (نق)

تتطابق الدائرتان إذا تساوى طولا نصفي قطريهما

الوتر: هو القطعة المستقيمة التي طرفاها (نهايتاها) أي نقطتين على الدائرة

تدرب

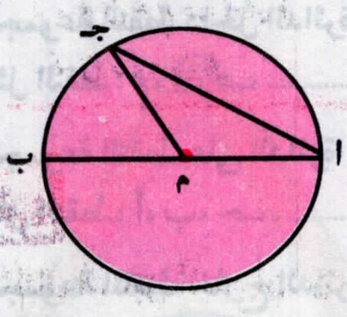


في الشكل المقابل:

ارسم جميع أوتار الدائرة التي تمر بأزواج النقط أ ، ب ، جـ ، ء ، هـ

القطر: هو الوتر المار بمركز الدائرة

تدرب



(١) أي الأوتار في الشكل المقابل قطر في الدائرة م؟

(٢) ما عدد أقطار أي دائرة؟

(٣) لإثبات أن قطر الدائرة هو أكبر أوتارها طولاً:

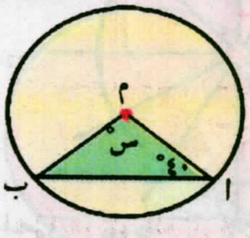
في المثلث أ م جـ: أ م + م جـ > أ جـ

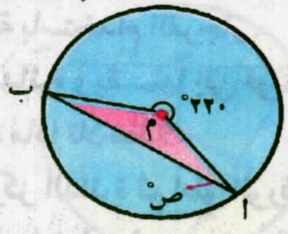
في الدائرة م: جـ م = ب م (أنصاف أقطار)

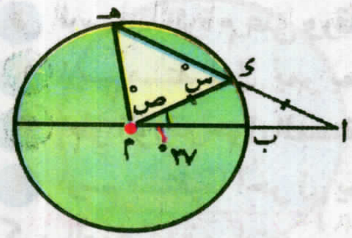
فيكون: أ م + م ب > أ جـ ∴ أ ب > أ جـ

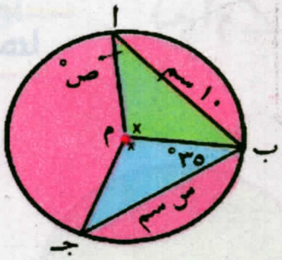
تدرب

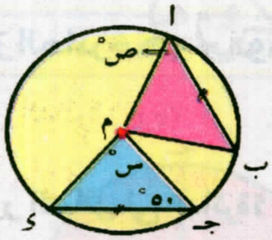
فى كل من الأشكال الآتية أوجد قيمة الرمز المستخدم فى القياس:

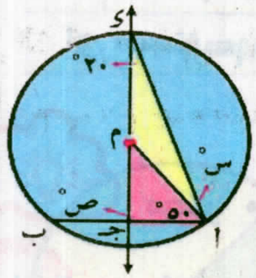




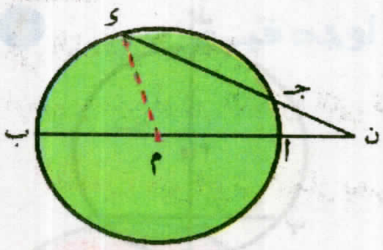








مثال ١



فى الشكل المقابل: $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م. $\overleftarrow{بأ} \cap \overleftarrow{ى جـ} = \{ن\}$.

أثبت أن: ن ب > ن ى

الحل

نرسم نصف القطر $\overline{م ى}$ ، فى Δ ن م ى: م ن + م ى > ن ى

∵ م ب = م ى (أنصاف أقطار)

∴ م ن + م ب > ن ى

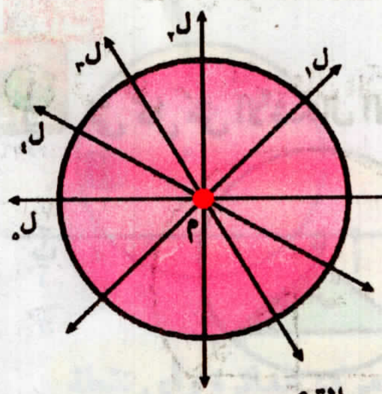
∴ ن ب > ن ى (وهو المطلوب)

تدرب

فى المثال السابق أثبت أن: ن جـ > ن أ.

التماثل فى الدائرة

نشاط ١



١ ارسم الدائرة م على ورقه شفافة باستخدام الفرجار.

٢ ارسم مستقيمًا ل١ يمر بمركز الدائرة و يقسمها إلى قوسين.

٣ اطوِ الورقة حول المستقيم ل١، ماذا تلاحظ؟

٤ ارسم مستقيمًا آخر ل٢ يمر بمركز الدائرة ثم اطوِ الورقة حوله .

كرر العمل عدة مرات برسم المستقيمات ل٣، ل٤، .... ماذا تلاحظ فى كل حالة؟

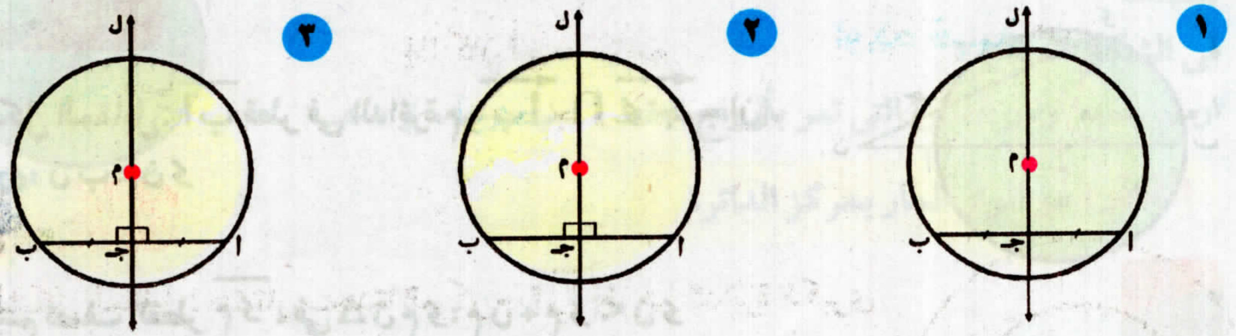
من النشاط السابق نستنتج أن:

أى مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها

فكر ما عدد محاور التماثل فى الدائرة؟

نشاط ٢

ادرس كلاً من الأشكال التالية (المعطيات كما بالرسم)، ماذا تستنتج؟



نتائج هامة

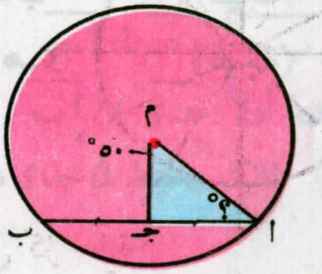
من ١	المستقيم المار بمركز الدائرة وبمنتصف أى وتر فيها يكون عموديًا على هذا الوتر.
من ٢	المستقيم المار بمركز الدائرة عموديًا على أى وتر فيها ينصف هذا الوتر.
من ٣	المستقيم العمودى على أى وتر فى الدائرة من منتصفه يمر بمركز الدائرة.

تدرب

أجب في كراسة الفصل:

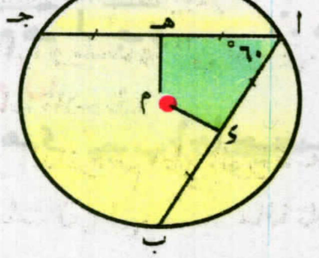
١ في كل من الأشكال الآتية م دائرة

أ



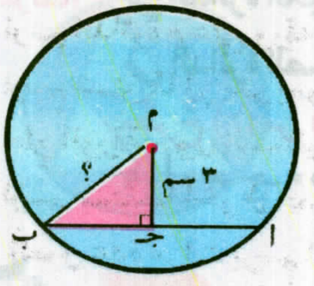
أوجد ق (∠ م أ جـ)

ب



أوجد ق (∠ ى م هـ)

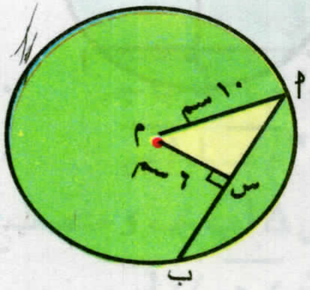
جـ



إذا كان أ ب = ٨سم

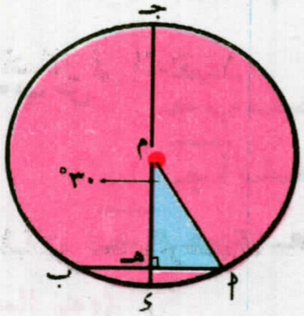
أوجد م ب

د



أوجد أ ب

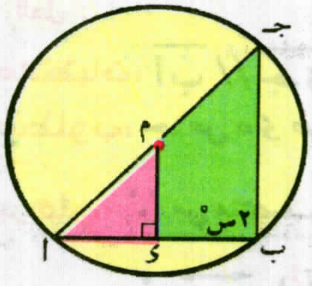
هـ



إذا كان أ ب = ١٠سم

أوجد جـ ى

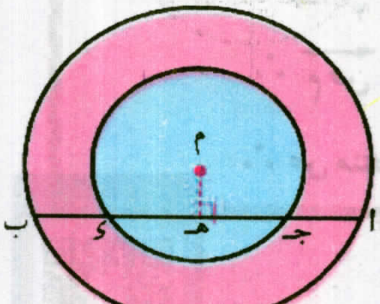
و



أوجد قيمة س

مثال ٢

فى الشكل المقابل: دائرتان متحدتا المركز م، $\overline{أب}$ وتر فى الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى فى جـ، ى. أثبت أن: أ جـ = ب ى



الحل

المعطيات: $\overline{أب}$ ∩ الدائرة الصغرى = {جـ، ى}

المطلوب: أ جـ = ب ى

العمل: نرسم $\overline{م هـ} \perp \overline{اب}$ تقطعها فى هـ.

البرهان: فى الدائرة الكبرى $\overleftrightarrow{م هـ} \perp \overline{اب}$ ∴ هـ ا = هـ ب (١) (نتيجة)

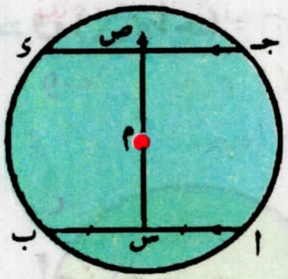
فى الدائرة الصغرى $\overleftrightarrow{م هـ} \perp \overline{جـ ى}$ ∴ هـ جـ = هـ ى (٢) (نتيجة)

بطرح (٢) من (١) ينتج أن:

هـ ا - هـ جـ = هـ ب - هـ ى ∴ ا جـ = ب ى (وهو المطلوب)

مثال ٣

فى الشكل المقابل: م دائرة، $\overline{اب}$ // $\overline{جـ ى}$ ، س منتصف $\overline{اب}$ رسم $\overleftarrow{س م}$ فقطع $\overline{جـ ى}$ فى ص. **أثبت أن** ص منتصف $\overline{جـ ى}$



الحل

المعطيات: $\overline{اب}$ // $\overline{جـ ى}$ ، ا س = ب س

المطلوب: جـ ص = ى ص

البرهان: ∵ س منتصف $\overline{اب}$

∴ $\overline{م س} \perp \overline{اب}$

∵ $\overline{اب}$ // $\overline{جـ ى}$ ، $\overleftrightarrow{س ص}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ى ص س) = ق (∠ ا س ص) = ٩٠° بالتبادل

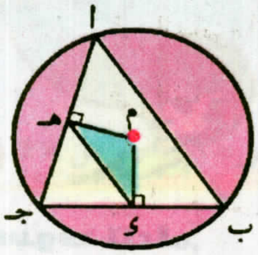
∴ $\overleftrightarrow{م ص} \perp \overline{جـ ى}$

∴ ص منتصف $\overline{جـ ى}$ (وهو المطلوب)

مثال ٤

في الشكل المقابل: أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة مركزها م،

م ى ⊥ ب جـ، م هـ ⊥ أ جـ



اثبت أن: أولاً: هـ ى // أ ب

ثانيًا: محيط Δ جـ ى هـ = $\frac{1}{2}$ محيط Δ أ ب جـ

الحل

المعطيات: م ى ⊥ ب جـ، م هـ ⊥ أ جـ

المطلوب: أولاً: هـ ى // أ ب

ثانيًا: محيط Δ جـ ى هـ = $\frac{1}{2}$ محيط Δ أ ب جـ

البرهان:

أولاً: ∵ م ى ⊥ ب جـ ∴ ى منتصف ب جـ (١)

∵ م هـ ⊥ أ جـ ∴ هـ منتصف أ جـ (٢)

في Δ أ ب جـ، ى منتصف ب جـ، هـ منتصف أ جـ

∴ ى هـ // أ ب (وهو المطلوب أولاً)

، ى هـ = $\frac{1}{2}$ أ ب (٣)

ثانيًا: من (١)، (٢)، (٣):

∴ محيط Δ جـ ى هـ = جـ ى + جـ هـ + هـ ى = $\frac{1}{2}$ جـ ب + $\frac{1}{2}$ أ جـ + $\frac{1}{2}$ أ ب

= $\frac{1}{2}$ (جـ ب + أ جـ + أ ب)

= $\frac{1}{2}$ محيط Δ أ ب جـ

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

٤ - ٢

أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة

سوف تتعلم

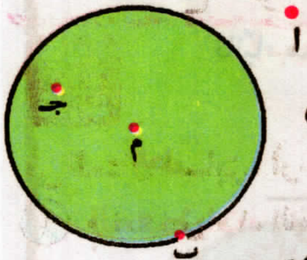
- ☆ تحديد وضع نقطة بالنسبة لدائرة.
- ☆ تحديد وضع مستقيم بالنسبة لدائرة.
- ☆ تحديد علاقة المماس بنصف قطر الدائرة.
- ☆ تحديد وضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى.
- ☆ علاقة خط المركزين بالوتر المشترك والمماس المشترك.

مصطلحات أساسية

- ☆ نقطة تقع خارج دائرة
- ☆ نقطة تقع على دائرة
- ☆ نقطة تقع داخل دائرة
- ☆ دائرتان متباعدتان
- ☆ دائرتان متقاطعتان
- ☆ دائرتان متماستان
- ☆ مماس مشترك
- ☆ خط المركزين
- ☆ وتر مشترك

أولا: وضع نقطة بالنسبة لدائرة.

فكر و ناقش

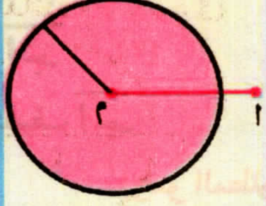


فى الشكل المقابل، الدائرة م تجزئ نقاط المستوى إلى ثلاث مجموعات من النقاط.

1. كيف تحدد وضع النقاط: أ، ب، جـ بالنسبة للدائرة م؟
2. ما العلاقة بين (م أ، نق)، (م ب، نق)، (م جـ، نق)؟

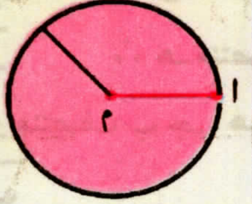
إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها نق، وكانت أ نقطة فى مستوى الدائرة، فإن:

١ أ تقع خارج الدائرة



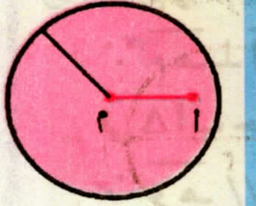
ويكون: م أ > نق
والعكس صحيح

٢ أ تقع على الدائرة



ويكون: م أ = نق
والعكس صحيح

٣ أ تقع داخل الدائرة

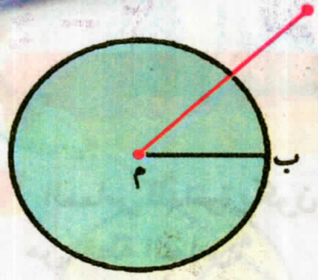


ويكون: م أ < نق
والعكس صحيح

لاحظ الآتي:

إذا كانت م دائرة، طول نصف قطرها = ٤ سم، أ نقطة فى مستواها فإنه:

1. إذا كان: م أ = ٤سم، فأين تقع أ من الدائرة م، مع ذكر السبب
2. إذا كان: م أ = ٢√٢ سم، فأين تقع أ من الدائرة م، مع ذكر السبب
3. إذا كان: م أ = ٣√٢ سم، فأين تقع أ من الدائرة م، مع ذكر السبب
4. إذا كان: م أ = صفرًا، فأين تقع أ من الدائرة م، ماذا تلاحظ؟



مثال ١

إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها ٥سم، أ نقطة فى مستوى الدائرة،
م أ = ٢س - ٣ من السنتيمترات. **أوجد** قيم س عندما تقع أ خارج الدائرة.

الحل

∵ نقطة أ تقع خارج الدائرة م ∴ م أ > ٥ فيكون: ٢س - ٣ > ٥ أى أن: ٢س > ٨ ∴ س > ٤

تدرب

فى المثال السابق، أوجد قيمة س فى الحالات التالية:

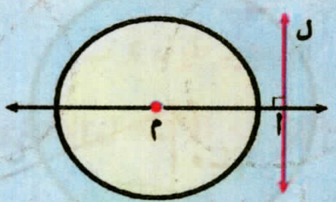
(١) م أ = ٢س + ١، النقطة أ على الدائرة. (٢) م أ = ٨س - ٢٧، النقطة أ داخل الدائرة.

ثانيًا: وضع مستقيم بالنسبة لدائرة:

إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها نق، ل مستقيم فى مستويها، $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ⊥ ل حيث $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ∩ ل = {أ}، فإن:

(١) المستقيم ل يقع خارج الدائرة م

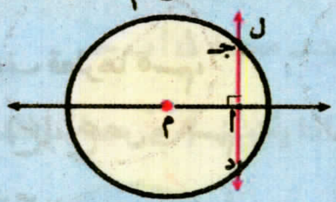
ل ∩ الدائرة م = ∅



ويكون: م أ > نق
والعكس صحيح

(٢) المستقيم ل قاطع للدائرة م

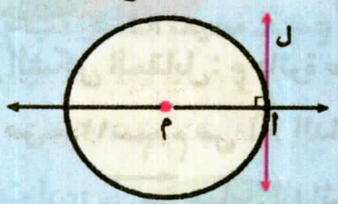
ل ∩ الدائرة م = {جـ، ى}



ويكون: م أ < نق
والعكس صحيح

(٣) المستقيم ل مماس للدائرة م

ل ∩ الدائرة = {أ}



ويكون: م أ = نق
والعكس صحيح

فكر فى كل من الحالات السابقة، أوجد ل ∩ سطح الدائرة م.

لاحظ الآتي:

إذا كانت م دائرة طول نصف قطرها ٧سم، $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ ⊥ ل حيث أ ∈ ل؛ فإنه:

(١) **إذا كان** م أ = ٤ $\sqrt{٣}$ سم فاذكر موضع المستقيم ل من الدائرة م

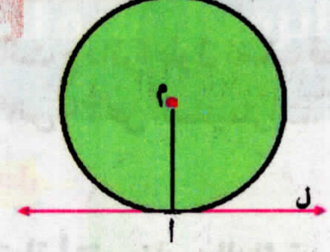
(٢) **إذا كان** م أ = ٣ $\sqrt{٧}$ سم فاذكر موضع المستقيم ل من الدائرة م

(٣) **إذا كان** ٢ م أ - ٥ = ٩ فاذكر موضع المستقيم ل من الدائرة م

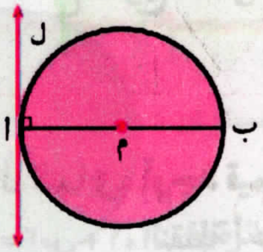
(٤) **إذا كان** المستقيم ل يقطع الدائرة م، م أ = ٣س - ٥ فما قيمة س؟

(٥) إذا كان المستقيم ل مماسًا للدائرة م، م أ = $س^٢$ - ٢ فما قيمة س؟

حقائق هامة



١ المماس للدائرة يكون عموديًا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.



١ المستقيم العمودى على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون مماسًا للدائرة.

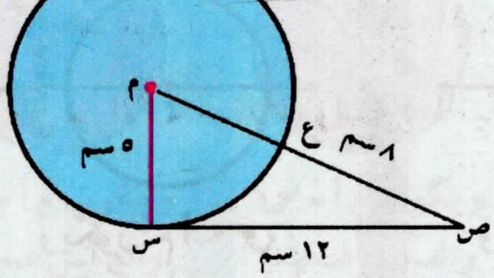
فكر

١ كم مماسًا يمكن رسمه للدائرة م؟

أولاً: من نقطة على الدائرة. ثانيًا: من نقطة خارج الدائرة.

٢ ما العلاقة بين المماسين المرسومين للدائرة من نهايتى أى قطر فيها؟

مثال ٢



فى الشكل المقابل: م دائرة طول نصف قطرها ٥سم، س ص = ١٢سم، $\overline{\text{م ص}}$ ∩ الدائرة م = {ع}، ع ص = ٨سم.

أثبت أن: $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة م عند س.

الحل

∵ $\overline{\text{م ص}}$ ∩ الدائرة م = {ع} ∴ م ص = م ع + ع ص

∵ م ع = م س = ٥سم (أنصاف أقطار) ∴ م ص = ٥ + ٨ = ١٣سم

∵ (م ص)^٢ = (١٣)^٢ = ١٦٩ ، (م س)^٢ = (٥)^٢ = ٢٥ ، (س ص)^٢ = (١٢)^٢ = ١٤٤

∴ (م س)^٢ + (س ص)^٢ = ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩ = (م ص)^٢

∴ ق (∠ م س ص) = ٩٠° (عكس نظرية فيثاغورث)

∵ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ ⊥ $\overline{\text{م س}}$

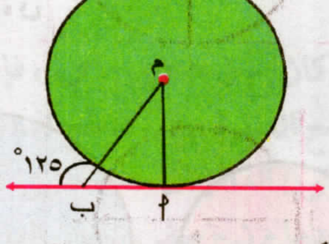
∴ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة عند س (وهو المطلوب)

تدرب

أجب عن السؤالين التاليين في كراسة الفصل:

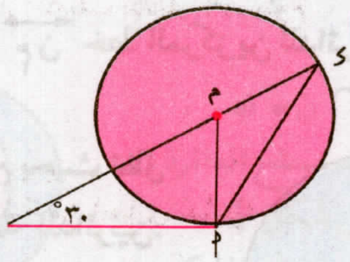
١ في كل من الأشكال الآتية، م دائرة، $\overleftrightarrow{أب}$ مماس:

أ



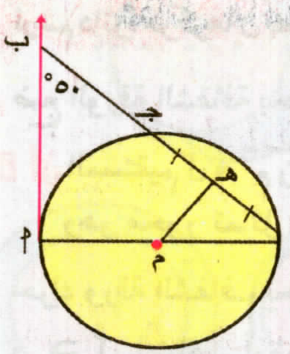
أوجد ق(∠ ا م ب)

ب



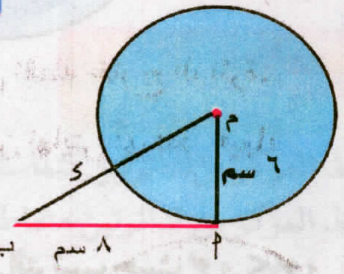
أوجد ق(∠ ا ى ب)

جـ



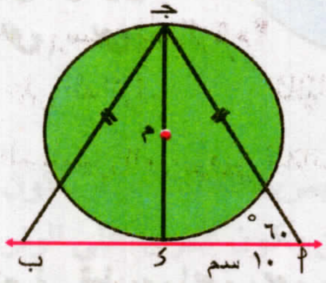
أوجد ق(∠ ا م هـ)

د



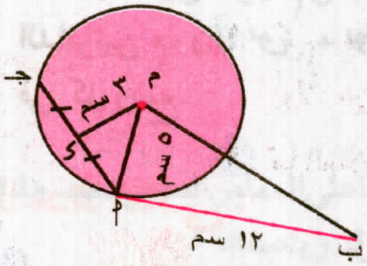
أوجد طول $\overline{ى ب}$

هـ



أوجد محيط △ ا ب جـ

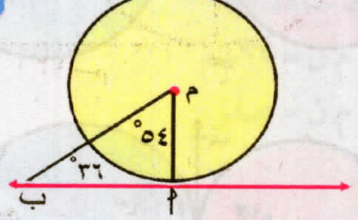
و



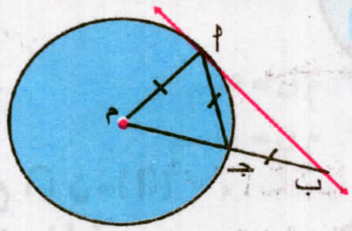
أوجد محيط الشكل ا ب م ى

٢ في كل من الأشكال الآتية وضح لماذا يكون $\overleftrightarrow{أب}$ مماسًا للدائرة م:

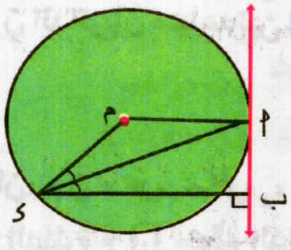
أ



ب

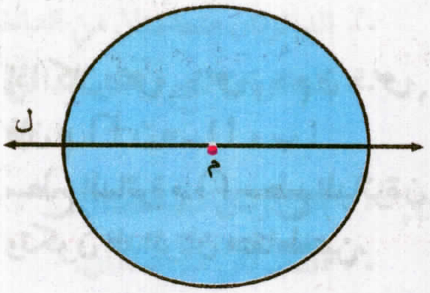


جـ



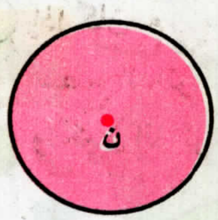
ثالثًا: وضع دائرة بالنسبة لدائرة أخرى

تدرب



١ ارسم دائرة مركزها م بطول نصف قطر مناسب = نق سم.

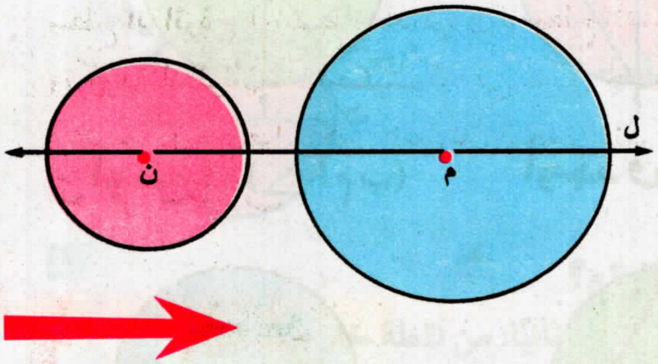
٢ ارسم أحد محاور تماثل الدائرة م وليكن المستقيم ل كما في الشكل المقابل.



٣ على ورقة شفافة،
ارسم دائرة مركزها ن بطول نصف قطر مناسب = نق$_2$ سم حيث نق$_2$ < نق$_1$.

٤ ضع الورقة الشفافة بحيث تنتمى النقطة ن إلى المستقيم ل .

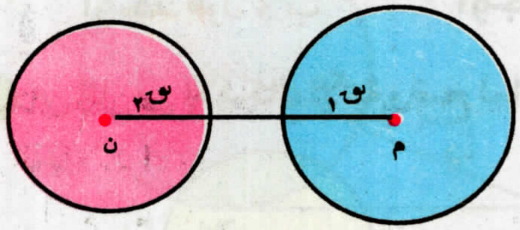
لاحظ أن المستقيم ل = $\overleftrightarrow{م ن}$ ويسمى $\overleftrightarrow{م ن}$ خط المركزين للدائرتين م، ن وهو محور تماثل لهما.



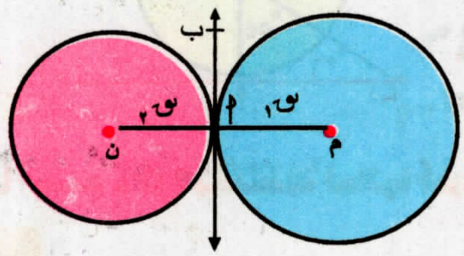
٥ حرك ورقة الشفاف نحو الدائرة م بحيث تظل ن ∈ ل لتشاهد أوضاعًا مختلفة للدائرتين.
قس طول $\overline{م ن}$ فى كل حالة.
ما العلاقة بين طول $\overline{م ن}$ (البعد بين مركزى الدائرتين م، ن)، نق$_1$ + نق$_2$ أو نق$_1$ - نق$_2$ فى كل وضع.

لاحظ الآتى :

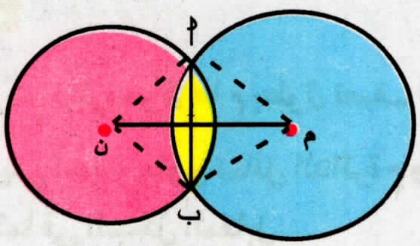
إذا كان م، ن دائرتين فى المستوى، طولا نصفى قطريهما نق$_1$، نق$_2$ على الترتيب حيث نق$_1$ > نق$_2$ فإنه:



١ إذا كان: م ن > نق$_1$ + نق$_2$، فإن م ∩ ن = ∅ ،
سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = ∅
وتكون الدائرتان متباعدتين.

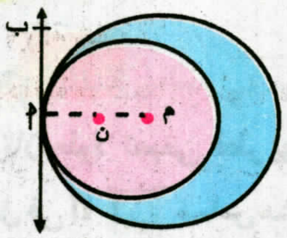


٢ إذا كان: م ن = نق$_1$ + نق$_2$، فإن م ∩ ن = {أ} ،
سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = {أ}
وتكون الدائرتان متماستين من الخارج.

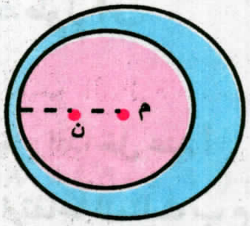


٣ إذا كان: نق$_1$ - نق$_2$ < م ن < نق$_1$ + نق$_2$،
فإن م ∩ ن = {أ ، ب}
سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = سطح المنطقة الصفراء
وتكون الدائرتان متقاطعتين.

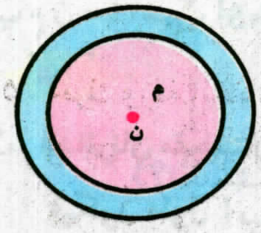
٤ إذا كان: م ن = $\text{نق}_1 - \text{نق}_2$، فإن م $\cap$ ن = { أ } ،
سطح الدائرة م $\cap$ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن
وتكون الدائرتان متماستين من الداخل.



٥ إذا كان: م ن < $\text{نق}_1 - \text{نق}_2$، فإن م $\cap$ ن = ϕ ،
سطح الدائرة م $\cap$ سطح الدائرة ن = سطح الدائرة ن
وتكون الدائرتان متداخلتين كما فى شكل أ
وعندما م ن = صفر، تكون الدائرتان متحدتى المركز.
كما فى شكل ب



أ



ب

نتائج

١ خط المركزين لدائرتين متماستين يمر بنقطة التماس و يكون عموديًا على المماس المشترك عند هذه النقطة.
٢ خط المركزين لدائرتين متقاطعتين يكون عموديًا على الوتر المشترك وينصفه.

مثال ٣

دائرتان م، ن طولا نصفى قطريهما ٩سم، ٤سم على الترتيب، بين وضع كل منهما بالنسبة للأخرى فى الحالات الآتية:

أ م ن = ١٣سم   ب م ن = ٥سم   جـ م ن = ٣سم
د م ن = صفر   هـ م ن = ١٠سم   و م ن = ١٥سم

الحل

$\because$ نق_1 = ٩سم، نق_2 = ٤سم $\therefore$ $\text{نق}_1 + \text{نق}_2$ = ١٣سم، $\text{نق}_1 - \text{نق}_2$ = ٥سم

أ م ن = ١٣سم $\therefore$ م ن = $\text{نق}_1 + \text{نق}_2$ $\therefore$ الدائرتان متماستان من الخارج.

ب م ن = ٥سم $\therefore$ م ن = $\text{نق}_1 - \text{نق}_2$ $\therefore$ الدائرتان متماستان من الداخل.

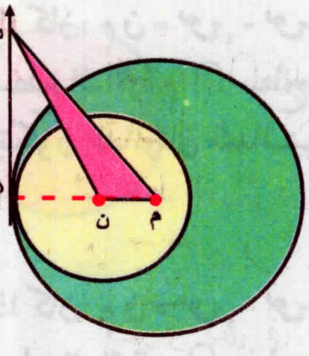
جـ م ن = ٣سم $\therefore$ م ن < $\text{نق}_1 - \text{نق}_2$، م ن $\neq$ ٠ $\therefore$ الدائرة ن تقع داخل الدائرة م.

د م ن = صفر $\therefore$ الدائرتان متحدتا المركز.

هـ م ن = ١٠سم $\therefore$ $\text{نق}_1 - \text{نق}_2$ < م ن < $\text{نق}_1 + \text{نق}_2$ $\therefore$ الدائرتان متقاطعتان.

و م ن = ١٥سم $\therefore$ م ن > $\text{نق}_1 + \text{نق}_2$ $\therefore$ الدائرتان متباعدتان.

مثال ٤



م، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ١٠سم، ٦سم على الترتيب ومتماستان من الداخل فى أ، أب مماس مشترك لهما عند أ. إذا كانت مساحة المثلث ب م ن = ٢٤سم²، **أوجد** طول أب .

الحل

∵ الدائرتان متماستان من الداخل عند أ ∴ أ ∈ م ن ، م ن ⊥ أب

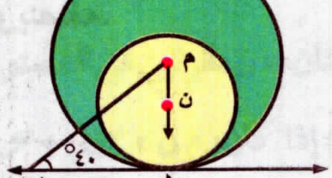
فيكون طول أب ارتفاعًا للمثلث ب م ن الذى قاعدته م ن حيث: م ن = ١٠ - ٦ = ٤ سم **(لماذا؟)**

مساحة Δ ب م ن = $\frac{1}{2}$ × م ن × أب ∴ ٢٤ = $\frac{1}{2}$ × ٤ × أب ∴ أب = ١٢ سم

تدرب أجب عن الآتي في كراسة الفصل:

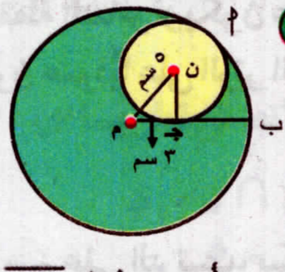
فى كل من الأشكال الآتية الدوائر متماسة مَثْنَى مَثْنَى، باستخدام معلومات كل شكل

١



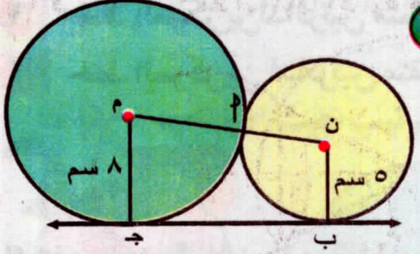
أوجد ق (∠ ب م ن)

٢



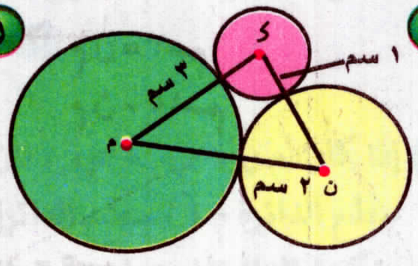
أوجد طول ب جـ

٣



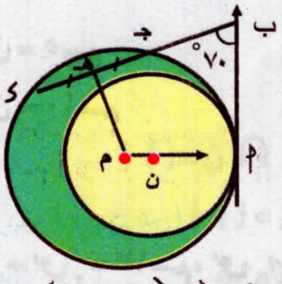
أوجد طول ب جـ

٤



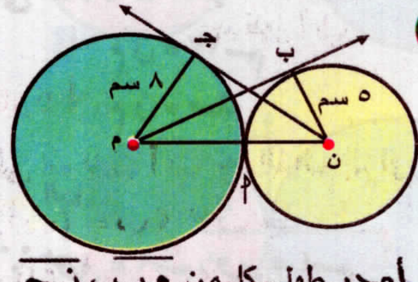
أوجد ق (∠ م ى ن)

٥



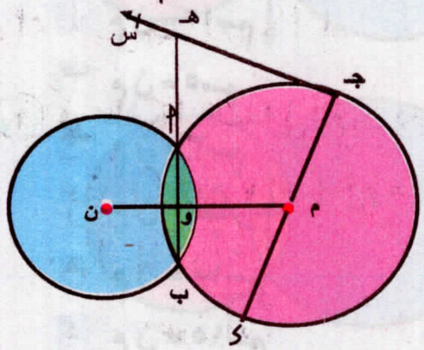
أوجد ق (∠ هـ م ن)

٦



أوجد طولى كل من م ب ، ن جـ

مثال ٥



م، ن دائرتان متقاطعتان فى أ، ب، جـ ى قطر فى الدائرة م، جـ س مماس للدائرة م عند جـ، جـ س ∩ ب أ = {هـ}، م ن ∩ أب = {و}. **اثبت أن:** ق (∠ ى م ن) = ق (∠ جـ هـ ب).

الحل

المعطيات: الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ، ب}، جـ ء قطر فى الدائرة م، جـ س مماس للدائرة م.

المطلوب: إثبات أن ق (∠ ء م ن) = ق (∠ جـ هـ ب).

البرهان: ∵ خط المركزين عمودى على الوتر المشترك.

∴ م ن ⊥ أ ب أى ق (∠ أ و م) = ٩٠°

∵ جـ ء قطر فى الدائرة م، جـ س مماس عند جـ

∴ جـ س ⊥ جـ ء أى ق (∠ هـ جـ ء) = ٩٠°

∴ ق (∠ جـ هـ و) + ق (∠ جـ م و) = ٣٦٠° - (٩٠° + ٩٠°) = ١٨٠° **(لماذا؟)**

∵ ق (∠ ء م و) + ق (∠ جـ م و) = ١٨٠°

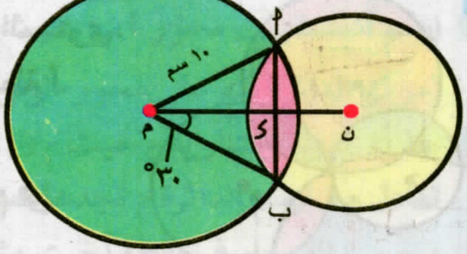
∴ ق (∠ ء م ن) = ق (∠ جـ هـ و) **وهو المطلوب**

تدرب

أجب عن السؤالين التاليين في كراسة الفصل:

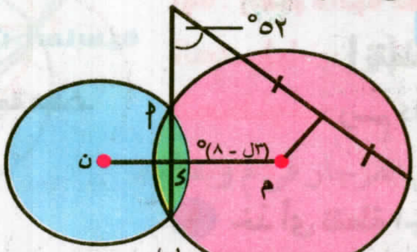
١ فى كل من الأشكال الآتية م، ن دائرتان متقاطعتان فى أ، ب:

أ



اوجد طول أ ب

ب



اوجد قيمة ل

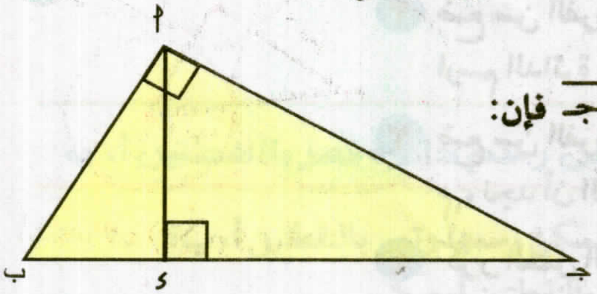
لاحظ أن:

فى المثلث أ ب جـ القائم الزاوية فى أ إذا رسم أ ء ⊥ ب جـ فإن:

(أ ب)^2 = ب ء × ب جـ **(نظرية إقليدس)**

، (أ ء)^2 = ء ب × ء جـ **(نتيجة)**

، أ ء × ب جـ = أ ب × أ جـ **لماذا؟**

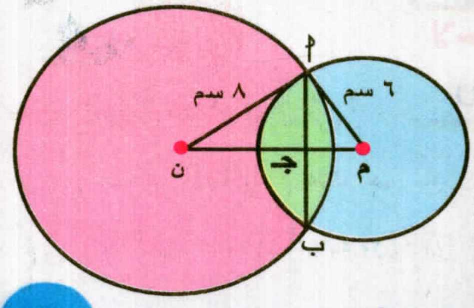


٢ فى الشكل المقابل: م، ن دائرتان متقاطعتان فى أ، ب

م ن ∩ أ ب = {جـ}، أ م = ٦ سم، أ ن = ٨ سم،

م أ ⊥ أ ن.

أوجد طول أ ب



لمزيد من التدريبات
يرجى الدخول على
موقع الوزارة الإلكتروني

Scan me!

٤ _ ٣

تعيين الدائرة

☆ كيفية رسم دائرة تمر بنقطة معلومة .

☆ كيفية رسم دائرة تمر بنقطتين معلومتين.

☆ كيفية رسم دائرة تمر بثلاث نقاط معلومة .

مصطلحات أساسية

☆ دائرة خارجة لمثلث.

فكر و ناقش

- لماذا يستخدم الفرجار فى رسم الدائرة؟
- ما محور القطعة المستقيمة.
- هل مركز الدائرة يقع على محور أى وتر فيها؟
- كيف يمكنك رسم (تعيين) دائرة فى المستوى؟

يمكن رسم (تعيين) دائرة بشروط معطاة، مهما اختلفت، إذا علم:

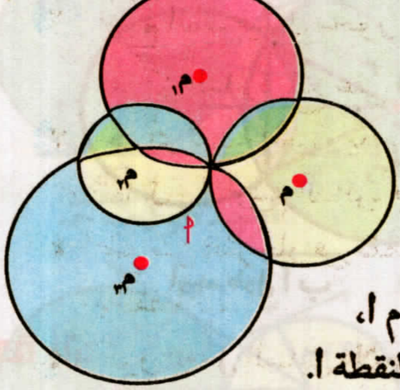
١ مركز الدائرة. ٢ طول نصف قطر الدائرة.

أولاً: رسم دائرة تمر بنقطة معلومة:

المعطيات: أ نقطة معلومة فى المستوى.

المطلوب: رسم دائرة تمر بالنقطة أ.

الانشاء:



١ خذ أى نقطة اختيارية مثل م فى نفس المستوى.

٢ ضع سن الفرجار عند م وبفتحة تعادل م أ، ارسم الدائرة م، نجد أن الدائرة م تمر بالنقطة أ.

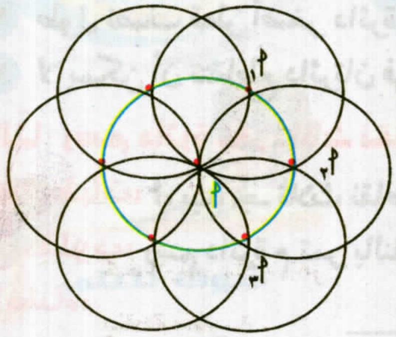
٣ ضع سن الفرجار عند نقطة أخرى م١ ، وبفتحة تعادل م١ أ ارسم الدائرة م١، نجد أن الدائرة م١ تمر بالنقطة أ.

٤ كرر العمل السابق

لاحظ أن: لكل نقطة من اختيارك (مركز الدائرة) أمكن رسم دائرة تمر بالنقطة أ.

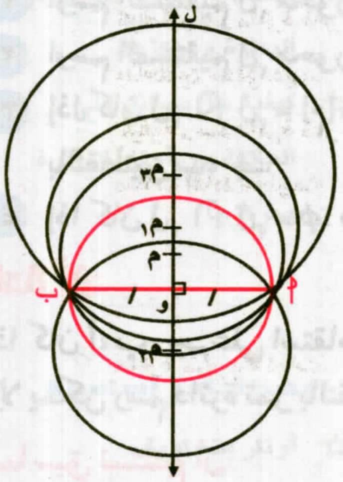
- كم عدد نقاط المستوى؟ كم عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بالنقطة أ؟
- إذا كانت أنصاف أقطار هذه الدوائر متساوية فى الطول، أين تقع مراكزها؟

مما سبق نستنتج أن:



١ يمكن رسم عدد لا نهائى من الدوائر تمر بنقطة معلومة مثل أ.

٢ إذا كانت أنصاف أقطار هذه الدوائر متساوية فى الطول، فإن مراكزها تقع على دائرة مطابقة لهم ومركزها النقطة أ.



ثانيًا: رسم دائرة تمر بنقطتين معلومتين:

المعطيات: أ، ب نقطتان معلومتان فى المستوى.

المطلوب: رسم دائرة م تمر بالنقطتين أ، ب أى أن $\overline{أب}$ وتر فى الدائرة م.

الإنشاء:

١ ارسم القطعة المستقيمة $\overline{أب}$.

٢ ارسم المستقيم ل محور $\overline{أب}$ حيث ل $\cap$ $\overline{أب}$ = {و}
(مركز الدائرة يقع على محور الوتر $\overline{أب}$).

٣ خذ أى نقطة اختيارية م حيث م $\in$ ل، اركز بسن الفرجار فى م وبفتحه تعادل م أ ارسم الدائرة م تجدها تمر بالنقطة ب.

٤ ضع سن الفرجار فى نقطة أخرى مثل م١ حيث م١ $\in$ ل، وبفتحة تعادل م١ أ ارسم الدائرة م١ حيث تمر بالنقطة ب.

٥ كرر العمل السابق ولاحظ:

لكل نقطة من اختيارك (مركز الدائرة) أمكن رسم دائرة تمر بالنقطتين أ، ب

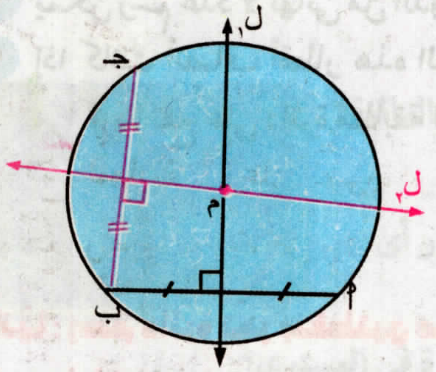
- كم عدد نقاط المستقيم ل؟ كم عدد الدوائر التى يمكن رسمها وتمر بالنقطتين أ، ب؟
- ما طول نصف قطر أصغر دائرة يمكن رسمها لتمر بالنقطتين أ، ب؟
- هل يمكن أن تتقاطع دائرتان فى أكثر من نقطتين؟

مما سبق نستنتج أن:

١ يمكن رسم عدد لا نهائى من الدوائر تمر بنقطتين معلومتين مثل أ، ب.

٢ طول نصف قطر أصغر دائرة يمكن رسمها لكي تمر بالنقطتين أ، ب يكون مساويًا $\frac{١}{٢}$ أ ب.

٣ لا يمكن أن تتقاطع دائرتان فى أكثر من نقطتين.



ثالثًا: رسم دائرة تمر بثلاث نقاط معلومة:

المعطيات: أ، ب، جـ ثلاث نقاط معلومة فى المستوى.

المطلوب: رسم دائرة م تمر بالنقاط الثلاث أ، ب، جـ.

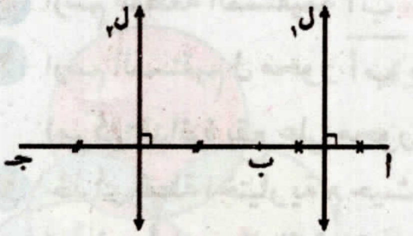
الإنشاء:

١ ارسم المستقيم ل١ محور $\overline{أب}$ فيكون م ∈ ل١.

٢ ارسم المستقيم ل٢ محور ب جـ فيكون م ∈ ل٢.

٣ إذا كان ل١ ∩ ل٢ = {م}، ضع سن الفرجار فى النقطة م وبفتحة تعادل م أ، ارسم الدائرة م تجدها تمر بالنقطتين ب، جـ.

٤ إذا كان ل١ ∩ ل٢ = ϕ؛ فهل يمكنك تعيين موضع النقطة م؟ فسر إجابتك.



لاحظ أن:

إذا كان أ، ب، جـ على استقامة واحدة فإن ل١ // ل٢، ل١ ∩ ل٢ = ϕ

ولا يمكن رسم دائرة تمر بالنقاط الثلاث أ، ب، جـ.

مما سبق نستنتج أن:

أى ثلاث نقاط لا تنتمى لمستقيم واحد تمر بها دائرة وحيدة

نتائج

نتيجة (١) الدائرة التى تمر برؤوس مثلث تسمى دائرة خارجة للمثلث.

كما يقال إن المثلث مرسوم داخل دائرة إذا وقعت رؤوسه على الدائرة.

نتيجة (٢) الأعمدة المقامة على أضلاع مثلث من منتصفاتها تتقاطع فى نقطة واحدة هى مركز الدائرة الخارجة لهذا المثلث.

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٤ — ٤

علاقة أوتار الدائرة بمركزها

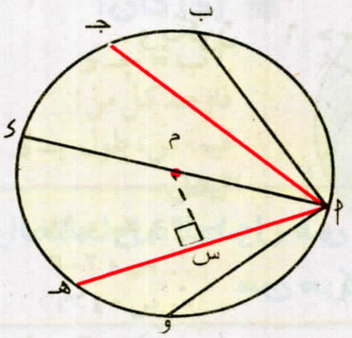
سوف تتعلم

- استنتاج العلاقة بين أوتار الدائرة ومركزها.
- كيفية حل مسائل على العلاقة بين أوتار الدائرة ومركزها

مصطلحات أساسية

- أوتار متساوية
- دوائر متطابقة

فكر و ناقش



فى الشكل المقابل:

أ نقطة على الدائرة م، رسمت فيها الأوتار أب ، أجـ ، أء ، أهـ ، أو.

١ ما العلاقة بين طول الوتر وبعده عن مركز الدائرة؟

٢ إذا تساوت الأوتار فى الطول، ماذا تستنتج؟

٣ إذا تساوت أبعاد الأوتار عن مركز الدائرة ماذا تتوقع؟

لاحظ أن:

بُعدْ الوتر أهـ، عن مركز الدائرة م = م س حيث س منتصف الوتر أهـ، فى الدائرة م التى طول نصف قطرها نق.

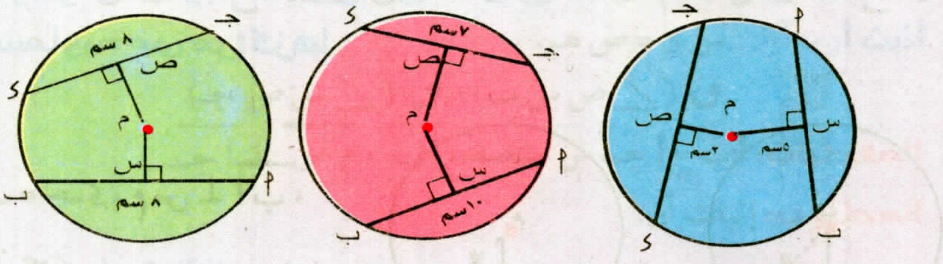
فيكون: $(م س)^2 + (أ س)^2 = (أ م)^2 = نق^2$ (مقدار ثابت)

أى أن:

كلما اقترب الوتر من مركز الدائرة زاد طوله والعكس صحيح

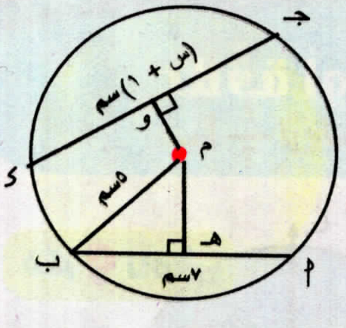
أمثلة

١ أكمل باستخدام (> أ، < أ، =):



أب < جـء   م س < م ص   م س = م ص

② في الشكل المقابل م و < م هـ أوجد الفترة التي تنتمي اليها س:



∵ م و < م هـ   ∴ جـ د > أ ب

∴ س + ١ > ٧   س > ٦

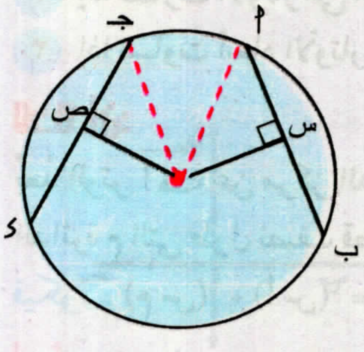
∵ جـ د وتر في الدائرة م   ∴ جـ د ⩽ ١٠

∴ س ⩽ ٩   ويكون ٦ < س ⩽ ٩

أي أن: س ∋] ٦، ٩]

نظرية

الأوتار المتساوية الطول في دائرة على أبعاد متساوية من مركزها.



المعطيات: أ ب = جـ د، م س ⊥ أ ب، م ص ⊥ جـ د.

المطلوب: إثبات أن م س = م ص.

العمل: نرسم م أ، م جـ.

البرهان: ∵ م س ⊥ أ ب   ∴ أ س = $\frac{1}{2}$ أ ب.

∵ م ص ⊥ جـ د   ∴ جـ ص = $\frac{1}{2}$ جـ د.

∵ أ ب = جـ د   ∴ أ س = جـ ص.

∵ المثلثين أ س م، جـ ص م، فيهما:

أ م = جـ م

ق (∠ أ س م) = ق (∠ جـ ص م) = ٩٠°

أ س = جـ ص   (برهاناً)

∴ Δ أ س م ≡ Δ جـ ص م   وينتج أن: م س = م ص   **(وهو المطلوب)**

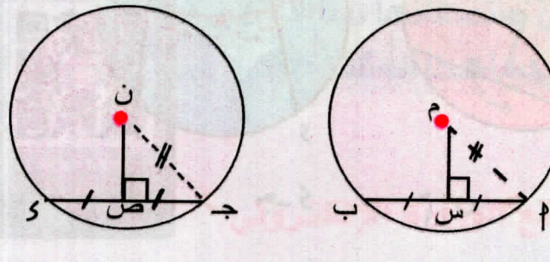
نتيجة

الأوتار المتساوية الطول في الدوائر المتطابقة على أبعاد متساوية من مراكزها

في الشكل المقابل:

الدائرتان م، ن متطابقتان، أ ب = جـ د، م س ⊥ أ ب،

ن ص ⊥ جـ د، فإن: م س = ن ص.



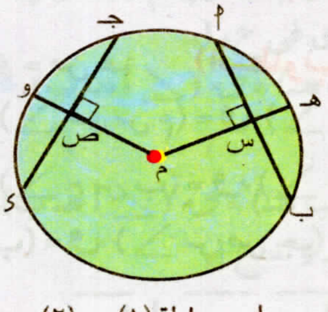
مثال (٣)

ادرس الشكل ثم أوجد المطلوب:

أ **إذا كان:**

أ ب = جـ ء

اثبت أن: هـ س = و ص



الحل

∵ م س = م ص (١)

∵ م هـ = م و (٢) بطرح معادلة (١) من (٢)

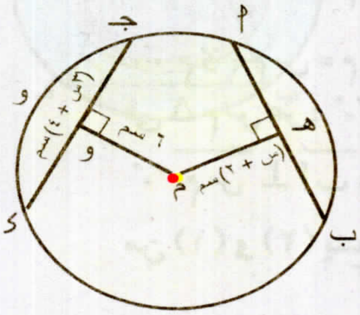
∴ هـ س = و ص

ب **إذا كان:**

أ ب = جـ ء

فأوجد كل من:

قيمة س، طول جـ ء



الحل

∵ م هـ = م و

∴ س + ٢ = ٦

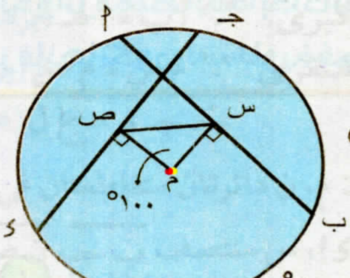
∴ س = ٤ سم ،

جـ ء = ٣س + ٤ = ٣ × ٤ + ٤ = ١٦ سم

جـ **إذا كان:**

أ ب = جـ ء

فأوجد: ق (∠ م س ص)



الحل: م س = م ص

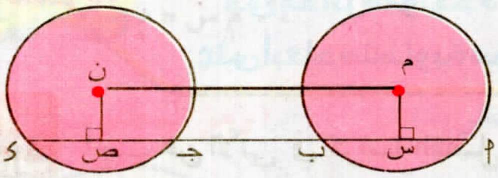
في △ م س ص

∵ ق (∠ س م ص) = ١٠٠°

∴ ق (∠ م س ص) + ق (∠ م ص س) = ٨٠°

∴ ق (∠ م س ص) = ٨٠ ÷ ٢ = ٤٠°

د



إذا كان: م ، ن دائرتين متطابقتين، أ ب = جـ ء

فأثبت الشكل م س ص ن مستطيل

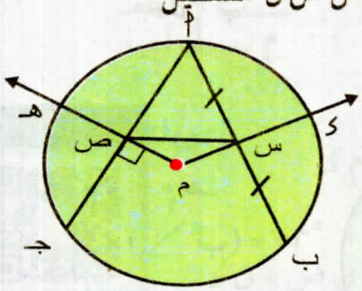
الحل: م س // ن ص ، م س ⊥ أ ب

، م س = ن ص

∴ الشكل م س ص ن مستطيل

مثال ٤

أ ب ، أ جـ وتران متساويان في الطول في الدائرة م، س منتصف أ ب ، م س يقطع الدائرة في ء، م ص ⊥ أ جـ يقطعه في ص ويقطع الدائرة في هـ.



أثبت أن: أولاً: س ء = ص هـ.

ثانيًا: ق (∠ ص س ب) = ق (∠ س ص جـ)

المعطيات: أ ب = أ جـ، س منتصف أ ب ، م ص ⊥ أ جـ

المطلوب: إثبات أن:

أولاً: س ء = ص هـ

ثانيًا: ق (∠ ص س ب) = ق (∠ س ص جـ)

البرهان: ∵ س منتصف $\overline{أب}$ ∴ $\overline{مس} \perp \overline{أب}$.

∵ أب = أجـ، $\overleftarrow{مس} \perp \overline{أب}$، $\overleftarrow{مص} \perp \overline{أجـ}$ ∴ م س = م ص ، ∵ م ء = م هـ = نق

∴ م ء - م س = م هـ - م ص ∴ س ء = ص هـ **(المطلوب أولاً)**

فى Δ م س ص: ∵ م س = م ص ∴ ق (∠ ص س م) = ق (∠ س ص م) (١)

∵ $\overleftarrow{مس} \perp \overline{أب}$ ، $\overleftarrow{مص} \perp \overline{أجـ}$ ∴ ق (∠ م س ب) = ق (∠ م ص جـ) = ٩٠° (٢)

من (١) و (٢) ينتج أن: ق (∠ ص س ب) = ق (∠ س ص جـ) **(وهو المطلوب ثانيًا)**

عكس النظرية

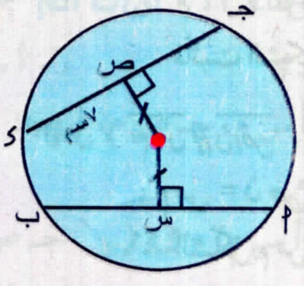
فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) إذا كانت الأوتار على أبعاد متساوية من المركز فإنها تكون متساوية فى الطول.

تدرب

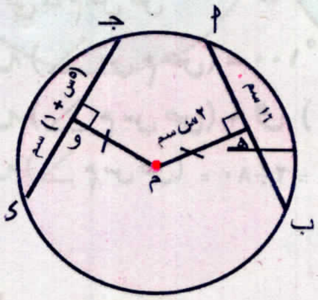
أجب عن الآتى في كراسة الفصل:

ادرس الشكل ثم أكمل:

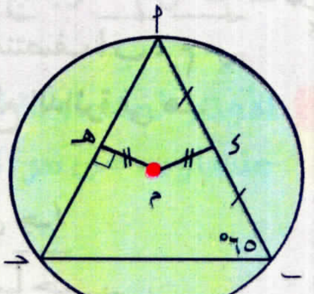
١ إذا كان:
م س = م ص،
ص ء = ٧سم
فأوجد:
طول $\overline{أب}$



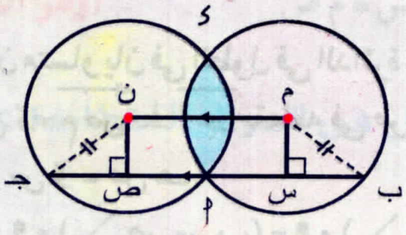
٢ إذا كان:
م هـ = م و
فأوجد:
طول $\overline{أب}$



٣ إذا كان:
م ء = م هـ
ق (∠ ب) = ٦٥°
فأوجد:
ق (∠ أ)



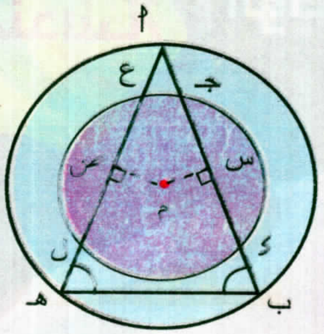
٤



الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ، ء}،
م ب = ن جـ ،
$\overleftrightarrow{من}$ // $\overleftrightarrow{بجـ}$

أثبت أن: أب = أجـ

أمثلة



٥ دائرتان متحدتا المركز م، رسم أب وترًا فى الدائرة الكبرى فقطع الدائرة الصغرى فى جـ، ى، ورسم أهـ وترًا فى الدائرة الكبرى أيضًا فقطع الدائرة الصغرى فى ع، ل.

إذا كان ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ أ هـ ب)، **فأثبت أن:** جـ ى = ع ل.

الحل

المعطيات ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ أ هـ ب)

المطلوب: إثبات أن جـ ى = ع ل

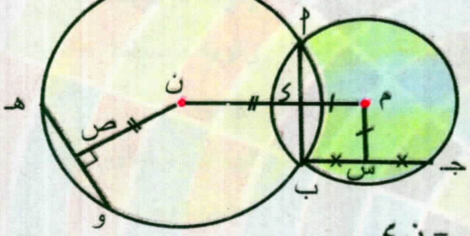
العمل: نرسم م س ⊥ أ ب ، م ص ⊥ أ هـ

البرهان: فى Δ أ ب جـ: ∵ ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ أ هـ ب) ∴ أ ب = أ هـ.

فى الدائرة الكبرى: ∵ أ ب = أ هـ (برهانًا) ∴ م س = م ص (نظرية)

فى الدائرة الصغرى: ∵ م س = م ص (برهانًا)

∴ جـ ى = ع ل (عكس النظرية) (وهو المطلوب)



٦ فى الشكل المقابل: م، ن دائرتان متقاطعتان فى أ، ب،

م ن ∩ أ ب = {ى}، س منتصف ب جـ، ن ص ⊥ هـ و،

م س = م ى، ن ص = ن ى. **اثبت أن:** ب جـ = هـ و.

الحل

المعطيات: س منتصف ب جـ، ن ص ⊥ هـ و، م س = م ى، ن ص = ن ى.

المطلوب: إثبات أن: ب جـ = هـ و

البرهان: ∵ م ن خط المركزين، أ ب وتر مشترك للدائرتين م، ن. ∴ م ن ⊥ أ ب

فى الدائرة م: ∵ س منتصف ب جـ ∴ م س ⊥ ب جـ

∵ م س ⊥ ب جـ ، م ى ⊥ أ ب ، م س = م ى

∴ ب جـ = أ ب (عكس النظرية) (١)

فى الدائرة ن: ∵ ن ص ⊥ هـ و ، ن ى ⊥ أ ب ، ن ص = ن ى

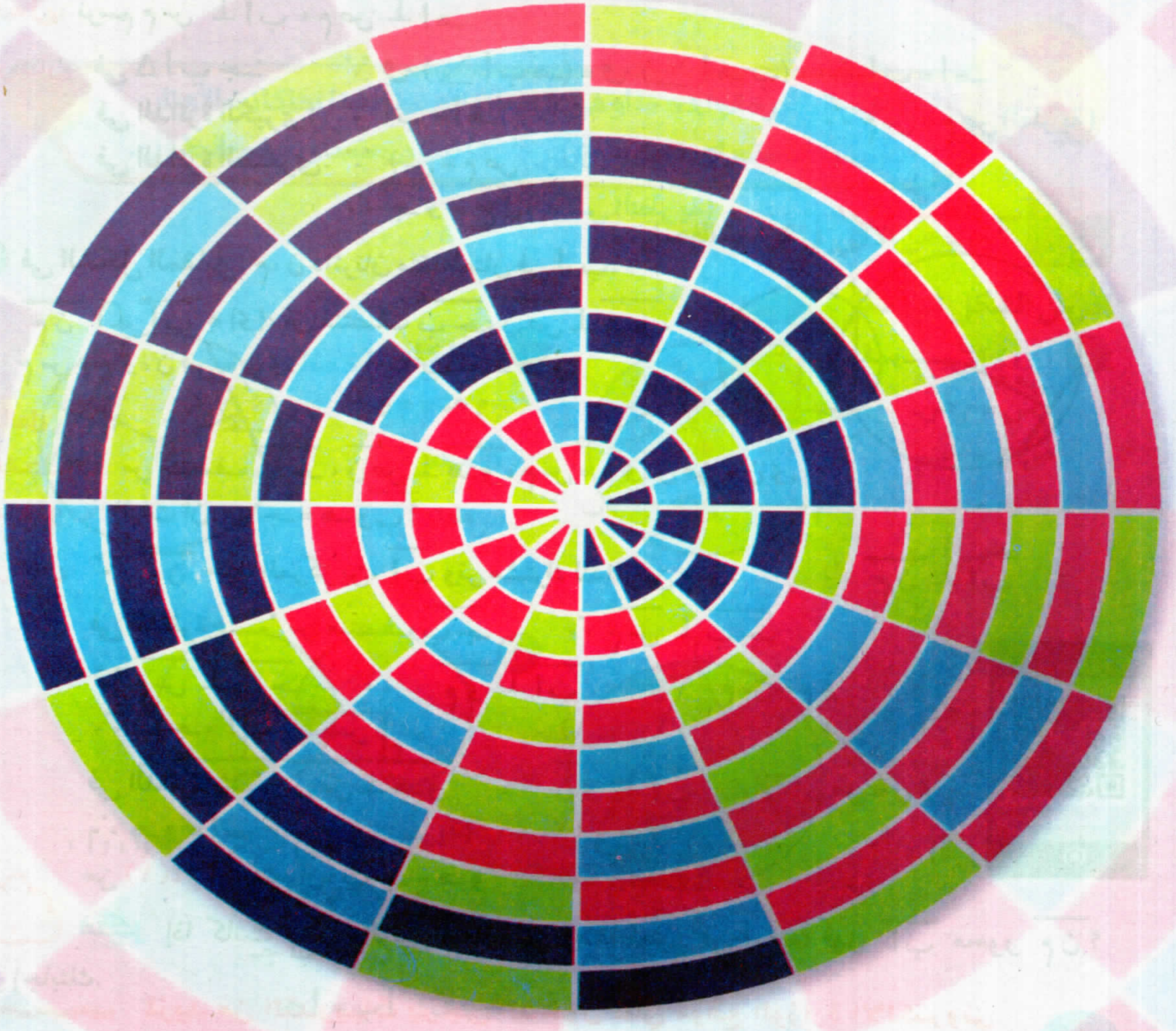
∴ هـ و = أ ب (عكس النظرية) (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن: ب جـ = هـ و (وهو المطلوب)

فكر إذا كانت م، ن دائرتين متطابقتين ومتقاطعتين فى أ، ب؛ فهل أب محور م ن ؟ فسر إجابتك.

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الالكتروني

الوحدة الخامسة: الزوايا والأقواس فى الدائرة



٥ - ١

الزاوية المركزية وقياس الأقواس

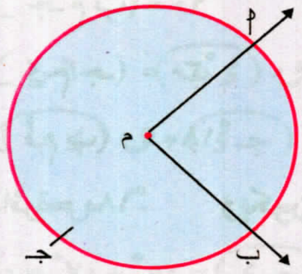
سوف تتعلم

- مفهوم طول القوس
- مفهوم قياس القوس
- كيفية إيجاد العلاقة بين أوتار في الدائرة وأقواسها

مصطلحات أساسية

- زاوية مركزية.
- زاوية محيطية.
- قوس.
- قوسان متجاوران.
- قياس قوس.
- وتر.
- مماس.

فكر و ناقش



فى الشكلِ المقابل:

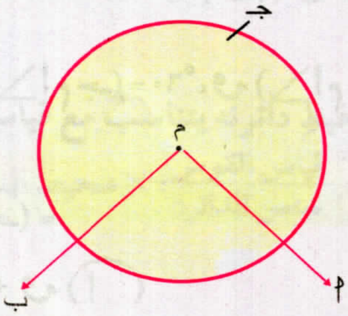
ضلعا ∠ أ م ب يقسمان الدائرة م إلى قوسين :

(١) القوسُ الأصغر أ ب، ويرمز له بالرمز $\overset{\frown}{أب}$.

(٢) القوسُ الأكبرُ أ جـ ب، ويرمز له بالرمز $\overset{\frown}{أجـب}$.

- ما موقعُ نقط $\overset{\frown}{أب}$ بالنسبة إلى ∠ أ م ب؟
- ما موقعُ نقط $\overset{\frown}{أجـب}$ بالنسبة إلى ∠ أ م ب المنعكسة؟
- إذا كانت ∠ أ م ب زاوية مستقيمة **ماذا تلاحظ ؟**

الزاوية المركزية **هى الزاويةُ التى رأسها مركزُ الدائرة، ويحملُ كلٌّ من ضلعيها نصفَ قطر فى الدائرة.**



فى الشكلِ المقابلِ لاحظ أن:

(١) ∠ أ م ب المركزية يقابلها $\overset{\frown}{أب}$، $\overset{\frown}{أجـب}$ يقابل ∠ أ م ب المركزية المنعكسة .

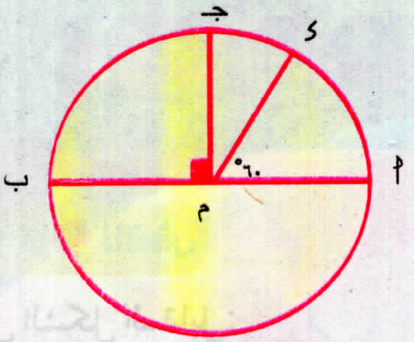
(٢) إذا كانت ∠ أ م ب زاوية مستقيمة

($\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م) فإن $\overset{\frown}{أب}$ يطابق $\overset{\frown}{أجـب}$ ويسمى كل منهما "نصف دائرة"

قياسُ القوس **هو قياسُ الزاوية المركزية المقابلة له.**

فى الشكلِ المقابلِ :

أب قطر فى الدائرة م، م جـ ⊥ أب ، ق (∠ أ م ى) = ٦٠°



لاحظ أن :

١ ق (⌒أى) = ق (∠ أ م ى) = ٦٠°

٢ ق (⌒جـ ب) = ق (∠ جـ م ب) = ٩٠°

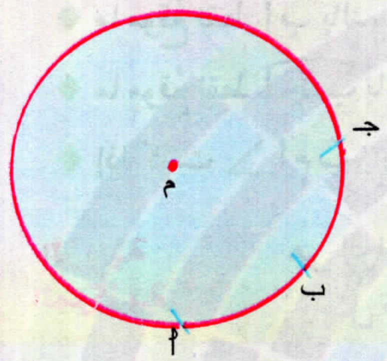
٣ ق (⌒ى جـ) = ق (∠ ى م جـ) = ٣٠° (لماذا)

٤ ق (⌒أب) = ق (∠ أ م ب) = ١٨٠°

أى أن قياس نصف الدائرة = ١٨٠° ويكون قياس الدائرة = ٣٦٠°

القوسان المتجاوران هما قوسان من دائرةٍ يشتركان فى نقطةٍ واحدةٍ فقط.

مثل ⌒أب، ⌒ب جـ بالشكل المقابل:



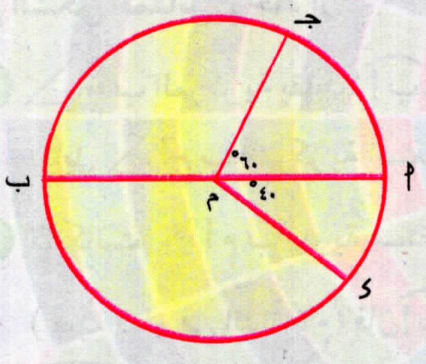
ويكون :

ق (⌒أب) + ق (⌒ب جـ) = ق (⌒أب جـ)

، ق (⌒أب) = ق (⌒أب جـ) - ق (⌒ب جـ)

فى الشكلِ المقابل:

أب قطر فى الدائرة م، ق (∠ أ م جـ) = ٦٠°، ق (∠ أ م ى) = ٤٠°.



لاحظ أن :

١ ق (⌒أى) = ٤٠°، ق (⌒أجـ) =

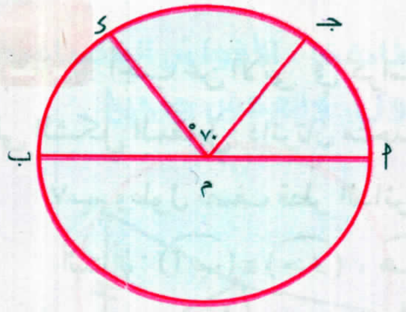
٢ ق (⌒جـ أ ى) = ق (⌒جـ أ) + ق (⌒أ)

= ٦٠° + ٤٠° = ١٠٠°

٣ ق (⌒ب جـ) = ق (⌒أ جـ ب) - ق (⌒أ جـ) = ١٨٠° - ٦٠° = ١٢٠° (لماذا؟)

٤ ق (⌒ى جـ ب) = قياس الدائرة - ق (⌒ى ب) = ٣٦٠° - ١٤٠° = ٢٢٠°

مثال (١)



$\overline{\text{أب}}$ قطر فى الدائرة م، ق (∠ جـ م ى) = ٧٠°،

ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ}}$) : ق ($\overset{\frown}{\text{ى ب}}$) = ٥ : ٦ **أوجد** ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ ى}}$).

الحل

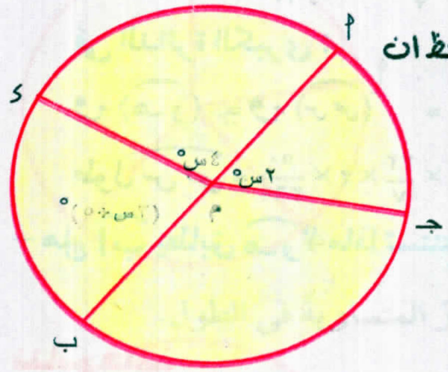
بفرض أن ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ}}$) = ٥س ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{ى ب}}$) = ٦س

∵ ق ($\overset{\frown}{\text{أى ب}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ}}$) + ق ($\overset{\frown}{\text{جـ ى}}$) + ق ($\overset{\frown}{\text{ى ب}}$) = ١٨٠°

∴ ٥س + ٧٠ + ٦س = ١٨٠ ١١س = ١١٠ ∴ س = ١٠° ، ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ}}$) = ٥٠°

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ ى}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ}}$) + ق ($\overset{\frown}{\text{جـ ى}}$) = ٥٠° + ٧٠° = ١٢٠°

تدرب



فى الشكلِ المقابلِ: $\overline{\text{أب}}$ قطرٌ فى الدائرةِ م ، ادرس الشكلَ ثم لاحظ ان

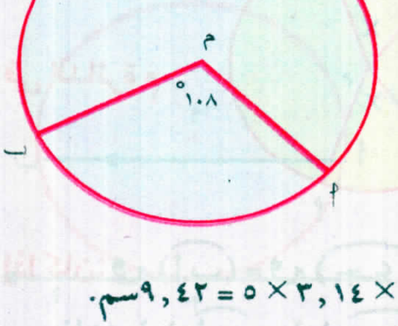
١ س = ٢٥°
٢ ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ}}$) = ٥٠°
٣ ق ($\overset{\frown}{\text{أى}}$) = ١٠٠°
٤ ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$) = ١٣٠°
٥ ق ($\overset{\frown}{\text{جـ أ ى}}$) = ١٥٠°
٦ ق ($\overset{\frown}{\text{جـ ب ى}}$) = ٢١٠°
٧ ق ($\overset{\frown}{\text{أجـ ى}}$) = ٢٦٠°
٨ ق ($\overset{\frown}{\text{أى جـ}}$) = ٣١٠°

طولُ القوسِ

هو جزءٌ من محيطِ دائرته يتناسبُ مع قياسه حيث:

طول القوس = $\dfrac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$ × محيط الدائرة

مثال (٢)



فى الشكلِ المقابِل:

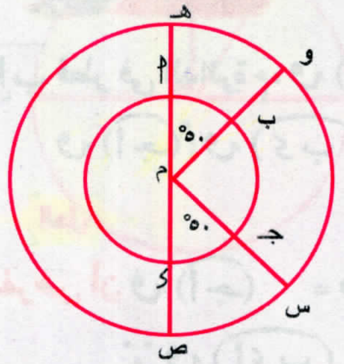
م دائرة طول نصف قطرها ٥سم، ق ($\overset{\frown}{\text{أب}}$) = ١٠٨°.

أوجد طول $\overset{\frown}{\text{أب}}$ (π = ٣,١٤)

الحل

طولُ القوس = $\dfrac{\text{قياس القوس}}{\text{قياس الدائرة}}$ × محيطُ الدائرةِ. = $\dfrac{١٠٨}{٣٦٠}$ × ٢ × ٣,١٤ × ٥ = ٩,٤٢سم.

تدرب أجب عن الآتى فى كراسة الفصل :



فى الشكلِ المقابلِ : دائرتان متحدتا المركز طول نصف قطر الدائرة الصغرى ٧سم وطول نصف قطر الدائرة الكبرى ١٤سم ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

أثبت أن : ($\overset\frown{أب}$) ≡ ($\overset\frown{جـ ء}$) ، $\overset\frown{هـ و}$ ≡ $\overset\frown{س ص}$

الحل :

فى الدائرة الصغرى :

ق ($\overset\frown{أب}$) = ق ($\overset\frown{جـ ء}$) = ٥٠°

طول $\overset\frown{أب}$ = $\frac{٥٠}{٣٦٠} \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ = \frac{٥٥}{٩}$ سم

طول $\overset\frown{جـ ء}$ = $\frac{٥٠}{٣٦٠} \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ٧ = \frac{٥٥}{٩}$ سم ∴ $\overset\frown{أب}$ **يطابق** $\overset\frown{جـ ء}$

فى الدائرة الكبرى :

ق ($\overset\frown{هـ و}$) = ق ($\overset\frown{س ص}$) = ٥٠° ، طول $\overset\frown{هـ و}$ = $\frac{٥٠}{٣٦٠} \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ١٤ = \frac{١١٠}{٩}$ سم

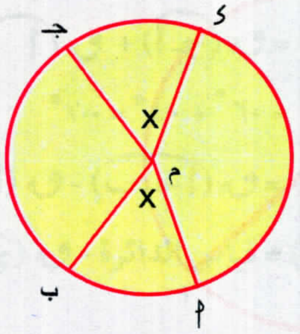
طول $\overset\frown{س ص}$ = $\frac{٥٠}{٣٦٠} \times ٢ \times \frac{٢٢}{٧} \times ١٤ = \frac{١١٠}{٩}$ سم ∴ $\overset\frown{هـ و}$ **يطابق** $\overset\frown{س ص}$

- هل $\overset\frown{أب}$ يطابق $\overset\frown{هـ و}$؟ ماذا تستنتج؟

نتائج هامة :

نتيجة (١) فى الدائرة الواحدة (أو فى الدوائر المتطابقة) ، الأقواس المتساويةُ فى القياس متساويةٌ فى الطول. والعكس صحيحٌ.

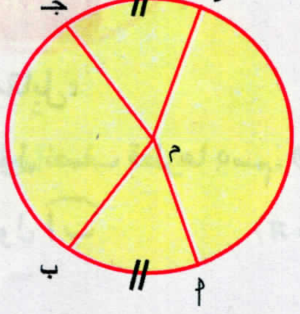
فى الدائرة م



إذا كان: ق ($\overset\frown{أب}$) = ق ($\overset\frown{جـ ء}$)

فإن: طول $\overset\frown{أب}$ = طول $\overset\frown{جـ ء}$

والعكس

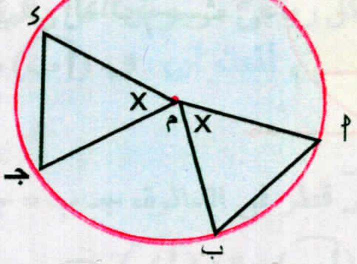


إذا كان : طول $\overset\frown{أب}$ = طول $\overset\frown{جـ ء}$

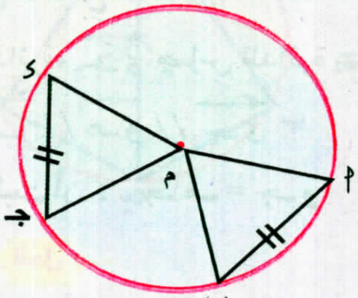
فإن: ق ($\overset\frown{أب}$) = ق ($\overset\frown{جـ ء}$)

نتيجة (٢) في الدائرة الواحدة (أو الدوائر المتطابقة) . الأقواس المتساوية في القياس أوتارها متساوية في الطول. والعكس صحيح

في الدائرة م



والعكس



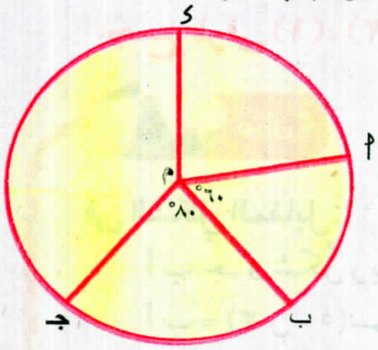
إذا كان: ق (⌒أب) = ق (⌒جـ ى)

فإن: طول $\overline{\text{أب}}$ = طول $\overline{\text{جـ ى}}$

إذا كان : أ ب = جـ ى

فإن: ق (⌒أب) = ق (⌒جـ ى)

تدرب أجب في كراسة الفصل



في الشكلِ المقابلِ إذا كان :

ق (⌒أب) = °٦٠ ، ق (⌒ب جـ) = °٨٠ ،

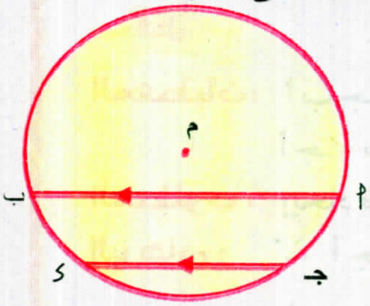
ق (⌒أ ى) : ق (⌒ى جـ) = ٤ : ٧

(١) اذكر الأقواسَ المتساويةَ في القياسِ.

(٢) اذكر الأقواسَ المتساوية في الطول.

(٣) ارسم الأوتارَ المتساويةَ في الطول.

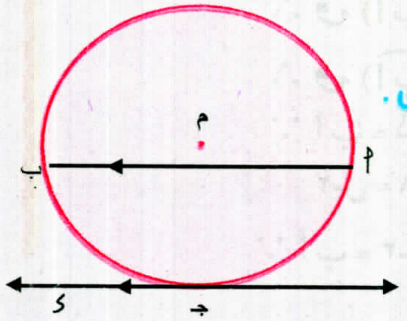
نتيجة (٣) الوتران المتوازيان في الدائرة يحصران قوسين متساويين في القياس.



إذا كان $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{جـ ى}}$ وترين في الدائرة م، $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{جـ ى}}$

فإن ق (⌒أجـ) = ق (⌒ب ى) .

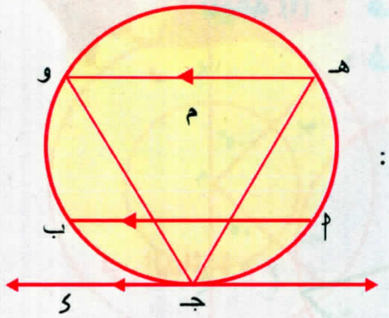
نتيجة (٤) القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه في الدائرة متساويان في القياس .



إذا كان $\overline{\text{أب}}$ وترًا في الدائرة م، $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ مماسًا عند جـ ، $\overline{\text{أب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$

فإن ق (⌒أجـ) = ق (⌒ب ى) .

مثال (٣)



في الشكلِ المقابل:

م دائرة، $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ مماس للدائرة عند جـ ، $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$ وتران في الدائرة حيث :

$\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$

أثبت أن : جـ هـ = جـ و

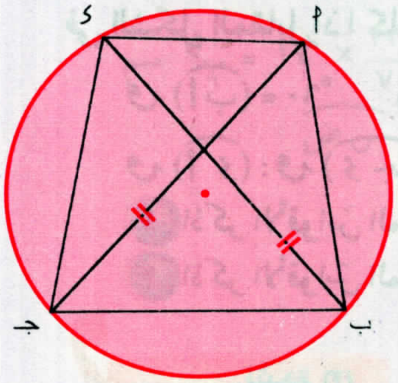
الحل

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{هـ و}}$ ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ هـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ب و}}$) (١)

∵ المماس $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$ ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{جـ أ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{جـ ب}}$) (٢)

بجمع طرفي (١)، (٢) ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{هـ جـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{و جـ}}$) ∴ جـ هـ = جـ و

مثال ٤



في الشكلِ المقابل:

أ ب جـ ى شكلٌ رباعيٌ مرسومٌ داخل دائرةٍ فيه أ جـ = ب ى ،

أ ب = (٣س - ٥)سم، جـ ى = (س + ٣)سم.

أوجد بالبرهان طول أ ب .

الحل

المعطيات: أ ب جـ ى شكلٌ رباعيٌ مرسومٌ داخل دائرة،

أ جـ = ب ى، أ ب = (٣س - ٥)سم، جـ ى = (س + ٣)سم

المطلوب : إيجاد طول أ ب .

البرهان : ∵ أ جـ = ب ى معطى ∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب جـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ ى}}$)

∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب جـ}}$) - ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ ى}}$) - ق ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$)

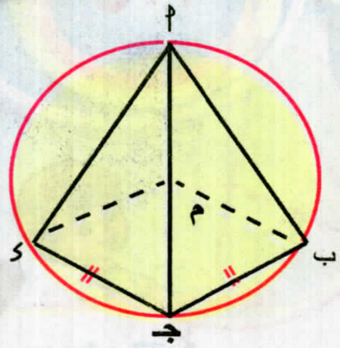
∴ ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{ى جـ}}$) ∴ أ ب = جـ ى

∵ أ ب = جـ ى ∴ ٣س - ٥ = س + ٣

٢س = ٨ ∴ س = ٤

∵ أ ب = ٣س - ٥ ∴ أ ب = ٣ × ٤ - ٥ = ٧سم

مثال (٥)



في الشكلِ المقابلِ:

أ ب جـ ء شكلٌ رباعيٌ مرسومٌ داخلَ دائرة م، $\overline{أجـ}$ قطر في الدائرة، جـ ب = جـ ء

أثبت أن: ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ق ($\overset{\frown}{أء}$)

الحل

المعطيات: $\overline{أجـ}$ قطر في الدائرة، جـ ب = جـ ء

المطلوب: ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ق ($\overset{\frown}{أء}$)

البرهان: ∵ جـ ب = جـ ء

∴ ق ($\overset{\frown}{جـ ب}$) = ق ($\overset{\frown}{جـ ء}$) ______ (١)

∵ $\overline{أجـ}$ قطر في الدائرة

∴ ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ١٨٠ - ق ($\overset{\frown}{جـ ب}$)

∴ ق ($\overset{\frown}{أء}$) = ١٨٠ - ق ($\overset{\frown}{جـ ء}$) ______ (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن:

ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ق ($\overset{\frown}{أء}$)

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

٥-٢

العلاقة بين الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركتين فى القوس

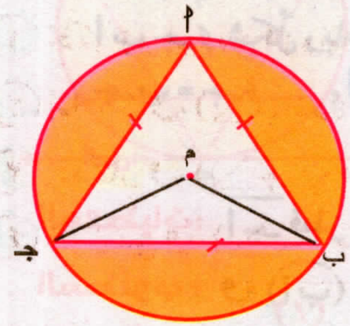
سوف تتعلم

- كيفية استنتاج العلاقة بين قياس الزاويتين المحيطية والمركزية المشتركين في القوس.

مصطلحات أساسية

- زاوية مركزية.
- زاوية محيطية

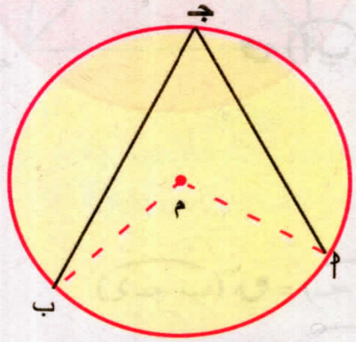
فكر و ناقش



فى الشكلِ المقابل:
الدائرة م تمر برؤوسِ المثلث أ ب جـ المتساوى الأضلاع

- ما قياس ∠ ب م جـ المركزية؟
  فسّر إجابتك
- ما رأس ∠ ب أ جـ ؟
  هل ينتمى رأسُ الزاوية إلى مجموعة نقط الدائرة م؟
- ما ضلعا ∠ ب أ جـ ؟
- إذا كانت ∠ ب م جـ مركزيه قوسها $\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$.فكيف تصف ∠ ب أ جـ؟
- قارن بين ق (∠ب أ جـ) ، ق (∠ب م جـ) . ماذا تلاحظ ؟

الزاوية المحيطية	هى الزاويةُ التى رأسها على الدائرة، ويحمل كل ضلع من ضلعيها وترًا فى الدائرة.

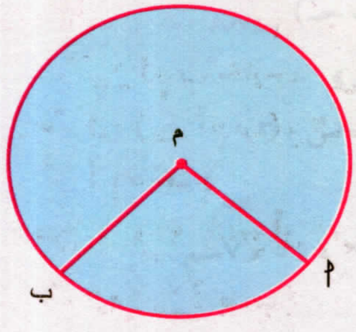


فى الشكلِ المقابلِ: لاحظ أن:

١ ∠ أ جـ ب زاوية محيطية ويكون $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ هو القوس المقابل لها .

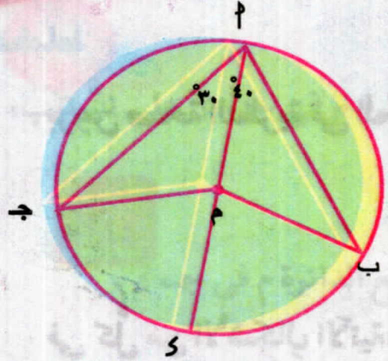
٢ لكل زاوية محيطية توجد زاوية مركزية واحدة تشترك معها فى القوس.

فكر



فى الشكل المقابل

ما عدد الزوايا المحيطية التى تشترك مع ∠ أ م ب المركزيه فى $\overset{\frown}{\text{أ ب}}$ ؟
(وضّح إجابتك بالرسم)



نشاط في الشكل المقابل:

$\overline{اء}$ قطر فى الدائرة م . ادرس الشكل ثم أجب عن الأسئلةِ الآتية :

(١) اذكر زوجين من الزوايا المتساوية فى القياسِ.

(٢) إذا كان ق (∠ ب ا ء) = ٤٠°، أوجد ق (∠ ب م ء) .

(٣) إذا كان ق (∠ جـ ا ء) = ٣٠°، أوجد ق (∠ جـ م ء) .

(٤) قارن بين ق (∠ ب ا جـ) ، ق (∠ ب م جـ) . ماذا تستنتج ؟

نظرية

قياسُ الزاويةِ المحيطيّة يساوى نصفَ قياس الزاوية المركزيّة المشتركة معها فى القوس.

المعطيات: ∠ ا جـ ب زاوية محيطية، ∠ ا م ب زاوية مركزية .

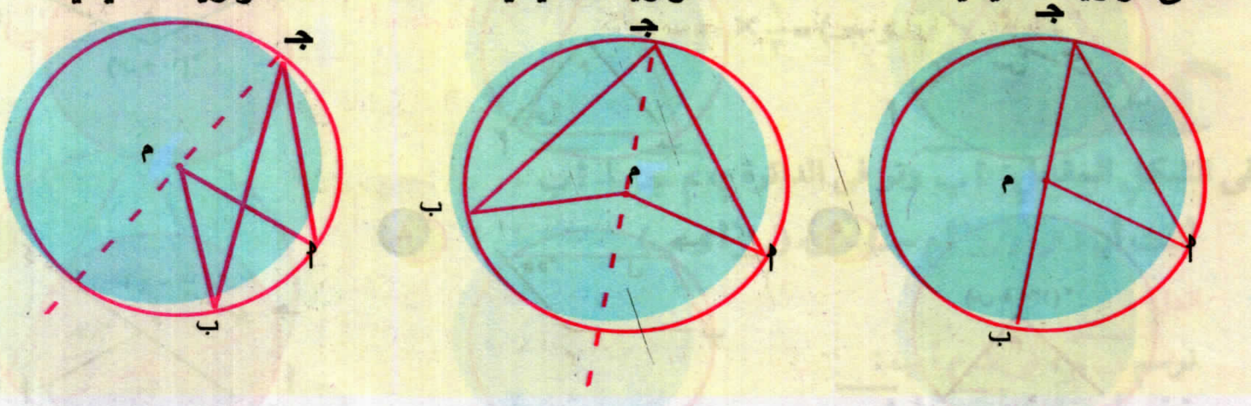
المطلوب : إثبات أن ق (∠ ا جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ا م ب) .

البرهان : توجد ثلاثُ حالاتٍ لإثبات صحة النظرية .

(١) إذا كانت م تنتمى إلى أحد ضلعى الزاوية المحيطية.

(٢) إذا كانت م نقطة داخل الزاوية المحيطية.

(٣) إذا كانت م نقطة خارج الزاوية المحيطية.



الحالة الأولى: إذا كانت م تنتمى إلى أحد ضلعى الزاوية المحيطية .

∵ ∠ ا م ب خارجه عن △ ا م جـ

∴ ق (∠ ا م ب) = ق (∠ ا) + ق (∠ جـ) (١)

∵ ا م = جـ م (أطوال أنصاف أقطار) ∴ ق (∠ ا) = ق (∠ جـ) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق (∠ ا م ب) = ٢ ق (∠ جـ)

∴ ق (∠ ا جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ا م ب) (وهو المطلوب)

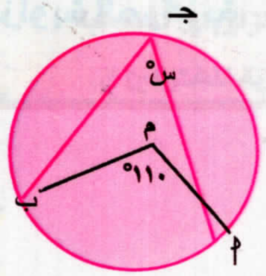
نشاط

برهِن صحةَ النَّظرية فى الحالتين الأخريين .

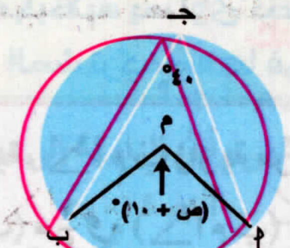
تدرب

فى كلٍّ من الأشكالِ الآتية، م دائرة ، أوجد قيمةَ الرمزِ المجهول المستخدم فى القياسِ : (س، ص، ع، ل) .

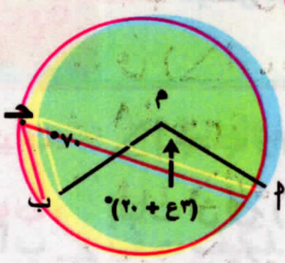
(١)



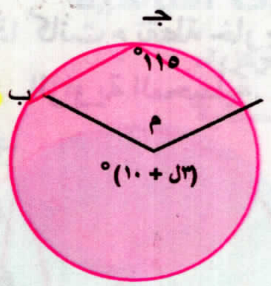
(٢)



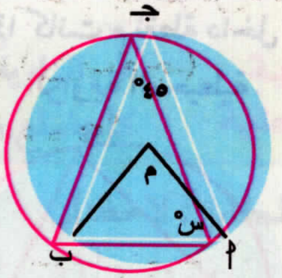
(٣)



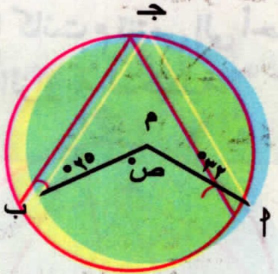
(٤)



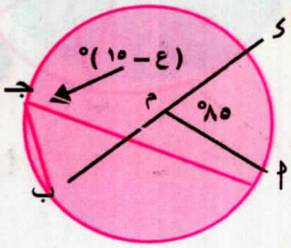
(٥)



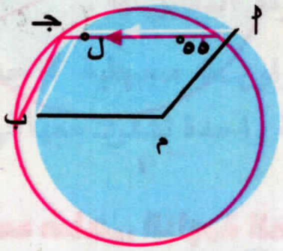
(٦)



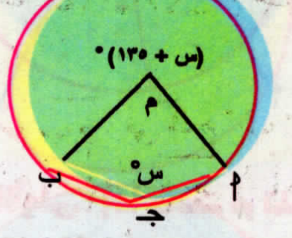
(٧)



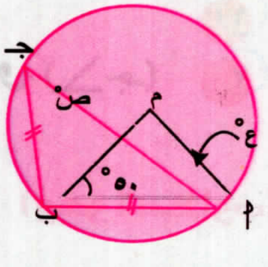
(٨)



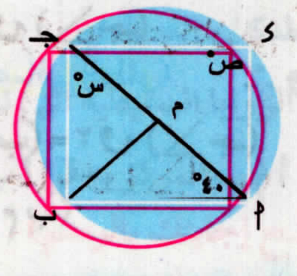
(٩)



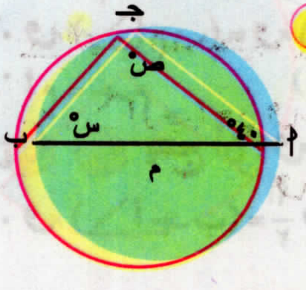
(١٠)



(١١)



(١٢)



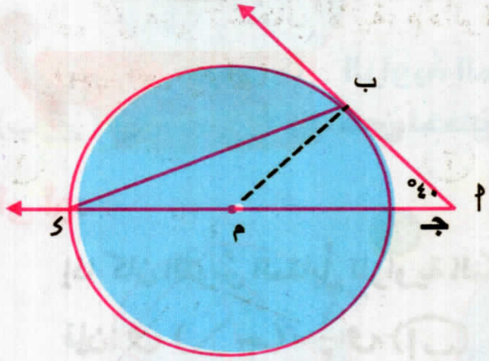
مثال (١)

ا نقطة خارج الدائرة م، $\overrightarrow{اب}$ مماس للدائرة عند ب، $\overrightarrow{ام}$ قطع الدائرة م فى جـ، ء على التّرتيب، ق(∠ا) = ٤٠°. أوجد بالبرهان ق (∠ب ء جـ)

الحل

المعطيات: $\overrightarrow{اب}$ مماسّ للدائرة عند ب، ق (∠ا) = ٤٠°، $\overrightarrow{ام}$ قطع الدائرة م فى جـ، ء .

المطلوب: ق (∠ب ء جـ)



العمل: نرسم نصف القطر $\overline{ب م}$

البرهان: ∵ $\overrightarrow{اب}$ مماسّ للدائرة عند ب ، $\overline{ب م}$ نصف قطر .

∴ ق (∠ا ب م) = ٩٠°

فى Δ ا ب م :

∵ ق (∠ا) = ٤٠°، ق (∠ا ب م) = ٩٠°

∴ ق (∠ب م جـ) = ١٨٠° - (٤٠° + ٩٠°) = ٥٠°

∵ ∠ب ء جـ المحيطية، ∠ب م جـ المركزية مشتركتان فى $\overset{\frown}{ب جـ}$.

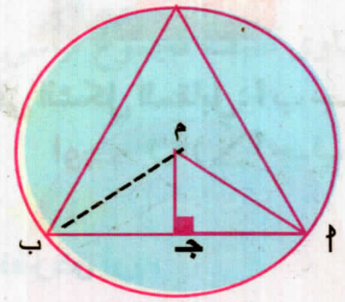
∴ ق (∠ب ء جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ب م جـ)

∴ ق (∠ب ء جـ) = $\frac{1}{2}$ × ٥٠ = ٢٥° (وهو المطلوب)

مثال (٢)

فى الشكلِ المقابلِ: $\overline{اب}$ وتر فى الدائرة م، $\overline{م جـ}$ ⊥ $\overline{اب}$.

أثبت أن : ق (∠ا م جـ) = ق (∠ا ء ب)



الحل

نرسم $\overline{ب م}$ ، فى Δ م ا ب :

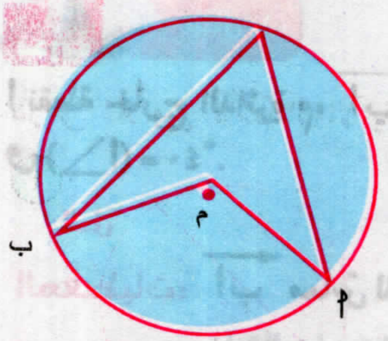
∵ م ا = م ب، $\overline{م جـ}$ ⊥ $\overline{ا ب}$

∴ ق (∠ا م جـ) = ق (∠ب م جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ا م ب) (١)

∵ ∠ا ء ب المحيطية، ∠ا م ب المركزيه مشتركتان فى $\overset{\frown}{ا ب}$

∴ ق (∠ا ء ب) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ا م ب) (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن: ق (∠ا م جـ) = ق (∠ا ء ب) .

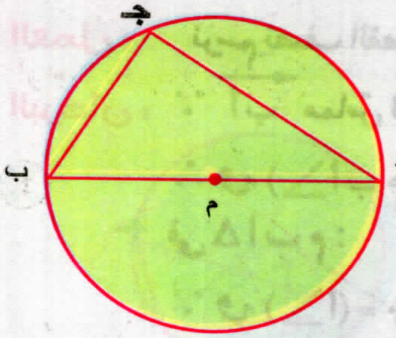


نتيجة (١) قياس الزاوية المحيطية يساوى نصف قياس القوس المقابل لها

في الشكلِ المقابلِ:

ق (∠ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ أ م ب)، ق (∠ أ م ب) = ⌒أب

∴ ق (∠ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒أب)



نتيجة (٢) الزاويةُ المحيطيةُ المرسومةُ في نصفِ دائرة قائمة

أي أن:

إذا كان القوسُ المقابلُ للزاوية المحيطيّة يساوى نصفَ الدائرة

فإن: ق (∠ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒أب)

∵ ق (⌒أب) = ١٨٠° ∴ ق (∠ جـ) = ٩٠°

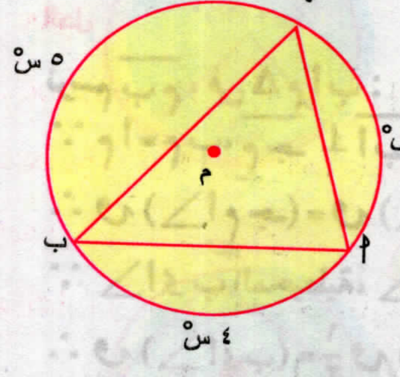
فكر

- ما نوعُ الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أصغر من نصف دائرة ؟ لماذا ؟
- ما نوعُ الزاوية المحيطية التى تقابل قوساً أكبر من نصف دائرة ؟ لماذا ؟
- هل الزاوية المحيطية القائمة تكون مرسومة فى نصفِ دائرة ؟ فسر إجابتك.

مثال (٣)

في الشكلِ المقابلِ: أ ب جـ مثلث مرسوم داخل الدائرة م، ق (⌒أب) : ق (⌒ب جـ) : ق (⌒أ جـ) = ٤ : ٥ : ٣

أوجد ق (∠ أ جـ ب) :



الحل

نفرض أن :

ق (⌒أب) = ٤س°، ق (⌒ب جـ) = ٥س°، ق (⌒أ جـ) = ٣س°

∴ ٤س + ٥س + ٣س = ٣٦٠

١٢س = ٣٦٠ ∴ س = ٣٠

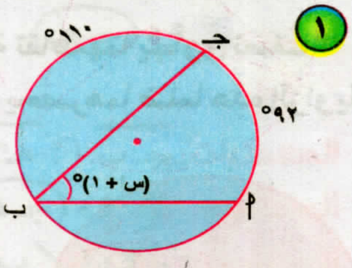
∴ ق (⌒أب) = ٤ × ٣٠ = ١٢٠° ويقابل ∠ أ جـ ب المحيطية.

∵ ق (∠ أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒أب) ∴ ق (∠ أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ × ١٢٠° = ٦٠°

تدرب

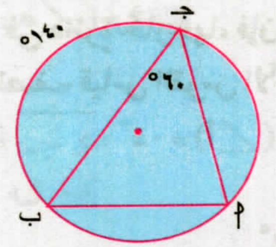
ادرس كلاً من الأشكالِ الآتية ثم أوجد قياس الزاوية أو القوس المطلوب فى كل شكل:

١



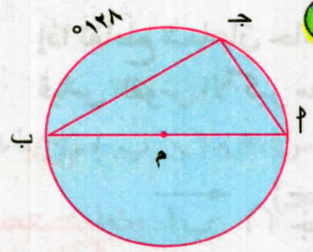
أوجد: س، ق (⌒أب)

٢



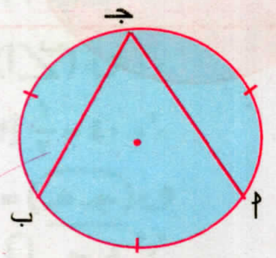
أوجد: ق (∠ا)، ق (⌒أجـ)

٣



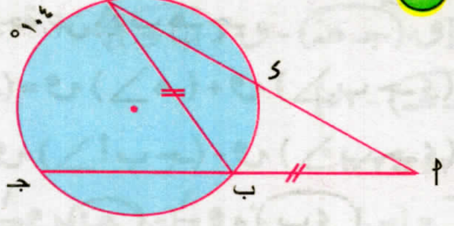
أوجد: ق (∠جـ)، ق (∠ب)

٤



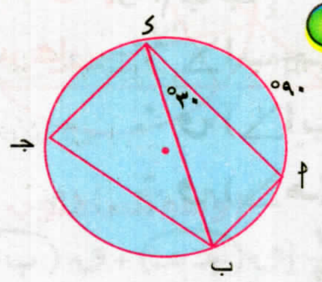
أوجد: ق (∠جـ)

٥



أوجد: ق (∠هـ ا جـ)

٦

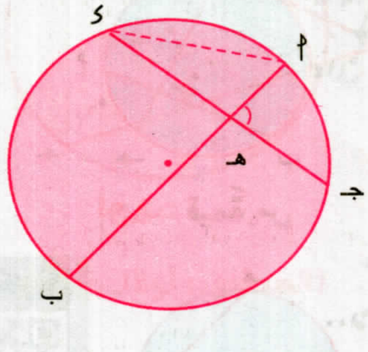


أوجد: ق (∠ى جـ ب)

مثال ٤

تمرين مشهور (١)

إذا تقاطع وتران فى نقطةِ داخل الدائرة، فإن قياس زاويةِ تقاطعهما يساوى نصفَ مجموع قياسى القوسين المقابلين لها .



الحل

المعطيات: $\overline{\text{أب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ى}}$ = {هـ}

المطلوب : ق (∠ا هـ جـ) = $\frac{1}{2}$ [ق (⌒أجـ) + ق (⌒ب ى)]

العمل : نرسم $\overline{\text{اى}}$

البرهان : ∵ ∠ا هـ جـ خارجة عن △ ا هـ ى .

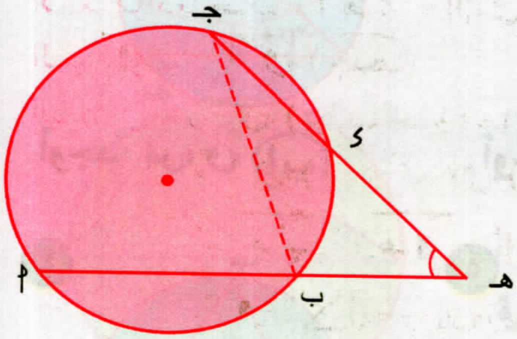
∵ ق (∠ا هـ جـ) = ق (∠ى) + ق (∠ا) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒أجـ) + $\frac{1}{2}$ ق (⌒ب ى)

= $\frac{1}{2}$ [ق (⌒أجـ) + ق (⌒ب ى)] .

مثال (٥)

تمرين مشهور (٢)

إذا تقاطع شعاعانِ حاملانِ لوترين فى دائرةٍ خارجها، فإن قياسَ زاوية تقاطعهما يساوى نصفَ قياس القوسِ الأكبر مطروحًا منه نصف قياس القوس الأصغر اللذين يحصرهما ضلعا هذه الزاوية .



الحل

المعطيات: $\overleftarrow{أب} \cap \overleftarrow{جـء} = \{هـ\}$

المطلوب : ق (∠ هـ) = $\frac{1}{2}$ [ق ($\frown$ أجـ) - ق ($\frown$ ب ء)]

العمل : نرسم $\overline{ب جـ}$.

البرهان : ∵ ∠ أ ب جـ خارجة عن Δ ب هـ جـ .

∴ ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ هـ) + ق (∠ ب جـ ء)

∴ ق (∠ هـ) = ق (∠ أ ب جـ) - ق (∠ ب جـ ء)

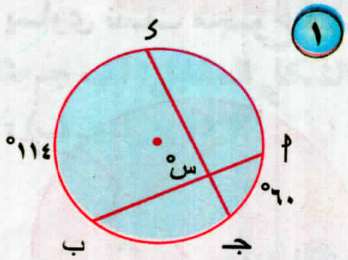
= $\frac{1}{2}$ ق ($\frown$ أجـ) - $\frac{1}{2}$ ق ($\frown$ ب ء)

= $\frac{1}{2}$ [ق ($\frown$ أجـ) - ق ($\frown$ ب ء)] **وهو المطلوب**

تدرب

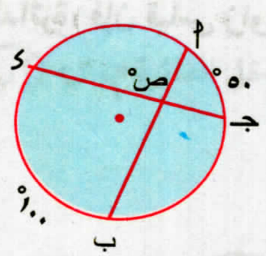
فى كلٍّ من الأشكالِ الآتية.

١



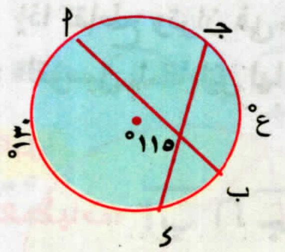
أوجد قيمةَ س

٢



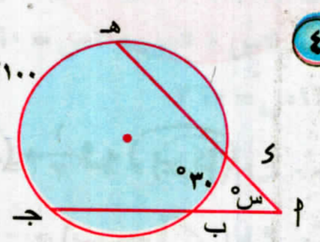
أوجد قيمةَ ص

٣



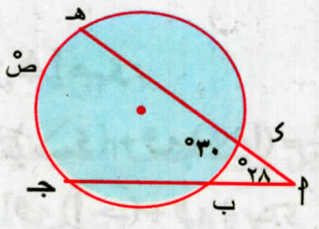
أوجد قيمةَ ع

٤



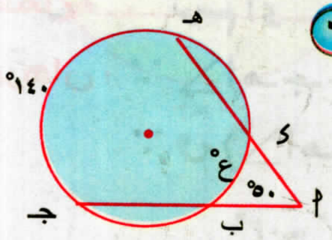
أوجد قيمةَ س

٥



أوجد قيمةَ ص

٦



أوجد قيمةَ ع

مثال (٦)

فى الشكلِ المقابلِ:

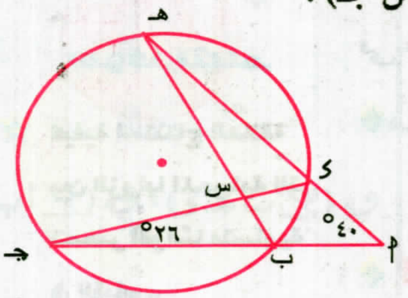
$\overleftarrow{جـ ب} \cap \overleftarrow{هـ ى} = \{أ\}$، ق (∠أ) = ٤٠°، $\overline{ى جـ} \cap \overline{ب هـ} = \{س\}$، ق (∠ب جـ ى) = ٢٦°

أوجد: أ ق (⌒جـ هـ) ب ق (∠هـ س جـ).

الحل

المعطيات: $\overleftarrow{جـ ب} \cap \overleftarrow{هـ ى} = \{أ\}$، ق (∠أ) = ٤٠°، $\overline{ى جـ} \cap \overline{ب هـ} = \{س\}$، ق (∠ب جـ ى) = ٢٦°

المطلوب: أ ق (⌒جـ هـ) ب ق (∠هـ س جـ).



البرهان: ∵ ق (∠ب جـ ى) = ٢٦°

∴ ق (⌒ب ى) = ٢ق (∠ب جـ ى) = ٥٢°

∵ $\overleftarrow{جـ ب} \cap \overleftarrow{هـ ى} = \{أ\}$

∴ ق (∠أ) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒جـ هـ) - ق (⌒ب ى)]

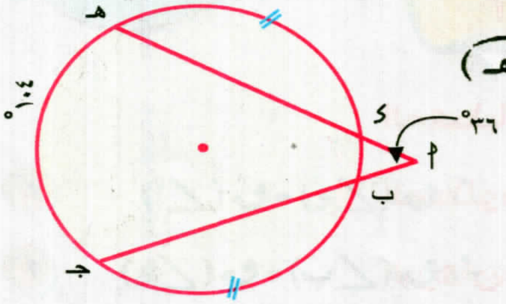
∴ ٤٠ = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒جـ هـ) - ٥٢]

ق(⌒جـ هـ) = ٨٠ + ٥٢ = ١٣٢° **(وهو المطلوب أولًا)**

∵ $\overline{ى جـ} \cap \overline{ب هـ} = \{س\}$ ∴ ق (∠هـ س جـ) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒جـ هـ) + ق (⌒ب ى)]

ق (∠هـ س جـ) = $\frac{1}{2}$ [١٣٢ + ٥٢] = $\frac{1}{2}$ × ١٨٤ = ٩٢° **(وهو المطلوب ثانيًا)**

مثال (٧)



فى الشكلِ المقابلِ:

ق (∠أ) = ٣٦°، ق (⌒هـ جـ) = ١٠٤°، ق (⌒ب جـ) = ق (⌒ى هـ)

أوجد: أ ق (⌒ب ى) ب ق (⌒ى هـ).

الحل

أكمل: ∵ $\overleftarrow{جـ ب} \cap \overleftarrow{هـ ى} = \{أ\}$

∴ ق (∠أ) = $\frac{1}{2}$ [ق(⌒جـ هـ) - ق(⌒ب ى)]

∴ ٣٦ = $\frac{1}{2}$ [١٠٤° - ق (⌒ب ى)] ∴ ق (⌒ب ى) = ٣٢° **(المطلوب أولًا)**

∵ ق (⌒ى هـ) + ق (⌒ب جـ) = ٣٦٠° - (١٠٤° + ٣٢°) = ٢٢٤°

∵ ق (⌒ى هـ) = ق (⌒ب جـ)

∴ ٢ق (⌒ى هـ) = ٢٢٤° ∴ ق (⌒ى هـ) = ١١٢° **(المطلوب ثانيًا)**

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

Scan me!

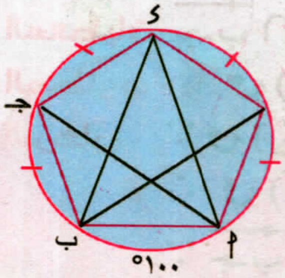
٥ - ٣

الزوايا المحيطية المرسومة على نفس القوس

سوف تتعلم

- كيفية استنتاج العلاقة بين الزوايا المحيطية التي تحصر أقواسًا متساوية في القياس.

فكر و ناقش



في الشكلِ المقابلِ : ق (أب⌢) = ١٠٠°

- هل تحصر الزوايا المحيطية ∠أهـب ، ∠أءب ، ∠أجـب نفس القوس؟
- **أوجد** ق (∠أهـب)، ق (∠أءب)، ق (∠أجـب).

ماذا تلاحظ ؟

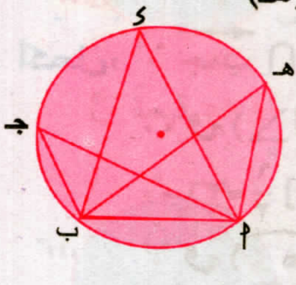
- هل الزوايا المحيطية التى تحصر أقواسًا متساويةً فى القياسِ، تكون متساويةً فى القياسِ ؟ فسِّر إجابتك؟

نظرية ٢

الزوايا المحيطية التى تحصرُ نفسَ القوس فى الدائرة الواحدة متساويةٌ فى القياس.

المعطيات: ∠جـ ، ∠ء ، ∠هـ زوايا محيطيَّة مشتركة فى أب⌢.

المطلوب: ق (∠جـ) = ق (∠ء) = ق (∠هـ)



البرهان: ∵ ق (∠جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (أب⌢)

، ق (∠ء) = $\frac{1}{2}$ ق (أب⌢)

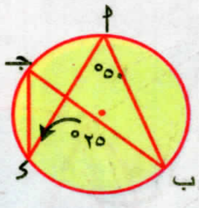
، ق (∠هـ) = $\frac{1}{2}$ ق (أب⌢)

∴ ق (∠جـ) = ق (∠ء) = ق (∠هـ)

وهو المطلوب.

تدرب ادرس كلاً من الأشكالِ الآتية ثم أوجد قياسات الزوايا المبينة أسفل كل شكل:

(١)

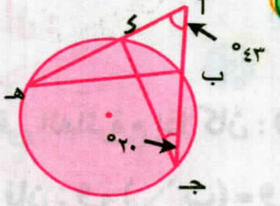


ق (∠ جـ)، ق (∠ ب)

(٢)

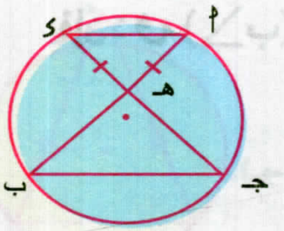
ق (∠ جـ)، ق (∠ ب ء جـ)

(٣)



ق (∠ ب هـ ء)، ق (∠ أ ب هـ)

مثال (١)



فى الشكلِ المقابلِ :

$\overline{أب} \cap \overline{جـء}$ = {هـ}، هـ أ = هـ ء

أثبت أن : هـ ب = هـ جـ.

الحل

فى Δ أ هـ ء ∵ هـ أ = هـ ء ∴ ق (∠ ء) = ق (∠ أ) (١)

∵ ∠ أ ب جـ، ∠ أ ء جـ محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{أجـ}$ ∴ ق (∠ ب) = ق (∠ ء) (٢)

∵ ∠ ء جـ ب، ∠ ء أ ب محيطيتان تحصران $\overset{\frown}{ب ء}$ ∴ ق (∠ جـ) = ق (∠ أ) (٣)

من (١)، (٢)، (٣) نستنتج أن: ق (∠ ب) = ق (∠ جـ)

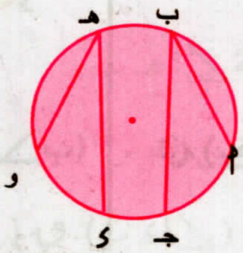
فى Δ هـ ب جـ: ∵ ق (∠ ب) = ق (∠ جـ) ∴ هـ ب = هـ جـ **(وهو المطلوب)**

نتيجة الزوايا المحيطية التى تحصرُ أقواساً متساويةً فى القياس فى الدائرة الواحدة (أو فى عدة دوائر) متساويةٌ فى القياس

لاحظ أن :

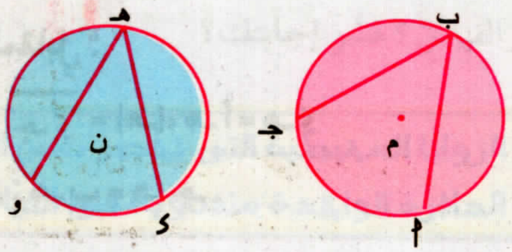
(١) فى الدائرة م إذا كان : ق $(\overset\frown{أجـ})$ = ق $(\overset\frown{ءو})$

فإن : ق (∠ ب) = ق (∠ هـ)



(٢) لأى دائرتينِ م، ن إذا كان : ق $(\overset\frown{أجـ})$ = ق $(\overset\frown{ءو})$

فإن : ق (∠ ب) = ق (∠ هـ)



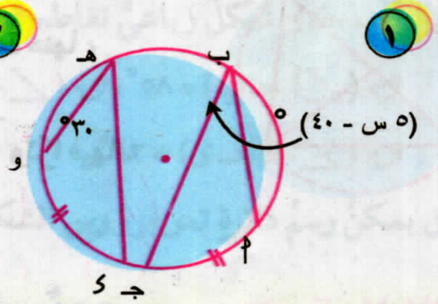
(٣) عكسُ النتيجة السابقة صحيحٌ ، أى أن :

الزوايا المحيطية المتساويةُ فى القياسِ فى الدائرة الواحدة (أو فى عدة دوائر) تحصر أقواسًا متساويةً فى القياسِ .

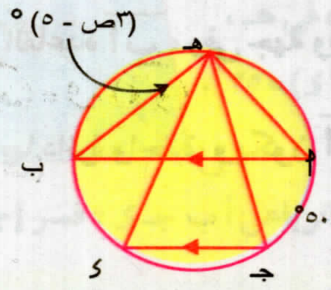
فكر هل كلُّ وترين لا يتقاطعان داخل الدائرة ، ويحصران قوسين متطابقين، متوازيين ؟ فسر إجابتك

تدرب

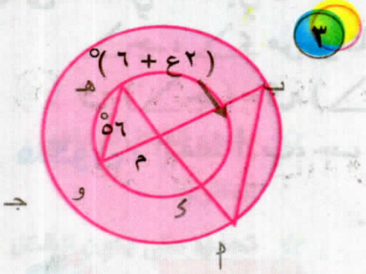
فى كلٍّ من الأشكالِ الآتية، أوجد قيمةَ الرمز المستخدم فى القياسِ :



أوجد قيمة س

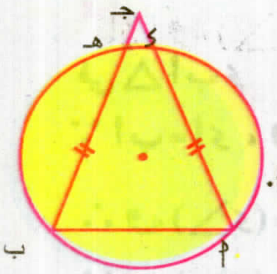


أوجد قيمة ص



أوجد قيمة ع

مثال (٢)



فى الشكلِ المقابلِ:

$\overline{اى}$ ، $\overline{ب هـ}$ وتران متساويان فى الطول فى الدائرة ، $\overleftarrow{اى} \cap \overleftarrow{ب هـ}$ = {جـ}.

أثبت أن : جـى = جـهـ .

الحل

المعطيات: اى = ب هـ

المطلوب: إثبات أن : جـى = جـهـ

البرهان: ∵ اى = ب هـ ∴ ق ($\overset{\frown}{اى}$) = ق ($\overset{\frown}{ب هـ}$)

بإضافة ق ($\overset{\frown}{ى هـ}$) لكلٍّ من الطرفين ينتج أن : ق ($\overset{\frown}{اى هـ}$) = ق ($\overset{\frown}{ب هـ ى}$)

∴ ق (∠ب) = ق (∠ا) (نتيجة)

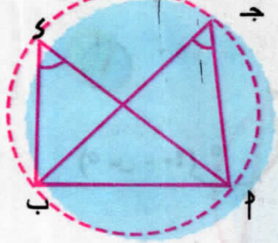
فى △ اب جـ ∵ ق (∠ا) = ق (∠ب) ∴ اجـ = ب جـ (١)

∵ اى = ب هـ (٢)

بطرح طرفى (٢) من (١) ينتج أن : جـى = جـهـ (وهو المطلوب)

عكس نظرية ٢

إذا تساوى قياسا زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة، وفى جهة واحدة منها فإنه تمر برأسيهما دائرة واحدة تكون هذه القاعدة وترًا فيها .



فى الشكلِ المقابلِ لاحظ أن :

∠ جـ ، ∠ ء مرسومتان على القاعدة $\overline{أب}$ ، وفى جهة واحدة منها ،

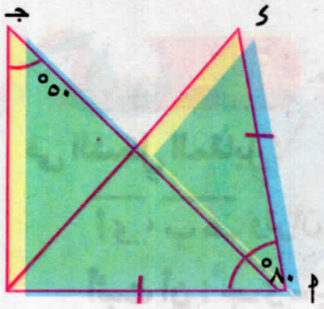
ق (∠ جـ) = ق (∠ ء)

فتكون : النقط أ، ب، جـ، ء تمر بها دائرة واحدة، ويكون $\overline{أب}$ وترًا فيها .

مثال (٤)

فى الشكلِ المقابلِ : أ ب = أ ء ، ق (∠ أ) = ٨٠° ، ق (∠ جـ) = ٥٠°

أثبت أن : النقط أ، ب، جـ، ء تمر بها دائرة واحدة .



الحل

فى △ أ ب ء

∵ أ ب = أ ء ، ق (∠ أ) = ٨٠°

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ أ ب ء) = $\frac{١٨٠ - ٨٠}{٢}$ = ٥٠°

∵ ق (∠ ء) = ق (∠ جـ) = ٥٠°

وهما زاويتان مرسومتان على القاعدةِ $\overline{أب}$ وفى جهةٍ واحدة منها .

∴ النقط أ، ب، جـ، ء تمر بها دائرة واحدة

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول علي موقع الوزارة الإلكتروني

٥ ـ ٤

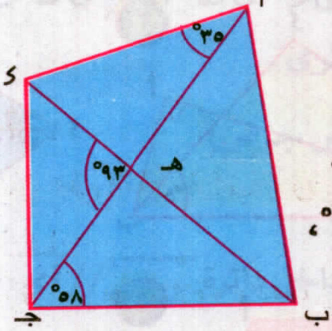
الشكلُ الرباعيُّ الدائريُّ

- مفهوم الشكل الرباعي الدائري
- تحديد متى يكون الشكل الرباعي دائريًا

مصطلحات أساسية

- شكل رباعي دائري.

فكر و ناقش



فى الشكلِ المقابلِ :

أ ب جـ ى شكلٌ رباعيٌّ تقاطع قطراه فى هـ ،

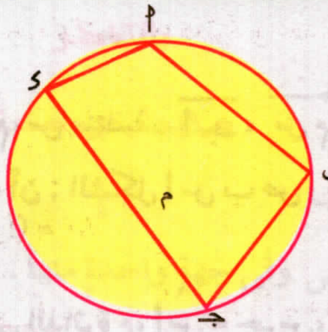
ق (∠ أ جـ ب) = ٥٨°، ق (∠ جـ أ ى) = ٣٥°،

ق (∠ جـ هـ ى) = ٩٣° .

هل يمكنُ رسمُ دائرةٍ تمر برؤوس الشكلِ الرباعى أ ب جـ ى ؟ فسر إجابتك .

الشكل الرباعى الدائرى	هو شكلٌ رباعيٌّ تنتمى رؤوسه الأربعة إلى دائرة واحدة.

لاحظ :



(١) الشكل أ ب جـ ى رباعيًا دائريًا ، لأن رؤوسه أ، ب، جـ، ى تنتمى للدائرة م .

(٢) الشكل س ص ع ل رباعيًا دائريًا لأن :

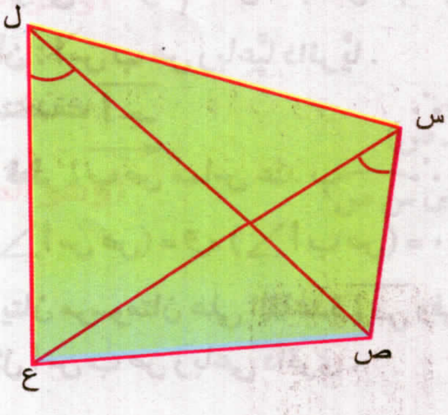
ق (∠ ص س ع) = ق (∠ ص ل ع)

وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة ص ع وفى جهةٍ واحدة منها ،

فيمكن رسمُ دائرة تمرُّ بالنقط

س، ص، ع، ل .

أى أن رؤوس الشكل س ص ع ل تنتمى لدائرة واحدة.

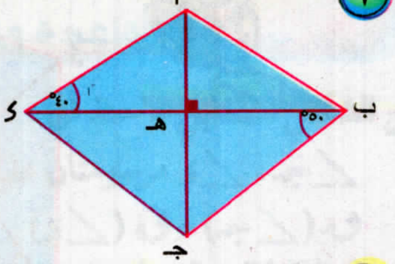


تدرب

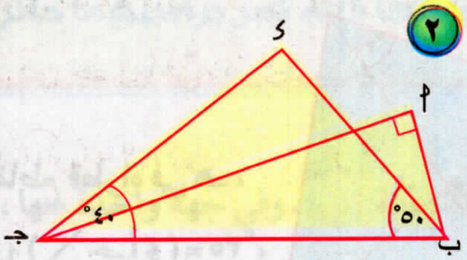
أجب عن السؤال الآتى في كراسة الفصل:

بيِّن أى من الأشكالِ الآتيه رباعيًّا دائريًّا ، فسر إجابتك.

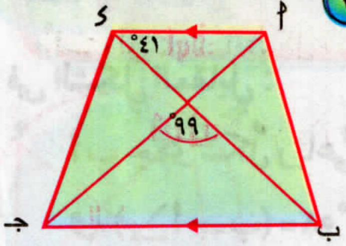
(١)



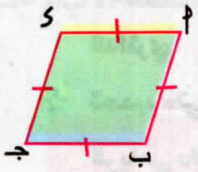
(٢)



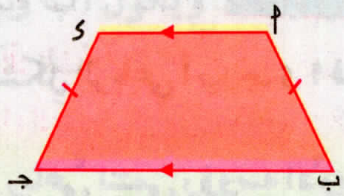
(٣)



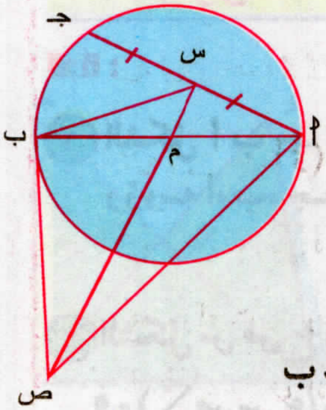
(٤)



(٥)



مثال (١)



فى الشكلِ المقابلِ :

$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م، س منتصف $\overline{\text{أ ﺟ}}$ ، $\overleftarrow{\text{س م}}$ يقطع مماس الدائرة عند ب فى ص . أثبت أن : الشكل أ س ب ص رباعى دائرى .

الحل

المعطيات: $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م، أ س = ﺟ س، $\overleftarrow{\text{ب ص}}$ مماس للدائرة عند ب

المطلوب: إثبات أن : أ س ب ص رباعيًا دائريًا .

البرهان: ∵ س منتصف $\overline{\text{أ ﺟ}}$ ∴ $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{أ ﺟ}}$ ، ق (∠ أ س ص) = ٩٠°

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر ، $\overline{\text{ب ص}}$ مماس عند ب ∴ $\overline{\text{ب ص}} \perp \overline{\text{أ ب}}$، ق (∠ أ ب ص) = ٩٠°

∵ ق (∠ أ س ص) = ق (∠ أ ب ص) = ٩٠°

وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة $\overline{\text{أ ص}}$ وفى جهة واحدة منها .

∴ الشكل أ س ب ص رباعى دائرى .

فكر فى المثالِ السابق، أين يقعُ مركزُ الدائرةِ المارة برؤوس الشكلِ أ س ب ص؟ فسر إجابتك.

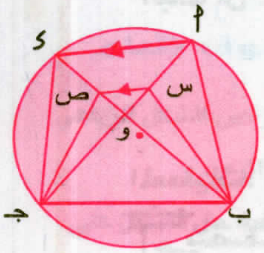
مثال (٢)

ا ب جـ ء شكلٌ رباعيٌّ دائريٌّ تقاطع قطراه فى و، س ∈ $\overline{او}$ ، ص ∈ $\overline{ءو}$ حيث $\overline{سص}$ // $\overline{اء}$.

أثبت أن : **أولاً:** الشكل ب س ص جـ رباعيٌّ دائرى .

ثانياً: ق (∠ س ب ص) = ق (∠ س جـ ص)

الحل



المعطيات: ا ب جـ ء شكلٌ رباعى مرسوم داخل دائرة $\overline{سص}$ // $\overline{اء}$

المطلوب: إثبات أن : **أولاً:** الشكلُ ب س ص جـ رباعى دائرى .

ثانياً: ق (∠ س ب ص) = ق (∠ س جـ ص)

البرهان: ∵ $\overline{سص}$ // $\overline{اء}$

∴ ق (∠ جـ ا ء) = ق (∠ جـ س ص) بالتناظر

∵ ق (∠ جـ ا ء) = ق (∠ جـ ب ء) محيطيتان مشتركتان فى $\overset{\frown}{جـ ء}$

∴ ق (∠ جـ س ص) = ق (∠ جـ ب ص)

وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة جـ ص وفى جهةٍ واحدةٍ منها .

∴ الشكل ب س ص جـ رباعى دائرى (وهو المطلوب أولاً)

∵ الشكل ب س ص جـ رباعى دائرى (إثباتاً)

∴ ق (∠ س ب ص) = ق (∠ س جـ ص)

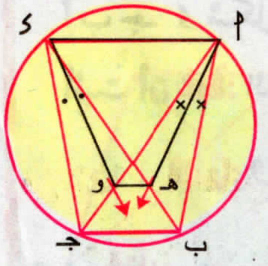
لأنهما زاويتانِ محيطيتان مشتركتانِ فى $\overset{\frown}{س ص}$. (وهو المطلوب ثانياً)

مثال (٣)

فى الشكلِ المقابلِ :

أ ب جـ ء شكل رباعي دائري فيه :

$\overrightarrow{أهـ}$ ينصف ∠ ب أ جـ ، $\overrightarrow{ءو}$ ينصف ∠ ب ء جـ



أثبت أن : **أولا:** أ هـ و ء رباعي دائرى .

ثانيا: $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب جـ}$.

المعطيات: أ ب جـ د شكل رباعى دائرى

$\overrightarrow{أهـ}$ ينصف ∠ ب أ جـ ، $\overrightarrow{ءو}$ ينصف ∠ ب ء جـ

المطلوب إثبات أن:

أولا : أ هـ و ء رباعى دائرى

ثانيا : $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب جـ}$

البرهان

ق(∠ ب أ جـ) = ق (∠ ب ء جـ) (١) محيطيتان مشتركتان فى $\overset{\frown}{ب جـ}$

∵ $\overrightarrow{أهـ}$ ينصف ∠ ب أ جـ

∴ ق (∠ هـ أ و) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب أ جـ)

بالمثل ق (∠ هـ ء و) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب ء جـ) } ٢)

من ١) ، ٢)

∴ ق (∠ هـ أ و) = ق (∠ هـ ء و)

∴ الشكل أ هـ و ء رباعى دائرى (وهو المطلوب أولا)

∴ ق (∠ و هـ ء) = ق (∠ جـ أ ء)

∵ (∠ جـ ب ء) = ق (∠ جـ أ ء)

∴ ق (∠ و هـ ء) = ق (∠ جـ ب ء) وهما متناظرتان

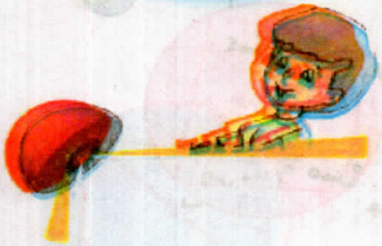
∴ $\overline{هـ و}$ // $\overline{ب جـ}$ (وهو المطلوب ثانيا)

Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

٥-٥

خواصُ الشكْل الرباعىّ الدائرى



سوف تتعلم

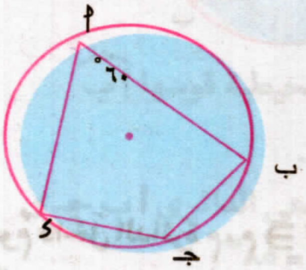
- خواص الشكل الرباعي الدائري.
- كيفية حل مسائل على خواص الشكل الرباعي الدائري.

مصطلحات أساسية

- شكل رباعي دائري.

فكر وناقش

فى الشكلِ المقابلِ :



ق (∠أ) = ٦٠° ، فإن ق (⌒ب جـ ى) = ...°

- إذا كان ق (⌒ب أ ى) = ...°
- إذا كان ق (∠ب جـ ى) = ...°
- إذا كان ق (∠ب) = ٨٠° فإن ق (∠ى) = ...
- ماذا تلاحظ على مجموعِ الزاويتين المتقابلتين فى الشكل الرباعى الدائرى.

نظرية ٣

إذا كان الشكلُ الرباعىُ دائريًا فإن كلَ زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان .

المعطيات: أ ب جـ ى شكل رباعى دائرى .

المطلوب: إثبات أن : (١) ق (∠أ) + ق (∠جـ) = ١٨٠°

(٢) ق (∠ب) + ق (∠ى) = ١٨٠°

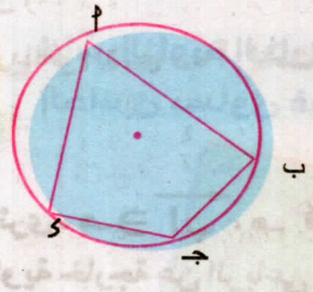
البرهان: ∵ ق (∠أ) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ب جـ ى)

، ق (∠جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ب أ ى)

∴ ق (∠أ) + ق (∠جـ)

= $\frac{1}{2}$ [ق (⌒ب جـ ى) + ق (⌒ب أ ى)]

= $\frac{1}{2}$ × ٣٦٠° = ١٨٠°

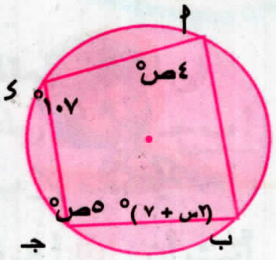


بالمثل: ق (∠ب) + ق (∠ى) = ١٨٠° (وهو المطلوب)

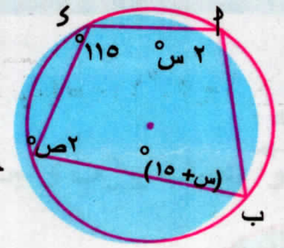
تدرب

فى كلٍ من الأشكالِ الآتيةِ أوجد قيمةَ س، ص

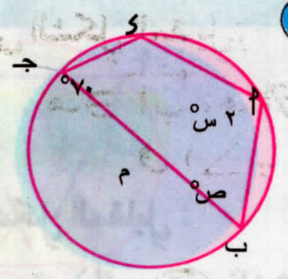
(١)



(٢)



(٣)

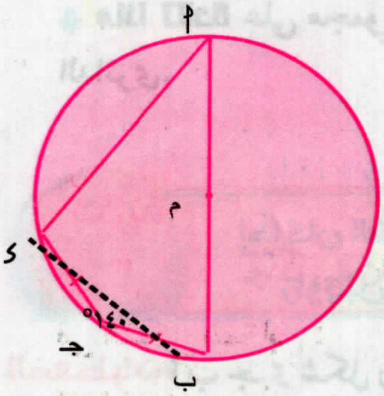


مثال (١)

أ ب جـ ى شكلٌ رباعيٌّ مرسومٌ داخلَ الدائرة م، م ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ ، جـ ب = جـ ى ، ق (∠ ب جـ ى) = ١٤٠°

أوجد : أولاً: ق (∠ أ)   ثانيًا: ق (∠ ى)

الحل



∵ أ ب جـ ى شكل رباعى دائرى

∴ ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) = ١٨٠°   (نظرية)

∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° - ١٤٠° = ٤٠°   (المطلوب أولاً)

نرسم $\overline{\text{ب ى}}$ ، فى △ ب جـ ى   ∵ جـ ب = جـ ى

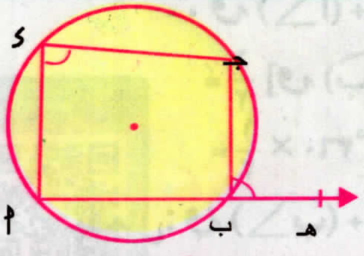
∴ ق (∠ جـ ى ب) = ق (∠ جـ ب ى) = $\frac{١٨٠ - ١٤٠}{٢}$ = ٢٠°

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م   ∴ ق (∠ أ ى ب) = ٩٠°

∴ ق (∠ أ ى جـ) = ٩٠° + ٢٠° = ١١٠°   (وهو المطلوب ثانيًا)

نتيجة

قياسُ الزاويةِ الخارجةِ عند أىِّ رأسٍ من رؤوسِ الشكلِ الرباعىِّ الدائرى يساوى قياسَ الزاويةِ الداخلةِ المقابلةِ للمجاورةِ لها.



فى الشكلِ المقابلِ :

أ ب جـ ى رباعى دائرى ، هـ ∈ $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ ، هـ ∉ $\overline{\text{أ ب}}$

∴ ∠ هـ ب جـ زاوية خارجة عن الرباعى الدائرى أ ب جـ ى

، ∠ ى هى الزاوية الداخلة المقابلة لها .

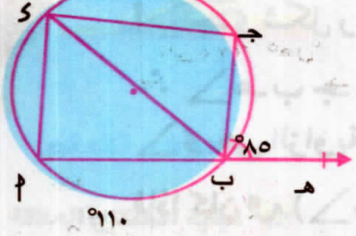
فيكون : ق (∠ هـ ب جـ) = ق (∠ ى)   (مكملاتُ الزاويةِ الواحدةِ متساويةٌ فى القياس)

مثال (٢)

في الشكلِ المقابلِ:

هـ ∈ $\overleftarrow{أب}$ ، هـ ∉ $\overline{أب}$ ، ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ١١٠° ، ق (∠ جـ ب هـ) = ٨٥°

أوجد ق (∠ ب ء جـ) .



الحل

∵ ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ١١٠° ، ∠ أ ء ب زاوية محيطية قوسها $\overset{\frown}{أب}$

∴ ق (∠ أ ء ب) = $\frac{١}{٢}$ ق ($\overset{\frown}{أب}$) = ٥٥° .

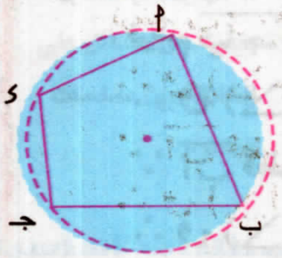
∵ ∠ جـ ب هـ خارجة عن الشكل الرباعي الدائري أ ب جـ ء

∴ ق (∠ جـ ب هـ) = ق (∠ جـ ء أ) = ٨٥° (نتيجة)

∠ ب ء جـ) = ٨٥° - ٥٥° = ٣٠° (وهو المطلوب)

عكس نظرية ٣

إذا وجدت زاويتان متقابلتان متكاملتان في شكل رباعي كان هذا الشكل رباعيًا دائريًا



في الشكلِ المقابلِ :

إذا كان ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) = ١٨٠°

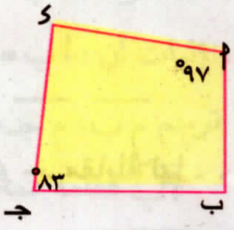
أو: ق (∠ ب) + ق (∠ ء) = ١٨٠°

فيكون الشكل أ ب جـ ء رباعيًا دائريًا .

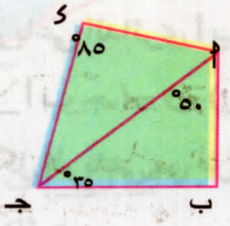
تدرب

في كلٍّ من الأشكالِ الآتية أثبت أن الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري :

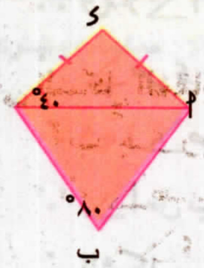
(١)



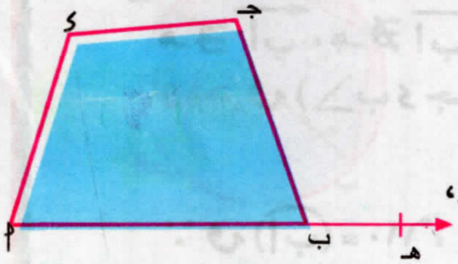
(٢)



(٣)



نتيجة إذا وجدت زاوية خارجة عن رأس من رؤوس شكل رباعى قياسها يساوى قياس الزاوية الداخلة المقابلة لهذا الرأس كان الشكل رباعيًا دائريًا



في الشكلِ المقابلِ :

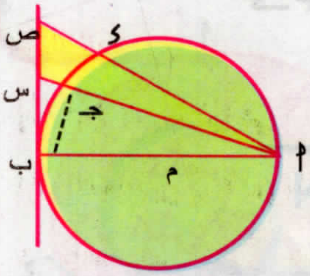
أ ب جـ ء شكل رباعى، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، هـ ∉ $\overline{\text{أ ب}}$

∴ ∠ هـ ب جـ زاوية خارجة عن الشكل الرباعى أ ب جـ ء،

∠ ء هى الزاوية الداخلة المقابلة لها .

فإذا كان ق (∠ هـ ب جـ) = ق (∠ ء) يكون الشكل أ ب جـ ء رباعيًا دائريًا .

مثال (٣)



في الشكلِ المقابلِ :

$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، $\overline{\text{أ جـ}}$، $\overline{\text{أ ء}}$ وتران فيها وفى جهة واحدة من $\overline{\text{أ ب}}$

رسم من ب مماس للدائرة قطع $\overleftarrow{\text{أ جـ}}$ فى س ، $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ فى ص .

أثبت أن : الشكل س ص ء جـ رباعى دائرى .

الحل

نرسم $\overline{\text{ب جـ}}$ ∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر

∴ ق (∠ أ جـ ب) = ٩٠° ، ∠ أ ب جـ تتم ∠ ب أ س (١)

∵ $\overline{\text{أ ب}}$ قطر ، $\overleftarrow{\text{ب ص}}$ مماس للدائرة عند ب .

∴ ق (∠ أ ب س) = ٩٠° ، ∠ أ س ب تتم ∠ ب أ س (٢)

من (١) ، (٢)

∴ ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ أ س ب)

∵ ∠ ص ء جـ خارجة عن الرباعى الدائرى أ ب جـ ء

∴ ق (∠ ص ء جـ) = ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ أ س ب)

∵ ∠ أ س ب خارجة عن الشكل الرباعى س ص ء جـ ، ∠ ص ء جـ مقابلة لها .

∴ الشكل س ص ء جـ رباعى دائرى .

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

Scan me!

فكر متى يكون الشكل الرباعى دائريًا ؟ اذكر جميع الحالات الممكنة؟

٥ - ٦

العلاقةُ بين مماسّات الدائرة

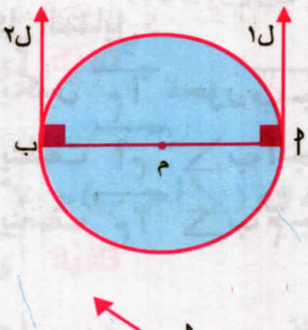
سوف تتعلم

- كيفية استنتاج العلاقة بين القطعتين المماستين المرسومتين من نقطة خارج دائرة.
- مفهوم الدائرة الداخلة لمضلع.
- كيفية استنتاج العلاقة بين المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين.
- كيفية حل مسائل على العلاقة بين مماسات الدائرة.

مصطلحات أساسية

- وتر التماس.
- دائرة داخلة لمضلع.
- مماسات مشتركة.

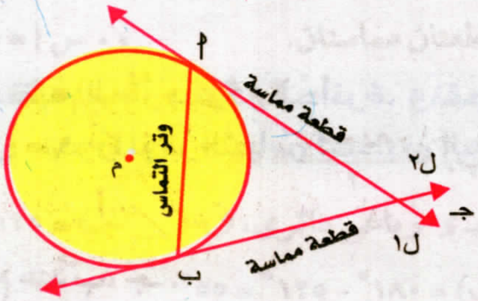
فكر و ناقش



علمت أن المماسانِ المرسومان عند نهايتي قطر في الدائرة متوازيين .

ما العَلاقةُ بين المماسينِ المرسومينِ عند نهايتي وتر في الدائرة لا يمر بمركزها ؟

في الشكلِ المقابلِ :



لاحظ أن :

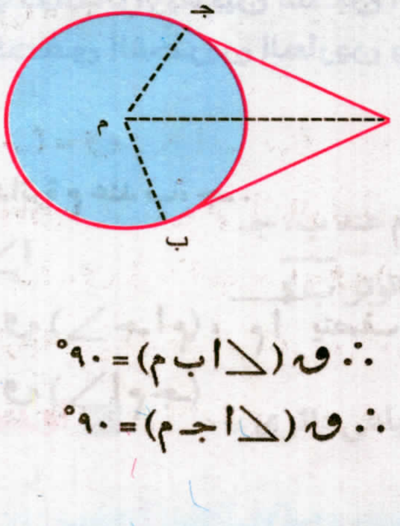
إذا كان أب وترًا في الدائرة م ،

فإن المماسين ل١، ل٢ يتقاطعان

في نقطة جـ .

وتسمى كلٌّ من جـ أ ، جـ ب قطعةً مستقيمةً مماسةً ، كما تسمى أ ب وتر التماس.

> **نظرية ٤**
> القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان في الطول.



المعطيات: أ نقطة خارج الدائرة م،

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان

للدائرة عند ب، جـ .

المطلوب: إثبات أن : أ ب = أ جـ

العمل: نرسم م ب، م جـ، م أ

البرهان: ∵ أ ب قطعة مماسة للدائرة م ∴ ق (∠ أ ب م) = ٩٠°

∵ أ جـ قطعة مماسة للدائرة م ∴ ق (∠ أ جـ م) = ٩٠°

∵ المثلثان أ ب م ، أ جـ م فيهما :

ق(∠ب) = ق(∠جـ) = ٩٠° (إثباتًا)

م ب = م جـ (أطوال أنصاف أقطار)

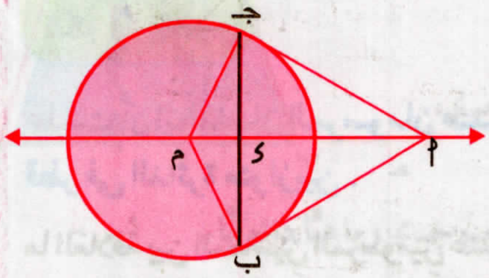
$\overline{أم}$ ضلع مشترك . ∴ △ أ ب م ≡ △ أ جـ م

وينتج أن : $\overline{أب}$ ≡ $\overline{أجـ}$ ∴ أب = أجـ (وهو المطلوب)

فكر

فى الشكلِ المقابلِ :

- لماذا يكون $\overleftrightarrow{مأ}$ محور $\overline{ب جـ}$؟
- لماذا ينصف $\overleftarrow{أم}$ ∠ب أ جـ؟
- لماذا ينصف $\overleftarrow{مأ}$ ∠ب م جـ؟



نتائج النظرية:

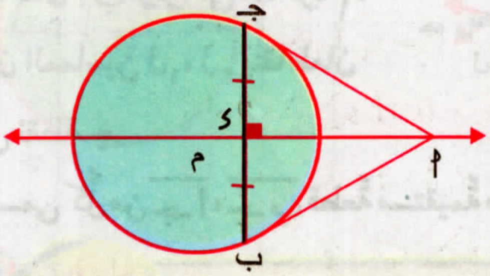
نتيجة ١ المستقيمُ المارُّ بمركزِ الدائرةِ. ونقطة تقاطع مماسين لها يكون محورًا لوتر التماسّ لهذين المماسين.

فى الشكلِ المقابلِ :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماسين للدائرة م عند ب، جـ .

فإن : $\overleftrightarrow{أم}$ محور $\overline{ب جـ}$

ويكون: $\overleftrightarrow{أم}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ ، ب ى = جـ ى



نتيجة ٢ المستقيمُ المارُّ بمركزِ الدائرةِ. ونقطة تقاطع مماسين لها ينصف الزاويةَ بين هذين المماسين. كما ينصف الزاويةَ بين نصفى القطرين المارين بنقطتى التماس.

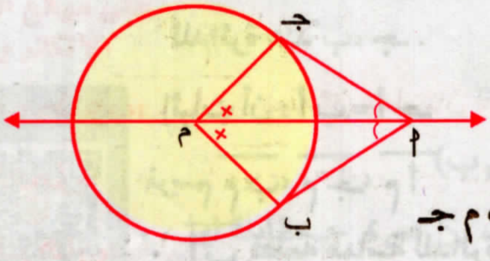
فى الشكلِ المقابلِ :

$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ مماستان للدائرة م عند ب، جـ .

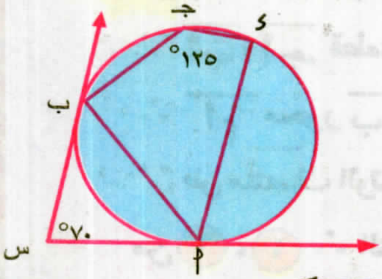
فإن : $\overleftarrow{أم}$ ينصف ∠أ

∴ ق(∠ب أ م) = ق(∠جـ أ م) ، $\overleftarrow{مأ}$ ينصف ∠ب م جـ

∴ ق(∠أ م ب) = ق(∠أ م جـ)



مثال (١)



فى الشكلِ المقابلِ:

$\overleftarrow{\text{س ا}}$ ، $\overleftarrow{\text{س ب}}$ مماسان للدائرة عند ا، ب .

ق (∠ ا س ب) = ٧٠° ، ق (∠ ء جـ ب) = ١٢٥°

أثبت أن : **أولا:** $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ ينصف ∠ ء ا س . **ثانيا:** $\overleftarrow{\text{ا ء}}$ // $\overleftarrow{\text{س ب}}$.

الحل

المعطيات: $\overleftarrow{\text{س ا}}$ ، $\overleftarrow{\text{س ب}}$ مماسان للدائرة، ق (∠ ا س ب) = ٧٠° ، ق (∠ ء جـ ب) = ١٢٥° .

المطلوب: **أولا:** $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ ينصف ∠ ء ا س **ثانيا:** $\overleftarrow{\text{ء}}$ // $\overleftarrow{\text{س ب}}$.

البرهان: ∵ $\overline{\text{س ا}}$ ، $\overline{\text{س ب}}$ قطعتان مماستان. ∴ س ا = س ب

فى △ س ا ب ∵ ق (∠ س ا ب) = ق (∠ س ب ا)، ق (∠ س) = ٧٠°

∴ ق (∠ س ا ب) = $\frac{١٨٠ - ٧٠}{٢}$ = ٥٥° (١)

∵ الشكل ا ب جـ ء رباعي دائرى، ق (∠ جـ) = ١٢٥°

∴ ق (∠ ء ا ب) = ١٨٠° - ١٢٥° = ٥٥° (نظرية) (٢)

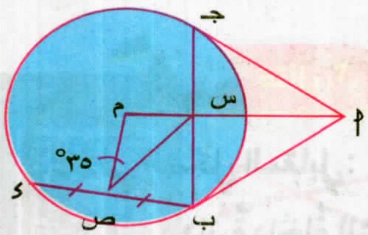
من (١) ، (٢) ينتج أن : ق (∠ س ا ب) = ق (∠ ء ا ب) = ٥٥°

∴ $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ ينصف ∠ ء ا س (المطلوب أولا)

∵ ق (∠ س ب ا) = ق (∠ ء ا ب) = ٥٥° وهما متبادلتان

∴ $\overleftarrow{\text{ا ء}}$ // $\overleftarrow{\text{س ب}}$ (المطلوب ثانيا)

مثال (٢)



فى الشكلِ المقابلِ :

$\overline{\text{ا ب}}$ ، $\overline{\text{ا جـ}}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب، جـ

$\overline{\text{ا م}}$ ∩ $\overline{\text{ب جـ}}$ = {س}، ص منتصف الوتر ب ء

ق (∠ س ص م) = ٣٥° .

أ أثبت أن : الشكل س ب ص م رباعى دائرى . ب أوجد ق (∠ ا) .

الحل

∵ $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب، جـ

∴ $\overleftrightarrow{أم}$ محور $\overline{بجـ}$ ، ق (∠ب س م) = ٩٠° (١)

∵ ص منتصف الوتر $\overline{بى}$ ∴ ق (∠ب ص م) = ٩٠° (٢)

من (١) ، (٢) ∴ الشكل س ب ص م رباعي دائرى . (وهو المطلوب أولاً)

نرسم $\overline{بم}$

∵ الشكل س ب ص م رباعى دائرى ، ق (∠س ص م) = ٣٥° .

∴ ق (∠س ب م) = ق (∠س ص م) = ٣٥°

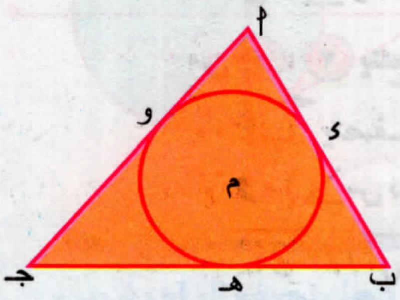
∵ $\overline{أب}$ قطعة مماسة ، $\overline{مب}$ نصف قطر

∴ ق (∠أ ب م) = ٩٠° ∴ ق (∠أ ب جـ) = ٩٠° - ٣٥° = ٥٥°

∵ أ ب = أ جـ ∴ ق (∠أ ب جـ) = ق (∠أ جـ ب) = ٥٥°

∴ ق (∠أ) = ١٨٠° - (٥٥° + ٥٥°) = ٧٠° (وهو المطلوب ثانيًا)

تعريف **الدائرةُ الداخلةُ لمضلعٍ هى الدائرة التى تمسُّ جميعَ أضلاعه من الداخل.**



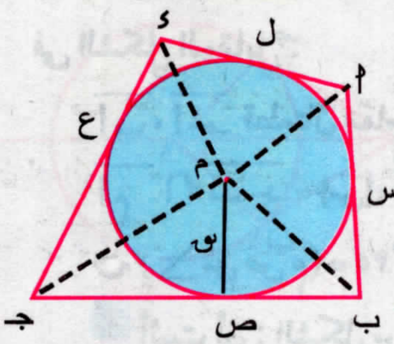
فى الشكلِ المقابلِ :

م هى الدائرةُ الداخلةُ للمثلث أ ب جـ لأنها تمسُّ أضلاعَه من الداخل فى ى ، هـ ، و .

أى أن : المثلث أ ب جـ مرسوم خارج الدائرة م.

فكر هل مركزُ الدائرة الداخلة لأى مثلثٍ هو نقطة تقاطع منصفات زواياه الداخلة ؟ فسر إجابتك.

مثال (٢)



فى الشكلِ المقابلِ:

م دائرةٌ داخلةٌ للشكل الرباعى أ ب جـ ى ، طول نصف قطرها ٥سم، أ ب = ٩سم جـ ى = ١٢سم.

أوجد محيط الشكل أ ب جـ ى ثم احسب مساحته.

الحل

∵ الدائرةُ م دائرة داخلة للشكل الرباعى أ ب جـ ى

∴ الدائرة م تمس أضلاع الشكل أ ب جـ ى فى س، ص، ع، ل

∵ $\overline{أس}$، $\overline{أل}$ قطعتان مماستان للدائرة م ∴ أ س = أ ل

∵ $\overline{ب س}$، $\overline{ب ص}$ قطعتان مماستان للدائرة م ∴ ب س = ب ص

بالمثل يكون جـ ع = جـ ص ∴ ى ع = ى ل

بالجمع ينتج أن : (أ س + ب س) + (جـ ع + ى ع) = أ ل + ب ص + جـ ص + ى ل

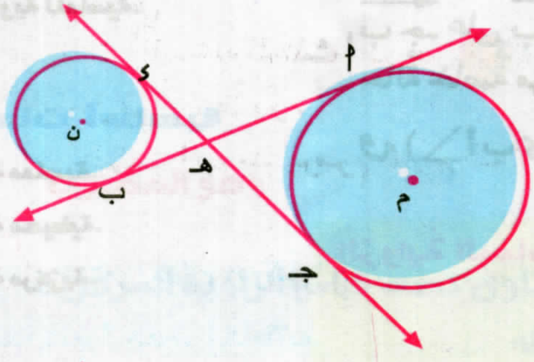
∴ أ ب + جـ ى = أ ى + ب جـ = $\frac{1}{2}$ محيط الشكل أ ب جـ ى

محيطُ الشكل أ ب جـ ى = ٢(٩ + ١٢) = ٤٢سم ،

مساحة الشكل أ ب جـ ى = $\frac{1}{2}$ أ ب × نق + $\frac{1}{2}$ ب جـ × نق + $\frac{1}{2}$ جـ ى × نق + $\frac{1}{2}$ أ ى × نق

= $\frac{1}{2}$ محيط الشكل × نق = $\frac{1}{2}$ × ٤٢ × ٥ = ١٠٥سم^2

المماساتُ المشتركةُ لدائرتين متباعدتين :



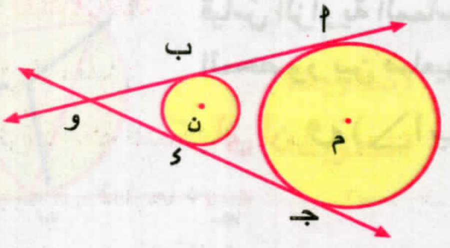
أ يسمى $\overleftrightarrow{أب}$ مماسٌ مشتركٌ داخليٌّ للدائرتين م، ن

لأن الدائرتين م، ن تقعان فى جهتين مختلفتين

من $\overleftrightarrow{أب}$ ، كما أن $\overleftrightarrow{جـى}$ مماسٌ داخليٌّ للدائرتين .

لاحظ أن : $\overline{أب}$ ∩ $\overline{جـى}$ = {هـ}

فى الشكلِ المقابلِ : أثبت أن : أ ب = جـ ى



ب يسمى $\overleftrightarrow{أب}$ مماسٌ مشتركٌ خارجيٌّ للدائرتين م، ن ،

لأن الدائرتين م، ن تقعان فى جهة واحدة من $\overleftrightarrow{أب}$ ،

كما أن $\overleftrightarrow{جـى}$ مماس خارجي للدائرتين .

لاحظ أن : $\overleftarrow{أب}$ ∩ $\overleftarrow{جـى}$ = {و}

فى الشكلِ المقابل : أثبت أن : أ ب = جـ ى .

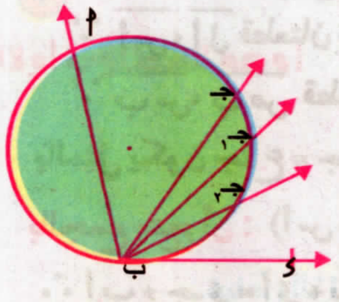
Scan me!

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

٥ - ٣

الزاويةُ المماسيَّة

فكر وناقش



فى الشكلِ المقابلِ :

∠ أ ب جـ زاوية محيطية ضلعاها ب أ ، ب جـ وقوسها أ جـ ، ب ى مماس للدائرة عند ب .إذا تصورنا دوران أحد ضلعى الزاوية المحيطية، وليكن ب جـ مبتعداً عن ب أ فيأخذ أحد الأوضاع ب جـ١، ب جـ٢، ....

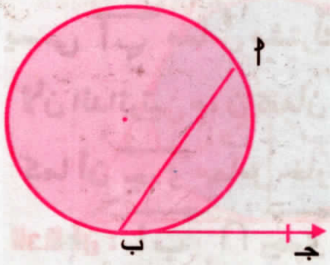
- هل يزدادُ قياسُ الزاوية المحيطية الناشئة مثل ∠ أ ب جـ١، ∠ أ ب جـ٢، ......
- هل يزداد ق (أ جـ١)، ق (أ جـ٢) ، .... ؟
- إذا انطبق ب جـ على ب ى ماذا تلاحظ ؟

لاحظ أننا نحصل على أكبرِ زاوية محيطية فى القياس حينما يكاد ينطبقُ ب جـ على ب ى وتسمى ∠ أ ب ى عندئذٍ بالزاوية المماسية، وهى حالةٌ خاصةٌ من الزاوية المحيطية وعندها يكون :

$$ق (\angle أ ب ى) = \frac{1}{2} ق (\overset{\frown}{أ جـ ب})$$

الزاويةُ المماسيةُ هى الزاويةُ المكونة من اتحاد شعاعين أحدهما مماسٌ للدائرة، والآخر يحمل وتراً فى الدائرة يمر بنقطة التماس.

ويكون :



قياسُ الزاوية المماسية نصفَ قياس القوس المحصور بين ضلعيهما .

أى أن $ق (\angle أ ب جـ) = \frac{1}{2} ق (\overset{\frown}{أ ب})$

سوف تتعلم

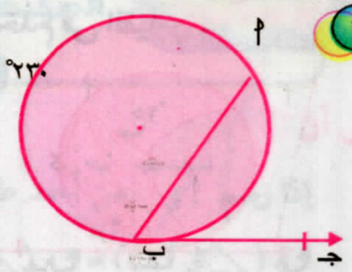
- مفهوم الزاوية المماسية.
- كيفية استنتاج علاقة الزاوية المماسية بالزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس.
- علاقة الزاوية المماسية بالزاوية المركزية المشتركة معها فى القوس .
- كيفية حل المسائل على الزاوية المماسية.

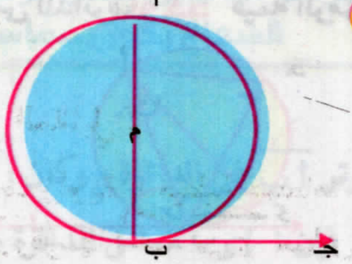
مصطلحات أساسية

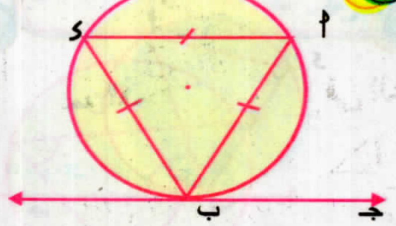
- زاوية مماسية.
- زاوية محيطية.
- زاوية مركزية.

تدرب

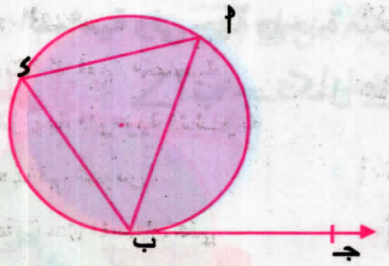
في كلٍّ من الأشكال الآتية احسب ق (∠ ا ب جـ).

١ 

٢ 

٣ 

نظرية ٥ قياسُ الزاويةِ المماسيَّة يساوى قياسَ الزاوية المحيطية المشتركة معها فى القوس.



المعطيات: ∠ ا ب جـ زاوية مماسية، ∠ ء زاوية محيطية.

المطلوب: إثبات أن: ق (∠ ا ب جـ) = ق (∠ ء)

البرهان: ∵ ∠ ا ب جـ زاوية مماسية

∴ ق (∠ ا ب جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ا ب) (١)

∵ ∠ ء زاوية محيطية

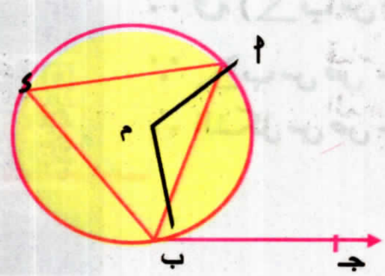
∴ ق (∠ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (⌒ا ب) (٢)

من (١)، (٢) ينتج أن:

ق (∠ ا ب جـ) = ق (∠ ء) **وهو المطلوب**

نتيجة قياسُ الزاويةِ المماسيَّة يساوى نصفَ قياس الزاوية المركزيَّة المشتركه معها فى القوس.

فى الشكلِ المقابلِ:



$\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس للدائرة م، $\overline{\text{ا ب}}$ وتر التماس

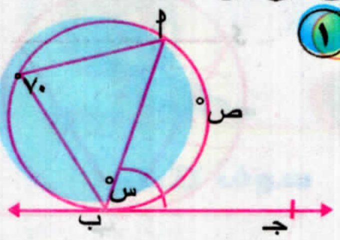
∴ ق (∠ ا ب جـ) = ق (∠ ء) (نظرية)

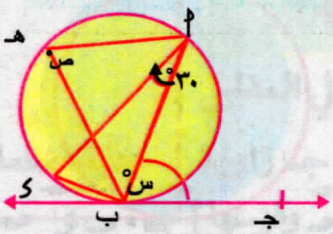
∵ ق (∠ ء) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ا م ب) (نظرية)

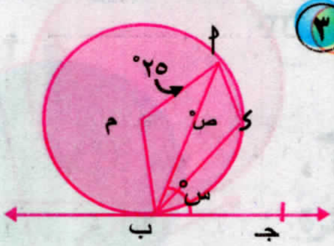
∴ ق (∠ ا ب جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ا م ب)

تدرب

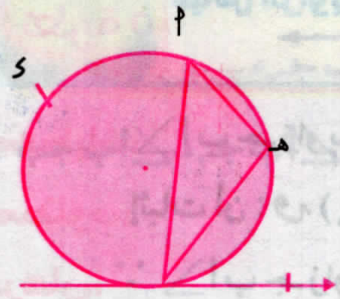
في كل من الأشكال الآتية: $\overleftrightarrow{بجـ}$ مماس للدائرة، أوجد قيمة الرمز المستخدم في القياس .







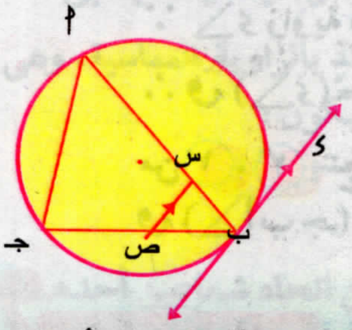
ملاحظة هامة :



الزاويةُ المماسيةُ تكمل الزاويةَ المحيطيةَ المرسومةَ على وترِ الزاوية المماسية وفى جهة واحدة منه .

أى أن : ∠ أ ب جـ تكمل ∠ أ هـ ب .

مثال (١)



أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{بء}$ مماس للدائرة عند ب ،

س ∈ $\overline{أب}$ ، ص ∈ $\overline{بجـ}$ حيث $\overline{سص}$ // $\overleftrightarrow{بء}$.

أثبت أن : الشكل أ س ص جـ رباعى دائرى .

البرهان: ∵ $\overleftrightarrow{بء}$ مماس للدائرة عند ب، $\overline{أب}$ وتر التماس . ∴ ق (∠ ء ب أ) = ق (∠ جـ)

∵ $\overline{سص}$ // $\overleftrightarrow{ءب}$ ، $\overleftrightarrow{أب}$ قاطع لهما ∴ ق (∠ ء ب أ) = ق (∠ ب س ص)

∴ ق (∠ ب س ص) = ق (∠ جـ)

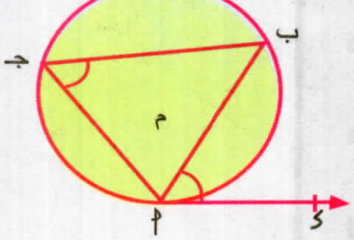
∵ ∠ ب س ص خارجة عن الشكل الرباعى س ص جـ أ .

∴ الشكل س ص جـ أ رباعى دائرى (وهو المطلوب)

عكس نظرية ٥

إذا رسم شعاع من أحد طرفي وتر في دائرة بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوي قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى فإن هذا الشعاع يكون مماسًا للدائرة.

أى أن :

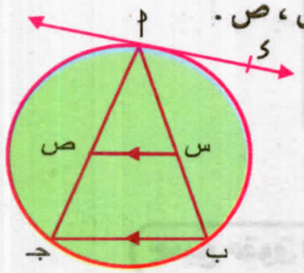


إذا رسم $\overrightarrow{اى}$ من أحد طرفي الوتر $\overline{اب}$ في الدائرة م وكان :

ق (∠ى ا ب) = ق (∠جـ) فإن : $\overrightarrow{اى}$ مماس للدائرة م .

مثال (٢)

ا ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{اى}$ مماس للدائرة عند ا، س ∈ $\overline{اب}$ ، ص ∈ $\overline{اجـ}$ حيث $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$ أثبت أن : $\overleftrightarrow{اى}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ا ، س ، ص .



الحل

المعطيات: $\overleftrightarrow{اى}$ مماس للدائرة ، $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$

المطلوب: إثبات أن : $\overleftrightarrow{اى}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ا ، س ، ص .

البرهان: ∵ $\overleftrightarrow{اى}$ مماس، $\overline{اب}$ وتر التماس ∴ ق (∠ى ا ب) = ق (∠جـ) (١)

∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{اجـ}$ قاطع لهما ∴ ق (∠ا ص س) = ق (∠جـ) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : ق (∠ى ا ب) = ق (∠ا ص س)

أى أن : ق (∠ى ا س) = ق (∠ا ص س)

∴ $\overleftrightarrow{اى}$ مماس للدائرة المارة بالنقط ا ، س ، ص .

لمزيد من التدريبات يرجى الدخول على موقع الوزارة الإلكتروني

المواصفات الفنية :

مقاس الكتاب :	$\frac{1}{8}$ (٥٧ × ٨٢) سم
طبع المتن :	٤ لون
طبع الغلاف :	٤ لون
ورق المتن :	٧٠ جم أبيض
ورق الغلاف :	١٨٠ جم كوشيه
عدد الصفحات :	١٧٦ صفحة
التجليد :	بشر
رقم الكتاب :	١٠/٣/٣٣/٢/٢٢/٢٤٠

جميع حقوق الطبع محفوظة لوزارة التربية والتعليم داخل جمهورية مصر العربية

مطابع دار الكتب الجامعية

http://elearning.moe.gov.eg

- الحياة الناجحة مبنية على أداء الواجبات وليس أخذ الحقوق .
- أتقن عملك تحقق أملك .
- عندما يكون الوطن في خطر فكل أبنائه جنود .
- إن الله خلقنا لنعمل والحياة بلا عمل عبء لايحتمل .
- نبذ العنف والتطرف خير دليل على حبك لوطنك .

الإدارة المركزية لتطوير المناهج
Central Administration Of Curriculum Development
CACD

مركز التطوير التكنولوجي

مطابع دار الكتب الجامعية

3
2025
2026

وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني
MINISTRY OF EDUCATION AND TECHNICAL EDUCATION

الرياضيات

الأداءات والتقييمات

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

الإدارة المركزية لتطوير المناهج
CACD
Central Administration Of Curriculum Development

وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني
MINISTRY OF EDUCATION AND TECHNICAL EDUCATION

الرياضيات

الأداءات والتقييمات

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

الاسم : ....

الفصل : ....

المدرسة : ....

٢٠٢٥ / ٢٠٢٦م

الإعـداد والمراجعة

أ. سمير محمد سعداوي

أ. حسين جلال السيد

أ. محمد السيد أحمد

أ. إيهـاب فتحـي ذكي

أ. عـماد حسـن عمـر

أ. أحمـد عـلى آدم

رئيس قسم الرياضيات

د. محمد محيى الدين

مستشار مادة الرياضيات

أ. منال عبـاس أحمد عزقول

إشراف عام

مساعد الوزير لشئون تطوير المناهج التعليمية

والمشرف على الإدارة المركزية لتطوير المناهج

د/ أكرم حسن

المقدمة

إيمانًا من وزارة التربية والتعليم بأهمية تمكين المعلم من أدوات فعّالة ترتقي بمستوى الأداء داخل الصف، وتعزز من جودة التعليم وتحسين مخرجاته ، واستجابة حقيقية لصوت المعلمين وتفاعلاً مع ما رُصد عبر قنوات التغذية الراجعة من الميدان التربوي وتلبية لاحتياجات معلمينا لأدوات تعليمية مرنة وشاملة تعينهم على أداء رسالتهم التربوية والتعليمية السامية ، جاء هذا الكتاب ليكون دعامة تربوية متكاملة تدعم المعلم في تخطيط وتنفيذ مهامه التدريسية بكفاءة كما تيسر له عملية التقويم بشكل مستمر ، وقد تم تصميم محتواه ليقدم نماذج متنوعة من الأداءات الصفية الفاعلة، والأنشطة التعليمية المصممة وفق منهجية تفاعلية تُعلي من شأن التعلم النشط، وتُسهم في إحداث نقلة نوعية في الممارسات التدريسية وتركز بشكل واضح على أن الطالب محور العملية التعليمية.

ويحتوي الكتاب على أسئلة بنائية وتشخيصية ، ومهام تعلم هادفة ينجزها الطالب كواجب منزلي، تُعزز التكامل بين التعلم داخل الصف وخارجه، وتُسهم في بناء التعلم لدى الطالب بشكل مستدام. كما تساعد هذه الأدوات على تنمية التفكير الناقد والإبداعي، وتعميق الفهم، ودعم وتعزيز دافعية الطلاب ومنحهم شعورًا بالإنجاز والتميّز.

كما يتضمن اختبارات أسبوعية قصيرة وتقويمات مرحلية تتيح للمعلم قياس مدى تحقق نواتج التعلم أولاً بأول، بما يضمن معالجة الفجوات التعليمية مبكرًا، ويوفّر تغذية راجعة فورية تسهم في تحسين أداء الطلاب. وقد اختتمت أداءات كل شهر بمجموعة من التدريبات المتدرجة ، التي تُراعي الفروق الفردية وتستهدف المستويات المعرفية المختلفة، في إطار من التنوع والعمق والتكامل تؤهل الطالب لأداء الاختبارات الشهرية بكفاءة.

إن هذا الكتاب يُعد ترجمة حقيقية لتوجهات الوزارة نحو تخفيف الأعباء المادية والمعنوية على أولياء الأمور، وتوفير محتوى تعليمي مساند يثري البيئة الصفية، ويتيح للمعلم وقتًا أكبر للابتكار التربوي والتفاعل المثمر مع طلابه. كما أنه يشكل أداة فاعلة في دعم توجهات الوزارة نحو تعزيز نواتج التعلّم، وتحقيق تحول حقيقي في بيئة التعلم من التلقين إلى الفهم، ومن الحفظ إلى التطبيق، ومن التلقي إلى المشاركة.

وإننا إذ نضع هذا العمل بين أيدي المعلمين والطلاب، فإننا نطمح إلى أن يكون مساهمة قيمة في تحسين الأداء الأكاديمي وتعزيز جودة التعليم وأن يصبح لبنة إضافية في بناء جيل واع ومتعلم، مزود بالمهارات والكفايات التي تؤهله للنجاح في عالم يتطلب الإبداع والابتكار، وأن يُحدث أثرًا ملموسًا في تحقيق رؤية تربوية طموحة لمستقبل التعليم في وطننا العزيز.

والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل...

الوحدة : الأولى | الأسبوع الأول | الدرس الأول حاصل الضرب الديكارتي | ..../..../ ٢٠

الأداء الصفى :

نشاط (١) : (أكل وشرب) :

دخل مروان أحد المطاعم وكانت قائمة الشطائر { سمك ، دجاج ، لحم }، والمشروبات{ عصير ، شاى } ساعد مروان فى معرفة عدد الاختيارات الممكنة لاختيار وجبة مكونة من : شطيرة ومشروب .

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) إذا كان: (٥ – ٢ س ، ص^{٣} – ١) = (١ ، ٢٦) أوجد قيمة ٣س + ص .

٢) إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٨ } ، ص = { ٤ ، -٣} ، أوجد :

١) ص × س ومثلها بمخطط سهمى .   ٢) ص^{٢} ومثلها بمخطط بيانى .

٣) إذا كانت س = { ١ ، ٣، ٤ } ، ص = { ٤ ، ٥ } ، ع = {٤} أوجد :

١) (س ∩ ص) × ع   ٢) ن (س × ع)

٤) إذا كان : س × ص = { (١ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٥ ، ١) } أوجد :

١) س ، ص

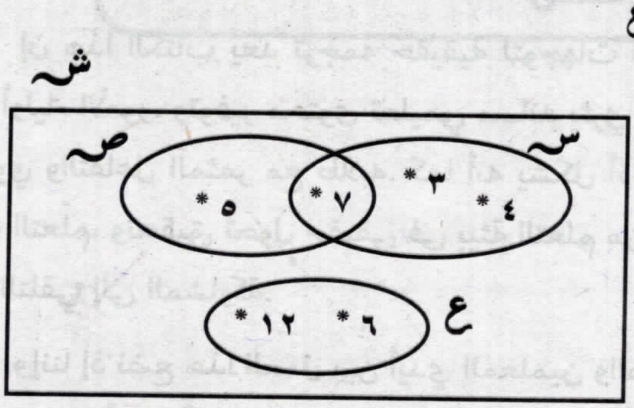
٢) ن (ص^{٢})

٣) ص × س

٥) باستخدام شكل فن للمجموعات س ، ص ، ع الموضح بالشكل المقابل أوجد :

١) (س ∪ ص) × ع

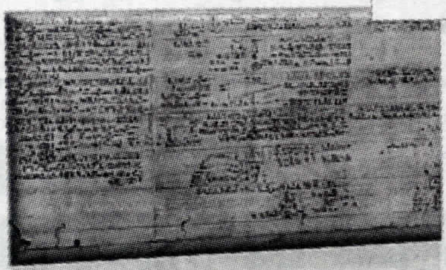
٢) ص × (س ∩ ع)



الوحدة : الرابعة | **الأسبوع الأول** | **الدرس الأول**

النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

...../...../٢٠.....



الأداء الصفى :

نشاط (١) : (بردية ريند الرياضية) :

عرف الفراعنة علم حساب المثلثات وبرعوا في تطبيقاته .

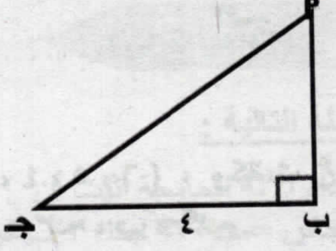
و بردية ريند الرياضية المنسوبة إلى العالم ألكسندرهنري ريند تستعرض قائمة من المسائل العملية ومنها حساب الأشكال الهندسية .

تعاون أنت ومجموعتك في رسم مثلثات قائمة مختلفة ، ثم احسب النسب بين أطوال أضلاع المثلثات.

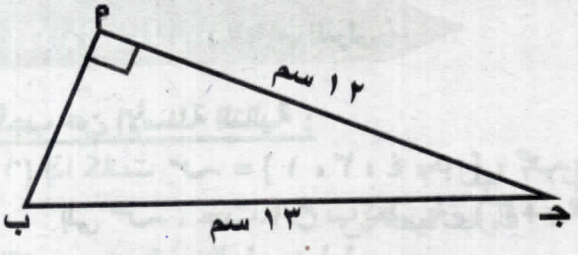
الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

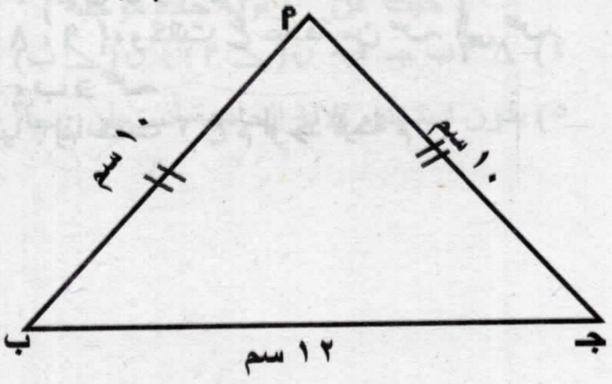
١) في الشكل التالي : Δ أ ب جـ قائم الزاوية في ب ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم .
أوجد : ظا أ + ظا جـ



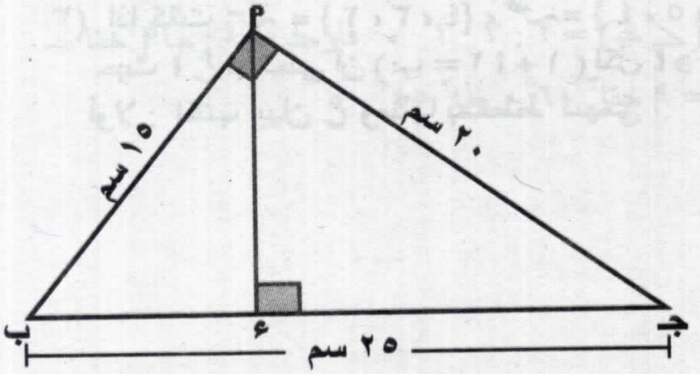
٢) في الشكل التالي : Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، أ جـ = ١٢ سم ، ب جـ = ١٣ سم .
أثبت أن : جا ب جتا جـ + جتا ب جا جـ = ١

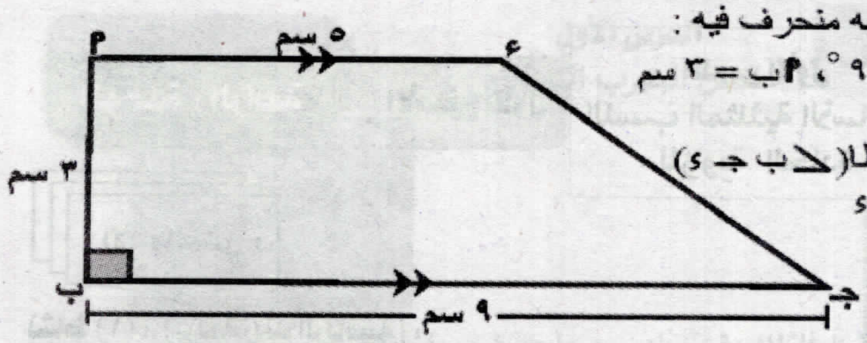


٣) في الشكل التالي : Δ أ ب جـ فيه :
أ ب = أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ١٢ سم .
أوجد : جا جـ ، مساحة المثلث أ ب جـ



٤) في الشكل التالي : Δ أ ب جـ قائم الزاوية في أ ، أ ب = ١٥ سم ، أ جـ = ٢٠ سم ، ب جـ = ٢٥ سم ، $\overline{أ ء} \perp \overline{ب جـ}$ ، أوجد : أ ء ، ظا(∠ جـ أ ء) .





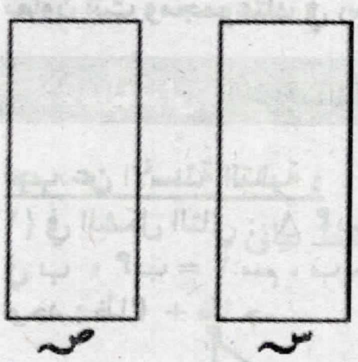
٥) في الشكل المقابل : م ب جـ ء شبه منحرف فيه :
م ء // ب جـ ، ق(∠ب) = ٩٠° ، م ب = ٣ سم
، م ء = ٥ سم ، ب جـ = ٩ سم
أوجد قيمة : ظا(∠م جـ ب) ، ظا(∠ب جـ ء)
، مساحة شبه المنحرف م ب جـ ء

الوحدة : الأولى | الأسبوع الثاني | الدرس الثاني العلاقات | ..../..../ ٢٠....

الأداء الصفي :

نشاط (١) : (طلاب وهوايات) :

اكتب أسماء مجموعتك في المجموعة س ، وأسماء الهوايات التي يفضلها كل منهم في المجموعة ص، ثم اكتب العبارات في صورة أزواج مرتبة ومثلها بالمخطط السهمي الذي أمامك .



الأداء المنزلي : (الواجب المنزلي)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، ص = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ } ، وكانت ع علاقة من س إلى ص ، حيث أ ع ب تعني أن (أ + ب = ٧) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص.
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي .

٢) إذا كانت س = { ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ } ، وكانت ع علاقة على س ؛ حيث أ ع ب تعني (أ معكوس جمعي للعدد ب) لكل أ ، ب ∈ س ، اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بياني .

٣) إذا كانت س = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ص = { ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩ } ، وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن (ب = ٢ أ + ١) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص .
أولا : اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي ثانيا : إذا كانت ٣ ع م أوجد قيمة م .

٤) إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ١٢ ، ٢١ ، ٤٧ ، ٥٢ } ، وكانت ع علاقة من س إلى ص
حيث أ ع ب تعنى أن (أ رقم من أرقام العدد ب) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص .
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى .

٥) إذا كانت س = { ١ ، ٠ ، -١ } ، وكانت ع علاقة على س
حيث أ ع ب تعنى ($أ^٣$ = ب) لكل أ ، ب ∈ س، اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وآخر بيانى.

الوحدة : الرابعة | **الأسبوع الثاني** | **الدرس الثاني**

النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا

..../..../٢٠....

الأداء الصفى :

نشاط (١) : (سفينة خوفو) :

أمامك صورة لسفينة خوفو طولها ٤٤ متراً تقريبا ، برع الفراعنة في استخدم حساب المثلثات لحل كثيراً من المشكلات.

تعاون أنت ومجموعتك في رسم مثلثات قائمة مختلفة كل منها ثلاثينى ستينى وحساب جيوب وجيوب تمام وظل الزوايا التى قياسها ٣٠° ، ٦٠° . أطلب من كل طالب من مجموعتك كتابة ماذا يلاحظ ؟

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن : جا٦٠° = ٢جا٣٠° جتا٣٠°

٢) إذا كان : جاس = جا٦٠° جتا٣٠° − جتا٦٠° جا٣٠° ، فأوجد قيمة س
(حيث س زاوية حادة موجبة)

٣) إذا كان : ٣ ظاس − ٤$جا^٢$ ٣٠° = ٨$جتا^٢$ ٦٠° ، فأوجد قيمة س
(حيث س زاوية حادة موجبة)

٤) Δ أب جـ فيه ق(∠أ) : ق(∠ب) : ق(∠جـ) = ٢ : ٣ : ١ ، فأوجد قيمة : جاأ جتا جـ

٥) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن : $جا^٣$ ٣٠° = ٩ $جتا^٣$ ٦٠° − $ظا^٢$ ٤٥°

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع الثانى

المجموعة (أ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كانت النقطة (٣ ، ب – ٥) تقع على محورالسينات فإن : ٢ب + ١ = ...

(أ) صفر　(ب) ٥　(جـ) ١١　(ء) ٨

٢) إذا كان : جتا س = $\frac{١}{٢}$ ، حيث س زاوية حادة موجبة ، فإن : س = ...

(أ) ٣٠°　(ب) ٤٥°　(جـ) ٦٠°　(ء) ٩٠°

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) إذا كانت سـ = { -١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ، صـ = { ٠ ، ١ ، ٤ ، ٦ ، ٩ } ،
وكانت ع علاقة من سـ إلى صـ حيث أ ع ب تعنى أن ($أ^٢$ = ب) لكل أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ .
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى .

٢) إذا كانت سـ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، $\frac{١}{٢}$ } ، وكانت ع علاقة على سـ
حيث أ ع ب تعنى أن : (أ ب = ١) لكل أ ، ب ∈ سـ
أولا : اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى . ثانيا : إذا كان (١ ، م) ∈ ع أوجد قيمة م .

٣) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة : $ظا^٢$ ٦٠° + جتا٦٠° – ظا٤٥°

المجموعة (ب)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كانت النقطة (س ، ٨) تقع على محور الصادات فإن : ٥س + ٢ = ...

(أ) صفر　(ب) ٢　(جـ) ٥　(ء) ٧

٢) إذا كان : ظا س = $\sqrt{٣}$ ، حيث س زاوية حادة موجبة ، فإن : ٤جتا س = ...

(أ) ١　(ب) ٢　(جـ) ٤　(ء) ٨

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) إذا كانت سـ = { ٢ ، ٣ ، ٤} ، صـ = { ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٩ } ، وكانت ع علاقة من سـ إلى صـ
حيث أ ع ب تعنى أن (أ = $\frac{١}{٢}$ ب) لكل أ ∈ سـ ، ب ∈ صـ. اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.

٢) إذا كانت سـ = { ٢ ، ٣ ، ٥ } ، وكانت ع علاقة على سـ
حيث أ ع ب تعنى (أ + ب = عدد أولى) لكل أ ، ب ∈ سـ ،
أولا: اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى . ثانيا : إذا كان (٣ ، جـ) ∈ ع أوجد قيمة جـ.

٣) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة : $ظا^٢$ ٣٠° + جا٦٠° – ظا٤٥°

المجموعة (جـ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كانت النقطة (س – ٣ ، ٢ – س) تقع فى الربع الرابع فإن : إحدى قيم س الممكنة = ...

(أ) ٣   (ب) ٢   (جـ) ٤   (د) ١

٢) إذا كان : جا س = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، حيث س زاوية حادة موجبة ، فإن : ١٦جتا^{2}س = ...

(أ) ١   (ب) ٢   (جـ) ٤   (د) ٨

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) إذا كانت سـ = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، صـ = { ٣ ، ٦ ، ٨ ، ٩ } ، وكانت ع علاقة من سـ إلى صـ حيث ا ع ب تعنى أن (ا = $\frac{1}{3}$ ب) لكل ا ∈ سـ ، ب ∈ صـ. اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى .

٢) إذا كانت سـ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } ، وكانت ع علاقة على سـ حيث ا ع ب تعنى (ا + ب = ٥) لكل ا ، ب ∈ سـ .

أولا : اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى.   ثانيا : إذا كان (ل ، ٢) ∈ ع أوجد قيمة ل .

٣) بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة : ٤جتا^2 ٣٠° + ٢جتا٦٠° – ٣ ظا٤٥°

الوحدة : الأولى | الأسبوع الثالث | الدرس الثالث الدالة (التطبيق) | ...../...../٢٠.....

الأداءالصفى :

نشاط (١) : (بلاد وعواصم) :

إذا كانت سـ = { جمهورية مصر العربية ، المغرب ، فرنسا ، اليابان }

صـ = { باريس ، الرباط ، القاهرة ، طوكيو }

مثل العلاقة التى تربط كل دولة فى سـ مع عاصمتها فى صـ بمخطط سهمى .

هل العلاقة تمثل دالة أم لا ؟ مع ذكر السبب .

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

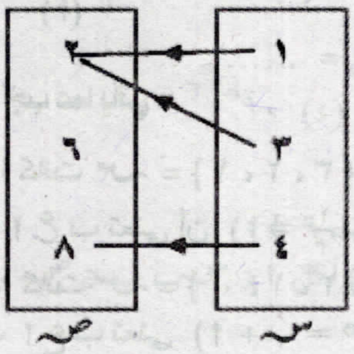
أجب عن الأسئلة التالية :

١) إذا كانت س = { ٢ ، ٦ ، ٧ } ، ص = { ٥ ، ٣ ، ٨ } فأى العلاقات الآتية تمثل دالة من س إلى ص ، مع ذكر السبب ؟

ع$_1$ = { (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٦ ، ٣) ، (٧ ، ٨) }

ع$_2$ = { (٢ ، ٣) ، (٦ ، ٣) ، (٧ ، ٨) }

ع$_3$ = { (٢ ، ٣) ، (٦ ، ٨) }



٢) المخطط السهمى المقابل يمثل علاقة من س إلى ص حيث :
س = { ١ ، ٣ ، ٤ } ، ص = { ٢ ، ٦ ، ٨ }
١) اكتب بيان ع .
٢) هل ع دالة أم لا ؟ ولماذا ؟
٣) ما قيمة ل إذا كان : (ل ، ٨) ∈ بيان ع .

٣) إذا كانت: س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعنى أن : (أ + ب يقبل القسمة على ٣) ، لكل أ ، ب ∈ س .
أولا : اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى   ثانيا : بين أن ع دالة وأذكر مداها .

٤) إذا كانت س = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٩ } ، وكانت ع علاقة من س إلى ص ، حيث أ ع ب تعنى (أ = $\frac{١}{٢}$ ب) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص .
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى . ثم اذكر هل ع تمثل دالة أم لا مع ذكر السبب ؟

٥) إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، ٥ } وكانت ع دالة على س ،
بيان ع = { (أ ، ٣) ، (ب ، ١) ، (١ ، ٥) }
أوجد : ١) مدى الدالة   ٢) القيمة العددية للمقدار : أ + ب

الوحدة : الرابعة	الأسبوع الثالث	تابع الدرس الثاني النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا	..../..../٢٠....

الأداء الصفى :

نشاط (١) : القياس الستينى أوجد قيمة هـ بالقياس الستينى فى كل مما يأتى حيث هـ قياس زاوية حادة :

١) جا هـ = ٠,٦   ٢) جتا هـ = ٠,١٢٥٥   ٣) ظاهـ = ١,٢٣٥٤

الأداء المنزلي : (الواجب المنزلي)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) ا ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه ا ب = ا جـ = ٧سم ، ب جـ = ١٠ سم أوجد: ق (∠ ب)

٢) إذا كان ظا (س – ١٥)° = ١ حيث (س – ١٥)° زاوية حادة .

١) أوجد ق (∠ س) ٢) أوجد قيمة : جا² س + ظا² س

٣) إذا كان :جا (س + ٥)° = : $\frac{١}{٢}$ حيث (س + ٥)° قياس زاوية حادة .

أوجد قيمة : ظا (س + ٢٠)° .

٤) إذا كان : ٢ جتا س – $\sqrt{٣}$ = صفر حيث س قياس زاوية حادة أوجد قيمة : ظا ٢ س .

٥) إذا كانت جتا س ظا ٣٠° = جتا² ٤٥° أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة .

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع الثالث

المجموعة (ا)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن : س تسمى ....

(ا) مدى الدالة د (ب) مجال الدالة د (جـ) قاعدة الدالة د (ء) المجال المقابل للدالة د

٢) إذا كان : ٢جا س = ١ ، حيث س زاوية حادة موجبة ، فإن : س° = ...

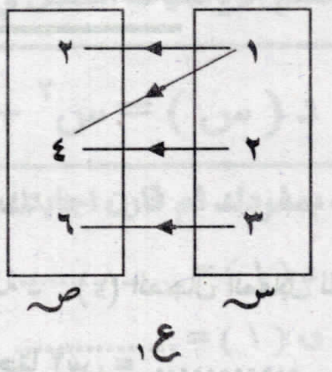
(ا) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (ء) ٩٠°

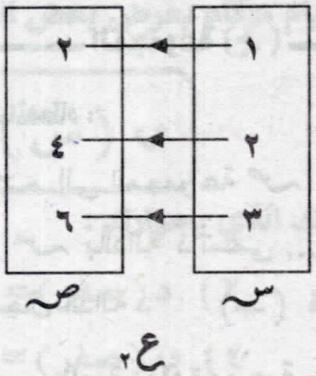
ثانيا : أجب عما يأتي :

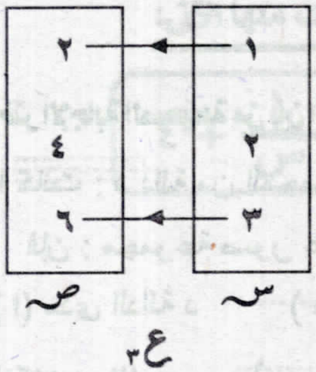
١) إذا كانت س = { ١ ، ٣ ، -٢} ، ص= { -٢ ، ٨ ، ٢ ، -٨ } ، وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث ا ع ب تعنى أن (ب = ٢ا - ٤) لكل ا ∈ س ، ب ∈ ص .

أولا : اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ثانيا : بين أن ع دالة واذكر مجالها .

٢) أى من العلاقات التالية تمثل دالة من س إلى ص وإذا كانت العلاقة تمثل دالة ، فأوجد مدى الدالة :







٣) إذا كان : $\frac{١}{٢}$ جتاس = جا^{٢} ٦٠° + جتا٦٠° ـ ظا٤٥° ، فأوجد قيمة س
(حيث س زاوية حادة موجبة)

المجموعة (ب)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن : ص تسمى ....

(أ) مدى الدالة د   (ب) مجال الدالة د   (جـ) قاعدة الدالة د   (ء) المجال المقابل للدالة د

٢) إذا كان : ٢جتا س = ١ ، حيث س زاوية حادة موجبة ، فإن : س = ...

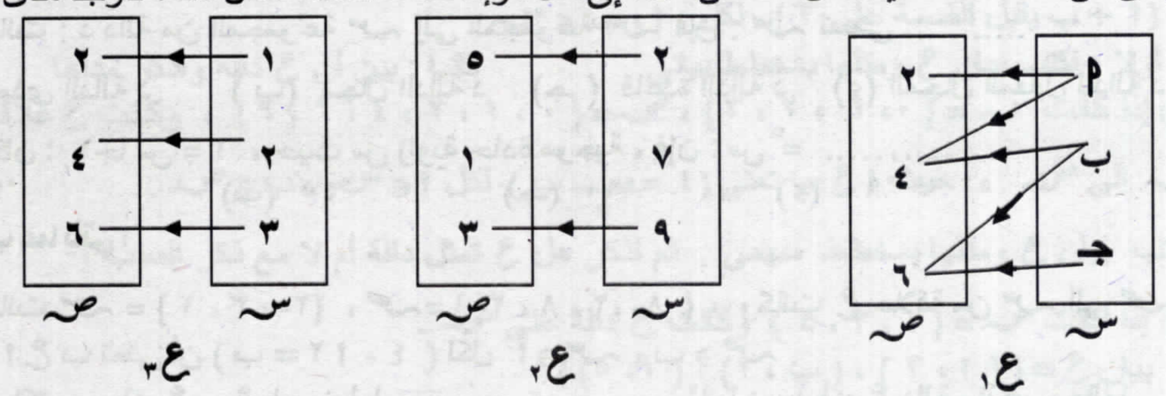
(أ) ٣٠°   (ب) ٤٥°   (ج) ٦٠°   (ء) ٩٠°

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) إذا كانت س = { ٢ ، ٣ ، ٤ } ، ص = { ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ ، ١٥ }، وكانت ع علاقة من س إلى ص ، حيث أ ع ب تعنى أن (أ عامل من عوامل ب) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص .

أولا : اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي   ثانيا : هل ع دالة أم لا ؟ مع ذكر السبب .

٢) أى من العلاقات التالية تمثل دالة من س إلى ص وإذا كانت العلاقة تمثل دالة، فأوجد مدى الدالة:



٣) إذا كانت ٢ جا س = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا ٣٠° جا ٦٠° أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة .

المجموعة (جـ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص

فإن : مجموعة صور عناصر س بالدالة د تسمى ....

(أ) مدى الدالة د   (ب) مجال الدالة د   (جـ) قاعدة الدالة د   (ء) المجال المقابل للدالة د

٢) **إذا كان : ظا س = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، حيث س زاوية حادة موجبة ، فإن : ٨جتا ٢س = ...**

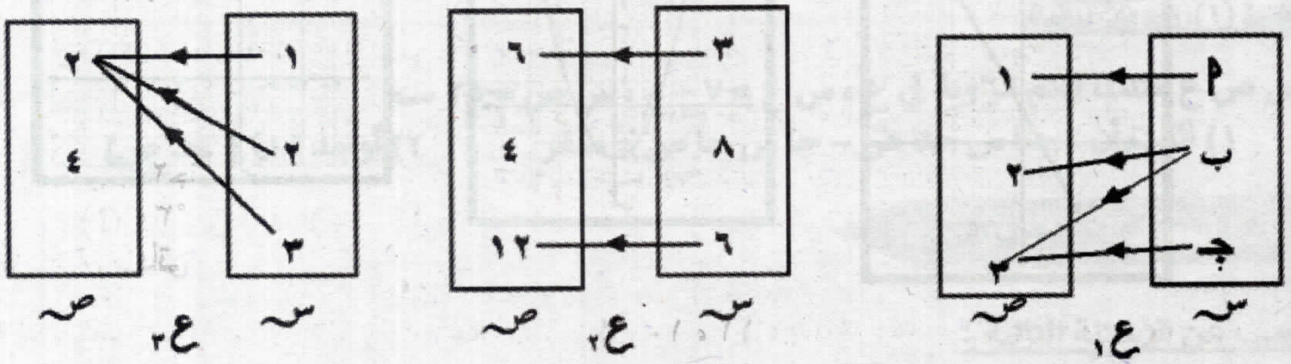
(أ) ١   (ب) ٢   (جـ) ٤   (ء) ٨

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) إذا كانت س = { ٢ ، ٥ ، ٨ } ، ص = { ١٦ ، ١٠ ، ٢٤ ، ٣٠ } ، وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث ا ع ب تعنى أن (ا تقسم ب) لكل ا ∈ س ، ب ∈ ص .

أولا : اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ثانيا : هل ع دالة أم لا ؟ مع ذكر السبب .

٢) أى من العلاقات التالية تمثل دالة من س إلى ص وإذا كانت العلاقة تمثل دالة ، فأوجد مدى الدالة :



٣) إذا كان : $\frac{1}{2}$ جتاس = جا^{2} ٦٠° + جتا٦٠° − ظا٤٥° ، فأوجد قيمة س (حيث س زاوية حادة موجبة)

الوحدة : الأولى | **الأسبوع الرابع** | **الدرس الرابع** **دوال كثيرات الحدود** | ..../..../٢٠....

الأداء الصفى :

نشاط (١) دوال وقيم:

دخل معلم الرياضيات الفصل في أحد الأيام ،وقام بعرض بعض اللوحات منها الآتى:

د (س) = س^{2} + ٤

ى (س) = $\frac{1}{س}$ + ٤

أجب بمفردك ثم قارن اجابتك مع زميلك الذي بجوارك :

١) د (١) = ... ٢) د (صفر) = ...

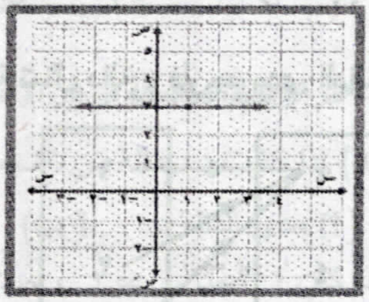
٣) ى (١) = ... ٤) ى (صفر) = ...

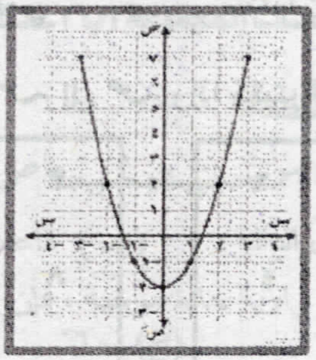
٥) مجال الدالة د هو .... ٦) مجال الدالة ى هو ....

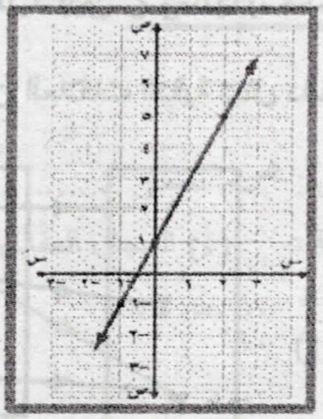
نشاط (٢)

بالتعاون مع زميلك اختر الشكل المناسب لكل دالة من الدوال الآتية :

١) د (س) = ٣   ٢) د (س) = ٢ س+ ١   ٣) د (س) = $س^٢$ – ٢







(الواجب المنزلي)

أجب عن الأسئلة التالية :

(١) أي من الدوال الآتية تمثل دالة كثيرة حدود :

(أ) د (س) = ٢ $س^٢$ + ٣   (ب) د (س) = $\sqrt{٢}$ س – ١

(جـ) د (س) = $\sqrt{س}$ + ٥ س   (د) د (س) = ٤

(٢) أكمل ما يلي :

(أ) الدالة د (س) = ٥ $س^٢$ + ٣ س + ٤ كثيرة حدود من الدرجة ....

(ب) الدالة د (س) = ٣ $س^٤$ – ٤ $س^٣$ + ٢ $س^٢$ كثيرة حدود من الدرجة ....

(جـ) الدالة د (س) = ٣ س + ٥ كثيرة حدود من الدرجة ....

(٣) مثل بيانيا الدالة د (س) = – ٤

(٤) مثل بيانيا الدالة د (س) = ٢ س + ١

(٥) إذاكانت : د(س) = $س^٢$ +١ ، ر(س) = س + ٣

١) أثبت أن : د(٣) = ر (٧)   ٢) أوجد : د (٢) + ٣ ر (٤)

الوحدة : الرابعة | الأسبوع الرابع | الدرس الرابع
تمارين متنوعة على حساب المثلثات | ..../..../ ٢٠....

الأداء الصفى :

نشاط (١): رسومات بيانية:

س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ع ، س ع = ٧ $\sqrt{٢}$ سم ، س ص = ٢٥ سم

١) أثبت أن : حتا س حتا ص – حا س حا ص = صفر   ٢) أوجد : ق (∠ ص)

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) Δ ٢ب جـ فيه : ٢ب = ب جـ = ٨ سم ، ٢جـ = ١٠ سم ، أوجد ق (∠ب) ، مساحة Δ ٢ب جـ

٢) إذا كان : Δ ٢ب جـ قائم الزاوية في ٢ ، ق (∠ ٢) = ٣ ق (∠ب) ،
فأوجد قيمة : ٤جا^٢ ب ـ ٨جتا^٢ جـ

٣) إذا كان : ظاس ـ ٤جتا^٢ ٣٠° = ٠ ،
فأوجد قيمة س (حيث س زاوية حادة موجبة)

٤) إذا كان : س جا ٦٠° جتا ٣٠° = ٤جتا ٦٠° جا ٣٠° ، فأوجد قيمة س .

٥) بدون استخدام الحاسبة أثبت أن : ٢ جتا^٢ ٣٠° – ١ = ١ – ٢ جا^٢ ٣٠°

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع الرابع

المجموعة (أ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) المستقيم الذي يمثل الدالة ص = ٢ س – ١ يقطع محور الصادات في النقطة ....

(أ) (صفر ، –١)   (ب) (–١ ، صفر)   (جـ) (صفر ، ١)   (د) (١ ، صفر)

٢) إذا كان : ظا ٢هـ = $\sqrt{٣}$ ، حيث (٢هـ) زاوية حادة موجبة ، فإن : هـ = ...

(أ) ٣٠°   (ب) ٤٥°   (ج) ٦٠°   (د) ٩٠°

ثانيًا : أجب عما يأتي :

(١) إذا كانت : د(س) = س^{٢} – ٥ س ، ر(س) = س – ٥

١) اذكر درجة كل من د(س) ، ر(س) ٢) أثبت أن : د(٥) = ر (٥) = صفر

(٢) إذا كانت جتا س ظا ٣٠° = جتا^{٢} ٤٥° أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة .

(٣) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، س ص = ٦سم ، س ع = ١٠ سم .

أثبت أن : جا س جتا ع + جتا س جا ع = ١

المجموعة (ب)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) المستقيم الذي يمثل الدالة ص = ٢س – ٣ يقطع محور الصادات في النقطة ....

(أ) (صفر ، –٣) (ب) (–٣ ، صفر) (جـ) (صفر ، ٣) (د) (٣ ، صفر)

(٢) إذا كان : جتاهـ ظا ٣٠° = جتا^{٢} ٤٥ ، حيث هـ زاوية حادة ، فإن : هـ° = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (ج) ٦٠° (ء) ٩٠°

ثانيا : أجب عما يأتي :

(١) إذا كانت د(س) = س^{٢} + س – ١ أوجد قيمة : د (-١) + د (١)

(٢) أوجد قيمة س إذا كانت : س جا ٤٥° جتا ٤٥° ظا ٦٠° = ظا^{٢} ٤٥° – جتا^{٢} ٦٠°

(٣) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، س ص = ٣سم ، س ع = ٥ سم.

أثبت أن : جتا س جتا ع = جا س جا ع

المجموعة (جـ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) المستقيم الذي يمثل الدالة ص = ٢س – ٥ يقطع محور الصادات في النقطة ....

(أ) (صفر ، –٥) (ب) (–٥ ، صفر) (جـ) (صفر ، ٥) (د) (٥ ، صفر)

(٢) ٢جتا٣٠° جا٣٠° = ...

(أ) جا٣٠° (ب) ٢جتا٣٠° (ج) جا٦٠° (ء) جتا٦٠°

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) إذا كانت : د(س) = س^{٢} – ٣ س ، ر(س) = س – ٣

١) أثبت أن : د(٣) = ر (٣) ٢) أوجد : د (٥) + ٣ ر (٤)

٢) أوجد قيمة س إذا كانت : س جا ٤٥° جتا ٤٥° ظا ٦٠° = ظا^{٢} ٤٥° – جتا^{٢} ٦٠°

٣) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

١) أوجد قيمة :٢ ظا س ظا ص ٢) أثبت أن : جا^{٢} س + جا^{٢} ع = ١

الوحدة : الأولى | الأسبوع الخامس | تابع الدرس الرابع
تابع دوال كثيرات الحدود
الدالة التربيعية | ..../..../....٢٠

الأداء الصفي :

نشاط (١): رسم الدوال:

مثل بيانيا الدالة التربيعية د حيث د (س) = $س^٢$ - ٢ س متخذا س ∋ [– ٢ ، ٤]

ومن الرسم استنتج :

(١) احداثي راس المنحنى (٢) معادلة محور التماثل (٣) القيمة العظمي أو القيمة الصغرى للدالة

الأداء المنزلي : (الواجب المنزلي)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = ٤ – $س^٢$ متخذاً س ∋ [-٣ ، ٣] ومن ثم أوجد :

(١) نقطة رأس المنحنى (٢) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

(٣) معادلة محور التماثل .

٢) إذا كانت : (-١ ، ص) تنتمى لمنحنى الدالة د : د(س) = $س^٢$ + ٢ أوجد قيمة ص .

٣) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د: د(س) = م – $س^٢$ يقطع محور السينات فى النقطة (-٢ ، ك) .

أوجد قيمة : ٣م + $م^{ك}$.

٤) إذا كان منحنى الدالة التربيعية يمر بالنقط : أ (٢ ، ٠) ، ب(-٢ ، ٠) ، جـ (٠ ، ٤)

أوجد مساحة المثلث أ ب جـ .

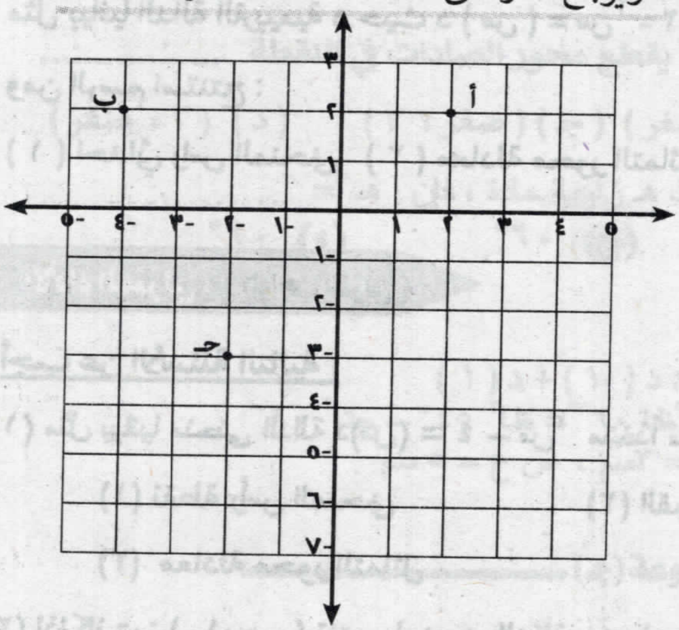
٥) أوجد نقطة رأس المنحنى الدالة د : د (س) = ٢ $س^٢$ – ٤ س + ٥ .

الوحدة : الخامسة | الأسبوع الخامس | الدرس الأول البعد بين نقطتين | ..../..../ ٢٠....

الأداء الصفى :

نشاط (١) (طريق النجاح) :

يذهب عبد الرحمن إلى مدرسته فى السابعة صباحًا ، ويرجع لمنزله فى الساعة الثالثة عصرًا ثم يذهب الى المكتبة العامة فى السابعة مساءًا للقراءة والإطلاع، فإذا كانت:



النقطة ﻫ فى المستوى الإحداثى المقابل تمثل مدرسته ، والنقطة ب تمثل منزله ، والنقطة جـ تمثل المكتبة العامة .

بالتعاون مع زملائك فى المجموعة أوجد:

١) البعد بين المنزل والمدرسة

٢) البعد بين المنزل والمكتبة

٣) البعد بين المدرسة والمكتبة

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) إذا كانت ﻫ = (١ ، ٢) ، ب = (٤ ، ٦) . أوجد البعد بين النقطتين ﻫ ، ب .

٢) أثبت أن النقط : ﻫ (١ ، ٢) ، ب (٢ ، ٤) ، جـ (٤ ، ٨) تقع على استقامة واحدة .

٣) أثبت أن النقط ﻫ (-١، ١) ، ب (٠، ٤) ، جـ (٣ ، ١) تقع على دائرة واحدة مركزها م = (١ ، ٢) ثم أوجد طول نصف قطرها ومحيطها .

٤) إذا كان : ﻫ (-٢ ، ٢) ، ب (س ، -٦) ، ﻫ ب = ١٠ وحدات طولية ، فأوجد قيمة س .

٥) إذا كان : ﻫ (٣ ، ٣) ، ب (١ ، ٥) ، جـ (١ ، ٣) .

أثبت أن : Δ ﻫ ب جـ متساوي الساقين .

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع الخامس

المجموعة (أ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

١) إذا كان منحنى الدالة د : د(س) = س^{٢} – ك يمر بالنقطة (١ ، ٠) فإن : قيمة ك = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (ء) ٤

٢) بعد النقطة (-٥ ، ١٢) عن نقطة الأصل = ... وحدة طولية .

(أ) ٥ (ب) ١٢ (ج) ١٣ (ء) -٥

ثانياً : اجب عما يلي :-

١) مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = (س – ٢)^{٢} متخذاً س ∋ [-١ ، ٥] ومن ثم أوجد :

(١) نقطة رأس المنحنى (٢) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

(٣) معادلة محور تماثل الدالة

٢) أثبت أن النقط : أ = (٢ ، ٥) ، ب = (١ ، ٦) ، جـ = (٨ ، -١) تقع على إستقامة واحدة .

٣) بين نوع المثلث أ ب جـ حيث : أ (١ ، -٢) ، ب (-٤ ، ٢) ، جـ (١ ، ٦) بالنسبة لأطوال أضلاعه.

المجموعة (ب)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

١) إذا كان منحنى الدالة د : د(س) = س^{٢} – ٢ يمر بالنقطة (٢ ، جـ) فإن : قيمة جـ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (ء) ٤

٢) بعد النقطة (-٥ ، ١٢) عن محور السينات = ... وحدة طولية .

(أ) ٥ (ب) ١٢ (ج) ١٣ (ء) -٥

ثانياً : اجب عما يلي :-

١) مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = ١ – س^{٢} متخذاً س ∋ [-٢ ، ٢] ومن ثم أوجد :

(١) نقطة رأس المنحنى (٢) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

(٣) معادلة محور تماثل الدالة

٢) أثبت أن النقط : أ = (٣ ، ١) ، ب = (٢ ، ٢) ، جـ = (٥ ، -١) تقع على إستقامة واحدة .

٣) بين نوع المثلث أ ب جـ حيث : أ (٣ ، ٥) ، ب (٥ ، ١) ، جـ (١ ، ١) بالنسبة لأطوال أضلاعه .

المجموعة (جـ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كان منحنى الدالة د : د(س) = $س^٢$ +١ يمر بالنقطة (٣ ، م) فإن : قيمة م = ...

(أ) ٦ (ب) ٩ (ج) صفر (ء) ١٠

٢) بعد النقطة (-٥ ، ١٢) عن محور الصادات = ... وحدة طولية .

(أ) ٥ (ب) ١٢ (ج) ١٣ (ء) -٥

ثانيا : اجب عما يلي :-

١) مثل بيانيا الدالة التربيعية د حيث د (س) = $س^٢$ + ٢س+ ١ متخذا س ∋ [- ٤ ، ٢]

(١) نقطة رأس المنحنى

(٢) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

(٣) معادلة محور تماثل الدالة

٢) أثبت أن النقط : أ = (٢ ، ٣) ، ب = (٣ ، ٢) ، جـ = (٦ ، -١) تقع على إستقامة واحدة .

٣) أثبت أن المثلث أ ب جـ متساوى الأضلاع حيث:

أ (٦ ، ٠) ، ب (٢ ، ٠) ، جـ (٤ ، ٢ $\sqrt{٣}$)

الوحدة : الثانية | الأسبوع السادس | الدرس الأول | ..../..../....٢٠

النسبة

الأداء الصفى :

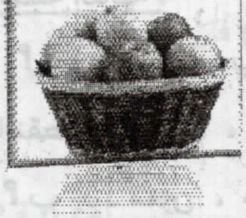
نشاط (١) : النسبة في الفصل:

سأل المعلم طالبًا في أحد فصول مدرسة ابتدائية إذا كان عدد الطالبات ٢٠ طالبة ، و عدد الطلاب ٣٠ طالب

- ما نسبة عدد الطالبات إلى عدد الطلاب ؟
- ما نسبة عدد الطلاب إلى عدد الطالبات ؟ ساعد بمفردك الطالب على الإجابة .

نشاط (٢) : الفواكه:

عندما كانت الام تذاكر لأبنائها أحضرت سلة بها عدد من البرتقال، و عدد من التفاح ، و قالت يا أبنائي:



نسبة عدد البرتقال إلي عدد التفاح ٣ : ٢
فكم عدد البرتقال في السلة إذا كان عدد التفاح ٨ تفاحات ؟
ساعد بمفردك الأبناء على الإجابة
ثم بالتعاون مع زميلك المجاور أكمل بيانات الجدول التالي :

عدد البرتقال	٦	....	.....	٩	١٥	.....	.....	٢٤	.....
عدد التفاح	.....	١٢	٢٤	.....	.....	١٤	٢٠	....	١٨

الأداء المنزلي : (الواجب المنزلي)

أجب عن الأسئلة التالية :

(١) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلي حدي النسبة ٥ : ٩ فإنها تصبح ٢ : ٣
(٢) أوجد العدد الذي إذا أضيف مربعة إلي حدي النسبة ٧ : ١١ فأنها تصبح ٤ : ٥
(٣) عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ إذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ أوجد العددين
(٤) عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ إذا أضيف للأول ٧ ، و طرح من الثاني ١٢ صارت النسبة بينهما ٥ : ٣ أوجد العددين
(٥) أوجد العدد الذي إذا طرح ثلاثة أمثاله من حدي النسبة $\frac{١٢}{١٣}$ فإنها تصبح $\frac{٣}{٤}$

الوحدة : الخامسة | **الأسبوع السادس**

تابع الدرس الأول
تابع البعد بين نقطتين

---/---/---٢٠

الأداء الصفى :

نشاط(١): الشكل الرباعى:

١) أ ب جـ ء شكل رباعى فيه : أ (٢ ، ٤) ، ب (-٣ ، ٠) ، جـ (-٧ ، ٥) ، ء (-٢ ، ٩)
أثبت أن الشكل أ ب جـ ء مربع وأوجد مساحته .
٢) أثبت أن المثلث الذى رؤوسه : أ (٤ ، ٥) ، ب (٣ ، ٢) ، جـ (-٣ ، ٤)
قائم الزاوية ، وأوجد مساحة سطحه .

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) إذا كانت أ = (١ ، س) ، ب = (٤ ، س) ، أوجد البعد بين أ ، ب .

٢) أثبت أن النقط : أ = (-١ ، ١) ، ب = (٠ ، ٥) ، جـ = (٥ ، ٦) ليست على أستقامة واحدة .

٣) إذا كان : أ ب جـ د معين ، ب = (٠ ، ٤) ، جـ = (٣ ، ١) ، فأوجد محيط المعين أ ب جـ د .

٤) أوجد مساحة الدائرة التي مركزها (٥ ، ١) و تمر بالنقطة (-٧ ، ٦) .

٥) إذا كان : أ = (٥ ، ٣) ، ب = (٦ ، -٢) ، جـ = (١ ، -١) ، فبين نوع Δ أ ب جـ بالنسبة لزواياه .

تدريبات نهاية الشهر الاول

أولا : الجبـر :

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كان سـ × صـ = { (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) } فإن سـ = ...

(أ) { ٢ } (ب) { ٣ ، ٤ ، ٥ } (جـ) { ٣ ، ٥ } (د) { ٤ ، ٥ }

٢) إذا كانت ع دالة من سـ إلي صـ بحيث ع = { (٤ ، ١) ، (٧ ، ١) ، (٥ ، ٢) }

فإن مداها هو ....

(أ) { ٤ ، ٧ ، ٥ } (ب) { ١ } (جـ) { ١ ، ٢ } (د) { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ }

٣) إذا كان ى (سـ) = ٣ ، ى (سـ × صـ) = ١٢ فإن ى ($صـ^{٢}$) = ...

(أ) ٣٦ (ب) ١٦ (جـ) ١٥ (د) ٩

٤) إذا كانت سـ = { ٢ ، ٥ } ، صـ = { ٦ } فإن (٢ ، ٦) ∈ ....

(أ) $سـ^{٢}$ (ب) $صـ^{٢}$ (جـ) سـ × صـ (د) صـ × سـ

٥) الدالة د : د (س) = $س^{٣}$ + $٢س^{٢}$ + ٤ كثيرة حدود من الدرجة ....

(أ) الأولى (ب) الثانية (جـ) الثالثة (د) الرابعة

٦) إذا كانت د(س) = ٢ فإن د(٣) + د(-٣) = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) صفر

٧) إذا كان (٢ ، س – ١) = (ص ، ٣) فإن س + ص = ...

(أ) -٣ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

٨) إذا كان : (ك ، ك) ∈ بيان الدالة د حيث د(س) = ٢س + ١ فإن ك = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) -١ (د) -٤

٩) إذا كان منحنى الدالة د : د(س) = س^{٢} – ك يمر بالنقطة (٣ ، ٠) فإن ك= ......

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ١٢

١٠) إذا كان ٣ س = ٥ ص فإن س : ص = ...

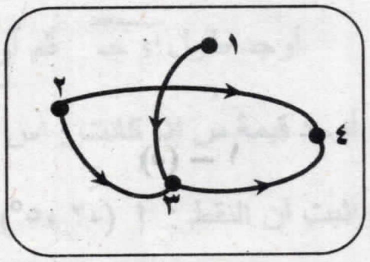
(أ) ٥ : ٣ (ب) ٣ : ٥ (جـ) ٨ : ٣ (د) ٨ : ٥

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :-

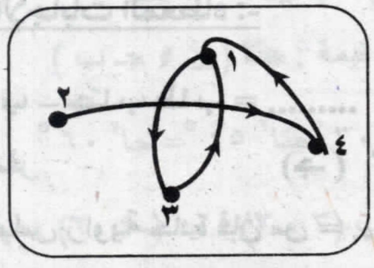
١) إذا كانت س~ ={ ١ ، ٢ } ، ص~= { ٢ ، ٣ ، ٤ } أوجد :

١) (س~ ∩ ص~) × س~ ٢) (س~ - ص~) × ص~ ٣) ن(س~^{٢})

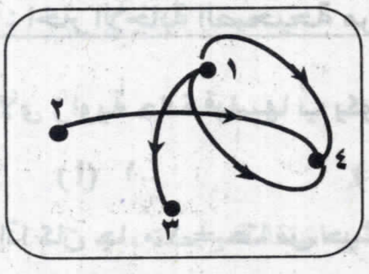
٢) إذا كانت س~= { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } فأي المخططات السهمية الآتية تعبر عن دالة على س~ :



(١)



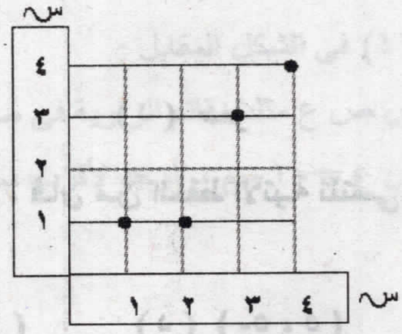
(٢)



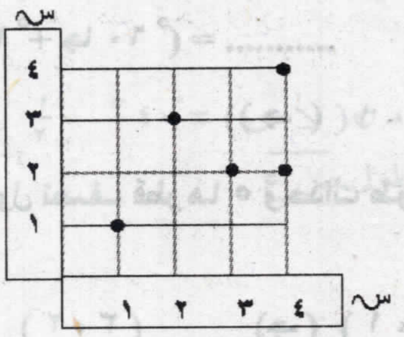
(٣)

٣) إذا كانت : س~ = { س : س ∈ ص~ ، -٢ ≤ س ≤ ٢ } وكانت ع علاقة على س~
حيث أ ع ب تعني أن " أ = - ب " لكل أ ∈ س~ ، ب ∈ س~
أولا : اكتب بيان ع ثانيا : مثلها بمخطط سهمي ثالثا : بين أن ع تمثل دالة و اذكر مداها .

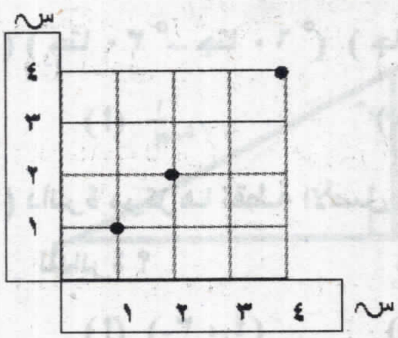
٤) إذا كانت س~= { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ } فأي المخططات البيانية الآتية تعبر عن دالة على س~



المخطط (١)



المخطط (٢)



المخطط (٣)

٥) أوجد العدد الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى حدى النسبة ٥ : ١١ فإنها تصبح ٣ : ٥

٦) إذا كانت : س = { ١ ، ٣ ، ٤ } ، ص = { ٢ ، ١٠ ، ك } وكانت ع دالة من س إلى ص حيث :
أ ع ب تعنى (ب = أ^{٢} + ١) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص .

١) أوجد قيمة ك   ٢) مثل الدالة ع بمخطط سهمى .

٧) مثل بيانيا منحنى الدالة د(س) = ٤ – س^{٢} متخذاً س ∈ [-٣ ، ٣] ومن ثم أوجد :

(١) نقطة رأس المنحنى   (٢) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة

(٣) معادلة محور التماثل .

٨) مثل بيانيا الدالة د : د(س) = ٣ – س ثم أوجد نقط تقاطع المستقيم الممثل للدالة مع محورى الإحداثيات .

٩) إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د (س) = ٦ س – أ يقطع محور الصادات فى النقطة (ب ، ٣) أوجد قيمة ٢ أ + ٧ ب

١٠) إذا كانت د(س) = س^{٢} – ٣ س ، ر(س) = س – ٣

١) أوجد قيمة : د(٢) + ٣ ر(٢)   ٢) أثبت أن : د(٣) = ر(٣)

ثانيا: الهندسة :

أولاً : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) لأى زاوية حادة قياسها ب يكون جا ب – جتا ب طا ب = ...

(أ) ١   (ب) صفر   (جـ) ٢   (د) – ١

٢) إذا كان جا ٧٠ = حتا س حيث س قياس زاوية حادة فإن س = ...°

(أ) ٧٠   (ب) ٩٠   (جـ) ٢٠   (د) ١١٠

٣) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب يكون : جا أ + جتا جـ = ...

(أ) ٢حا أ   (ب) ٢ حا جـ   (جـ) ٢حا ب   (د) ٢ حتا أ

٤) إذا كان ظا٣س = $\sqrt{٣}$ حيث ٣ س زاوية حادة فإن ق (∠ س) = ...°

(أ) ٢٠   (ب)٦٠   (جـ) ٣٠   (د) ٤٥

٥) (جتا ٣٠° – جتا ٦٠°) (جا ٣٠° + جا ٦٠°) = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١   (د) صفر

٦) دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٥ وحدات طول ، فأى من النقط الآتية تنتمى للدائرة ؟

(أ) (-٣ ، ٤)   (ب) (٢ ، ٣)   (جـ) (١ ، ٢)   (د) (-٥ ، ٥)

ثانياً : أجب عن الأسئلة الآتية :-

١) إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث كنسبة ٣ : ٤ : ٧ فأوجد القياس الستينى لكل زاوية من زواياه.

٢) س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، س ص = ٥ سم ، س ع = ١٣ سم .

١) أوجد طول ص ع

٢) أوجد قيمة : ٢حتا^{2}ع + حتا^{2}س - حا^{2}س – ١

٣) إذا كان البعد بين النقطتين (س ، ٧) ، (٠ ، ٣) يساوى ٥ وحدات طول فأوجد قيمة س .

٤) بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :

ظا^{2} ٦٠° – ٢ جا ٤٥° جتا ٤٥° = ٢ ظا ٤٥°

٥) أثبت أن المثلث أ ب جـ حيث : أ (٥ ، ٤) ، ب (٣، ٢)، جـ (١، ٣) منفرج الزاوية .

٦) أ ب جـ ء شبه منحرف فيه: أ ء // ب جـ ، ق (∠ب) = ٩٠° ، فإذا كان:

أ ب = ٣ سم ، أ د = ٦ سم ، ب جـ = ١٠ سم .

أوجد طول ء جـ ثم أوجد قيمة : جتا (∠ ء جـ ب)

٧) أوجد قيمة س إذا كانت : س جا ٣٠° جتا^{2} ٤٥° = جا^{2} ٦٠°

٨) أثبت أن النقط : أ (-٢، ٥) ، ب (٣ ، ٣) ، جـ (-٤ ، ٢) ، ليست على استقامة واحدة ،

وإذا كانت النقطة ء (- ٩ ، ٤) فأثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازى أضلاع .

٩) إذا كان: ٣ ظا س – ٤ جا^{2} ٣٠° = ٨ جتا^{2} ٦٠° أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة .

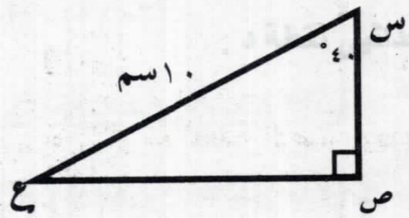
١٠) إذا كانت: أ (-٢ ، ٢) ، ب (١ ، - ١)

أثبت أن : النقطة م (٣ ، ٤) تقع على محور تماثل أ ب

١١) فى الشكل المقابل :

س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص ، ق(∠ س) = ٤٠°

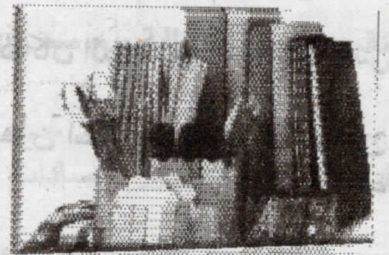
س ع = ١٠ سم ، أوجد لأقرب سم طول ص ع .



الوحدة : الثانية | الأسبوع السابع | الدرس الثاني التناسب | ---/---/---٢٠

الأداء الصفي :

نشاط (١) : المكتبة:



ذهب أحمد لشراء أقلام من المكتبة فوجد عرض مكتوب عليه :

أن ٤ أقلام بسعر ٧ جنيهات ، وكان أحمد يريد شراء عدد ١٢ قلم

فوقف أحمد يفكر كم سيطلب البائع منه لشراء هذه الأقلام ؟

ساعد أحمد بمفردك في معرفة سعر الـ ١٢ قلم.

الأداء المنزلي : (الواجب المنزلي)

أجب عن الأسئلة التالية :

(١) إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ فأوجد قيمة المقدار : $\frac{٣أ + ٢ب}{٥أ - ب}$

(٢) إذا كانت الاعداد ٥ ، ٤ ، ١٠ ، ك في تناسب أوجد قيمة ك

(٣) إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة فأثبت أن : $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{جـ}{ء - جـ}$

(٤) أوجد الثاني المتناسب للأعداد : ٢ ، .... ، ٨ ، ١٢

(٥) إذا كان : $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٥}$ فأوجد قيمة المقدار : $\frac{٧س + ٩ص}{٤س + ٢ص}$

الوحدة : الخامسة | **الأسبوع السابع** | **الدرس الثاني** إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة | ..../..../.....٢٠

الأداء الصفى :

نشاط (١): (GPS)

مدرسة بها مبنى الإدارة تمثلها النقطة ا ، ومبنى الطلاب تمثلها النقطة ب ، فإذا كان موقع النقطة ا في المستوى الإحداثي المتعامد هو (٥ ، ٣) وموقع النقطة ب هو (١١ ، ٧) فأوجد النقطة جـ التي تمثل منتصف المسافة بين مبنى الإدارة ومبنى الطلاب.

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية:

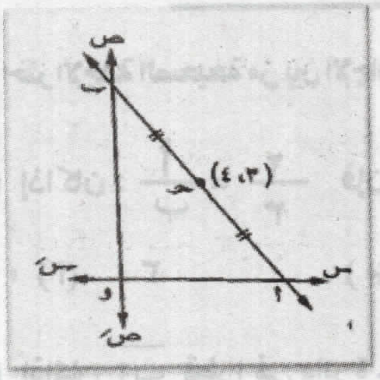
١- إذا كانت جـ منتصف $\overline{اب}$ ، أوجد قيمة س ، ص في كلا من :

١) ا (٤ ، ٥) ، ب (-٢ ، -١) ، جـ (س ، ص)

٢) ا (س ، ٤) ، ب (٨ ، ص) ، جـ (٦ ، ١)

٢- $\overline{اب}$ قطر في دائرة مركزها م ، فإذا كانت ا (٨ ، ١١) ، م (٥ ، ٧) ،أوجد إحداثيى ب ومحيط الدائرة

(حيث π =٣,١٤)



٣- في الشكل المقابل : جـ (٣ ، ٤) منتصف $\overline{اب}$

أوجد إحداثيى كلا من ا ، ب

ثم احسب مساحة المثلث و ا ب

٤- ا ب جـ د متوازي أضلاع فيه:

ا(٣ ،٢)، ب (٤ ، -٥) ، جـ (٠ ، -٣) أوجد إحداثيى نقطة د .

٥- إذا كان $\overline{اد}$ متوسط في المثلث ا ب جـ ، م منتصف $\overline{اد}$

حيث : ا(٠،٨)،ب (٣ ، ٢) ،جـ (-٣ ،٦)

أوجد إحداثيى كلا من م ، د

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع السابع

المجموعة (أ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ فإن قيمة المقدار ٦ ب – ١٠أ - ٣ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) -٤ (د) -٣

(٢) إذاكان $\overline{أ ب}$ قطرا في دائرة حيث: أ(٣ ، -٥)،ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة هو ....

(أ) (٤، -٢) (ب) (٤، ٢) (جـ) (٢، -٢) (د) (٨، ٤)

ثانيا : أجب عن الأسئلة الآتية :

(١) إذاكان : ٢ س = ٣ ص فأوجد قيمة المقدار : $\frac{٥س + ص}{س + ٢ ص}$

(٢) أ ب جـ د متوازي الأضلاع تقاطع قطراه في م
حيث: أ (٣ ، -١) ، جـ (١ ، ٧)،أوجد إحداثيى نقطة م

(٣) إذا كانت النقطة جـ (٤ ، ٦) هي منتصف $\overline{أ ب}$ حيث: أ (س ، ٣) ، ب (٦ ، ص) ،
أوجد قيمة س ، ص.

المجموعة (ب)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذاكان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ فإن قيمة المقدار ٦ ب – ٩ أ + ٣ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) -٤ (د) -٣

(٢) إذاكان $\overline{أ ب}$ قطرا في دائرة حيث: أ(٤ ، -٧)،ب (-٢ ، ١) فإن مركز الدائرة هو ....

(أ) (١، -٣) (ب) (١، ٣) (جـ) (٢، -٦) (د) (٠، ٤)

ثانيا : أجب عن الأسئلة الآتية :

(١) إذاكان : ٣ س = ٢ ص فأوجد قيمة المقدار : $\frac{٥س + ص}{س + ٢ ص}$

(٢) أ ب جـ د مستطيل تقاطع قطراه في م حيث:ب (١ ، ٤) ، د (٦ ، ١)،أوجد إحداثيى نقطة م

(٣) إذا كانت النقطة جـ هي منتصف $\overline{أب}$ حيث: أ (٢ ، ٤) ، ب (٨ ، -٨) ، أوجد إحداثي نقطة جـ .

المجموعة (جـ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ فإن قيمة المقدار ٦ ب – ٨ أ + ٤ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) -٤ (د) -٣

(٢) إذاكان $\overline{أب}$ قطرا في دائرة حيث: أ(٣ ، -٥)،ب (٧ ، -١) فإن مركز الدائرة هو ....

(أ) (١٠، -٢) (ب) (٤، -٦) (جـ) (٥، -٣) (د) (٥، ٣)

ثانيا : أجب عن الأسئلة الآتية :

(١) إذا كان : ٣ س = ٥ ص فأوجد قيمة المقدار : $\frac{٥س + ص}{س + ٢ص}$

(٢) أ ب جـ د متوازي الأضلاع تقاطع قطراه في م حيث:

ب(٥ ، ١) ، د (-٢ ، ٢)،أوجد إحداثيى نقطة م

(٣) إذا كانت النقطة جـ (-٣ ، ٤) هي منتصف $\overline{أب}$ حيث:

أ(س ، ٣) ، ب(٦ ، ص) ، أوجد قيمة س ، ص.

الوحدة : الثانية | الأسبوع الثامن | الدرس الثاني
تابع التناسب خواص التناسب | ..../..../ ٢٠

الأداء الصفى :

نشاط (١) :الكرات الملونة:

دخل المعلم الفصل ومعه عدد من الكرات الملونة و طلب من أحد الطلاب عدها فكان : عدد الكرات الحمراء ١٢ كرة ، عدد الكرات البيضاء ٩ كرات ، وعدد الكرات الخضراء ١٨ كرة

ثم طلب من الطلاب الإجابة عن الأسئلة الآتية :

١ – النسبة بين عدد الكرات الحمراء و عدد الكرات الخضراء

٢ – النسبة بين عدد الكرات البيضاء و عدد الكرات الحمراء

ثم قال : إذا كانت النسبة بين عدد الكرات الخضراء و عدد الكرات الحمراء تساوي النسبة بين طول أحمد ، و طول أخته سارة

فإذا كان طول سارة ١١٠ سم، فأوجد بالتعاون مع زميلك طول أحمد ؟

الأداء المنزلي : (الواجب المنزلى)

(١) إذا كان $\frac{\text{أ}}{٢} = \frac{\text{ج}}{٣} = \frac{\text{هـ}}{٤} = \frac{٢\text{أ} + ٣\text{ج} - ٢\text{هـ}}{\text{ك}}$ فإن ك = ...

(أ) - ٥ (ب) ٣ (ج) ٥ (د) ٩

(٢) إذا كانت الاعداد ٥ ، ٣ ، ١٠ ، ك في تناسب أوجد قيمة ك

(٣) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة فأثبت أن : $\frac{\text{ب} - \text{أ}}{\text{أ}} = \frac{\text{د} - \text{ج}}{\text{ج}}$

(٤) إذا كانت ٢ ، ٣ ، ٤ ، س - ١ كميات متناسبة فأوجد قيمة س .

(٥) إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة فأثبت أن : $\frac{٣\text{أ} - ٢\text{ج}}{٣\text{ب} - ٢\text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

الوحدة : الخامسة | الأسبوع الثامن | الدرس الثاني تابع إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة | ..../..../ ٢٠....

الأداء الصفى :

نشاط (١): (السباق إلى المنتصف)

أمامك ٣ بطاقات عليها النقاط: ا ، ب ، جـ ، اشترك مع ٣ من زملائك في إيجاد منتصف كلا من ا ب ، ب جـ ، ا جـ في أسرع وقت .
(عليك الاستعانة بزميل حكم بينكم ومصحح وميقاتي)

ا (٣ ، ٥)　ب (٧ ، ١١)　جـ (٥ ، -١)

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية:

١- إذا كان ا (-١ ، -١) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (٦ ، ٠) ، د (٣ ، -٤) أربع نقط في مستوى إحداثي متعامد أثبت أن ا جـ ، ب د ينصف كلا منهما الأخر .

٢- أثبت أن النقط ا (٦ ، ٠) ، ب (٢، -٤) ، جـ (-٤ ، ٢) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في ب ، ثم أوجد إحداثي نقطة د التي تجعل الشكل ا ب جـ د مستطيلا .

٣- أثبت أن النقط ا (٥ ، ٣) ، ب (٣، -٢) ، جـ (-٢ ، -٤) هي رؤوس مثلث منفرج الزاوية في ب ، ثم أوجد إحداثي نقطة د التي تجعل الشكل ا ب جـ د معينا .

٤- إذا كانت ا (١ ، -٦) ، ب (٩ ، ٢) ، أوجد إحداثيات النقط التي تقسم ا ب إلى أربعة أجزاء متساوية في الطول

٥- إذا كانت نقطة الأصل منتصف ا ب ، حيث ا (س-٢ ، ص) ، ب (-٢ ، ٢) ، أوجد قيمة س ، ص

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع الثامن

المجموعة (ا)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذا كان $\frac{ا}{٢} = \frac{جـ}{٣} = \frac{هـ}{٤} = \frac{٢ا + ٣جـ - ٢هـ}{ك}$ فإن ك = ...

(أ) - ٥　(ب) ٣　(ج) ٥　(د) -٣

(٢) إذا كانت م (٤ ، ٢) هي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع أ ب جـ د ،

حيث أ (٠ ، ٤) ، فإن جـ = ...

(أ) (٠، ٨) (ب) (٨، -١) (جـ) (-٤، ٨) (د) (٨، ٠)

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة أثبت أن : $\frac{أ + ٢جـ}{ب + ٢ء} = \frac{جـ - أ}{ء - ب}$

٢) أ ب جـ د شكل رباعي حيث: أ (١ ، ٠) ، ب (٠ ، ١) ، جـ (-١ ، ٠) ، د (٠ ، -١) ،

أثبت أن $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب د}$ ينصف كلا منهما الأخر .

٣) إذا كانت النقطة جـ (-٦ ، ٨) هي منتصف $\overline{أ ب}$

حيث: أ(س ، ٦) ، ب(١٢ ، ص) ، أوجد قيمة س - ص.

الوحدة : الثانية | الأسبوع التاسع | الدرس الثاني تابع التناسب (التناسب المتسلسل) | ..../..../ ٢٠....

الأداء الصفي :

نشاط : قيم متناسبة

١) إذا كانت : س ، ١٠، ٤ ، ١٦ كميات متناسبة أوجد قيمة س .

٢) إذا كانت : ٣س – ص = ٥ص – ٢س أوجد قيمة س : ص .

الأداء المنزلي : (الواجب المنزلي)

(١) إذا كانت أ ، ٣ ، ٩ ، ب في تناسب متسلسل فأوجد قيمة ب - أ .

(٢) أوجد الثالث المتناسب بين ٥ ، ١٠ .

(٣) إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فأثبت أن : $\frac{أ - جـ}{أ - ب} = \frac{ب + جـ}{ب}$

(٤) أوجد الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧

(٥) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات في تناسب متسلسل ،

فأثبت أن : $\frac{أب - جـء}{ب^٢ - جـ^٢} = \frac{أ + جـ}{ب}$

(٢) إذا كانت م (٤ ، ٢) هي نقطة تقاطع قطري متوازي الأضلاع أ ب جـ د ،
حيث أ (٠ ، ٤) ، فإن جـ = ...

(أ) (٠ ، ٨) (ب) (٨ ، -١) (جـ) (-٤ ، ٨) (د) (٨ ، ٠)

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة أثبت أن : $\frac{أ + ٢جـ}{ب + ٢ء} = \frac{جـ - أ}{ء - ب}$

٢) أ ب جـ د شكل رباعي حيث: أ (١ ، ٠) ، ب (٠ ، ١)، جـ (-١، ٠) ، د (٠، -١) ،

أثبت أن $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب د}$ ينصف كلا منهما الأخر .

٣) إذا كانت النقطة جـ (-٦ ، ٨) هي منتصف $\overline{أ ب}$

حيث: أ(س ، ٦) ، ب(١٢ ، ص) ، أوجد قيمة س - ص.

الوحدة : الثانية | الأسبوع التاسع

الدرس الثاني
التناسب المتسلسل

..../..../....٢٠

الأداء الصفى :

نشاط :

١) إذا كانت : س ، ١٠ ، ٤ ، ١٦ كميات متناسبة أوجد قيمة س .

٢) إذا كانت : ٣س - ص = ٥ص - ٢س أوجد قيمة س : ص .

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

(١) إذا كانت أ ، ٣ ، ٩ ، ب في تناسب متسلسل فأوجد قيمة ب - أ .

(٢) أوجد الثالث المتناسب بين ٥ ، ١٠ .

(٣) إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فأثبت أن : $\frac{أ - جـ}{أ - ب} = \frac{ب + جـ}{ب}$

(٤) أوجد الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧

(٥) إذا كانت أ ، ب ، جـ ، ء كميات في تناسب متسلسل ،

فأثبت أن : $\frac{أب - جـء}{ب^٢ - جـ^٢} = \frac{أ + جـ}{ب}$

الوحدة : الخامسة | الأسبوع التاسع

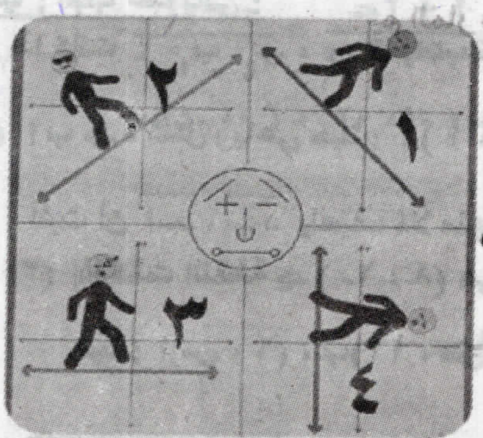
الدرس الثالث
ميل الخط المستقيم

...../...../٢٠.....

الأداء الصفى :

نشاط (١): (صنف حالات الميل)

(موجب – سالب – صفر – غير معرف)
استخدم هذه الكلمات للتعبير عن حالة الميل لكل شخص من هؤلاء الأربعة أشخاص في الصورة أمامك .



الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية:

١) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٥) ، (-٢ ، ٣) .
٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٢) ، (١ ، ١) .
٣) اوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، -١) ، (٥ ، ٣) .
٤) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٤٥°
٥) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٦٠°

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع التاسع

المجموعة (أ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذا كانت ﺃ ، ٣ ، ٩ ، ب في تناسب متسلسل فإن ب + ﺃ = ...

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ٢٧ (د) ٢٨

(٢) إذا كان ميل الخط المستقيم =١ فإن الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات تكون ....

(أ) صفرية (ب) حادة (جـ) قائمة (د) منفرجة

ثانيًا : أجب عما يأتي :

(١) إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فأثبت أن : $\frac{أ - جـ}{أ - ب} = \frac{ب + جـ}{ب}$

(٢) أوجد ميل الخط المستقيم المار بالنقطتين (-١، ٣) ، (٢ ، ٥) .

(٣) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٦٠°

المجموعة (ب)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذا كانت أ ، ٣ ، ٩ ، ب في تناسب متسلسل فإن ب ÷ أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ٢٧ (د) ٢٨

(٢) إذا كان ميل الخط المستقيم = -١ فإن الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات تكون ....

(أ) صفرية (ب) حادة (جـ) قائمة (د) منفرجة

ثانيًا : أجب عما يأتي :

(١) إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فأثبت أن : $\frac{أ - ب}{أ - جـ} = \frac{ب}{ب + جـ}$

(٢) إذا كان أ (-٤، ٣) ، ب (٥ ، ١٢) أوجد ميل $\overline{أب}$.

(٣) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٤٥°

المجموعة (جـ)

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذا كانت أ ، ٣ ، ٩ ، ب في تناسب متسلسل فإن ب × أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ٢٦ (د) ٢٧

(٢) إذا كان ميل الخط المستقيم غير معرف فإن الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات تكون ....

(أ) صفرية (ب) حادة (جـ) قائمة (د) منفرجة

ثانيًا : أجب عما يأتي :

(١) إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ فأثبت أن : $\frac{ب}{أ - ب} = \frac{ب + جـ}{أ - جـ}$

(٢) إذا كان أ (-١، ٣) ، ب (٤ ، ٦) أوجد ميل $\overleftrightarrow{أب}$.
(٣) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٣٠°

الوحدة : الثانية | الأسبوع العاشر | الدرس الثالث التغير الطردي والعكسي | ..../..../.....٢٠

الأداء الصفى :

نشاط (١) : (البستاني) :

كان أحمد بستانيًا ماهرًا، وكان يعرف أن كمية المحصول التي يجمعها من التفاح تتناسب طرديًا مع عدد أشجار التفاح التي يزرعها. في أحد المواسم، زرع ٢٠ شجرة، فجمع ٤٠ صندوقًا من التفاح اللذيذ. في الموسم التالي، أراد أحمد زيادة دخله، فقرر زراعة ٣٠ شجرة، فكم عدد الصناديق التي سوف يتم جمعها؟

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) إذا كانت ص تتغير طرديًا مع س ، وكانت ص=١٤ عندما كانت س=٢ ، أوجد:

أولاً: العلاقة بين ص ، س   ثانيا : قيمة ص عندما تكون س= ٣

٢) إذا كانت ص تتغير طرديًا مع $س^2$ ، وكانت ص=٢٤ عندما كانت س=٢ ، أوجد قيمة س عندما تكون ص=٦

٣) إذا كانت ص تتغير عكسيًا مع س ، وكانت ص=٣ عندما كانت س=٢ ، أوجد:

أولا: العلاقة بين ص ، س   ثانيًا : قيمة ص عندما تكون س=٦

٤) إذا كانت ص تتغير عكسيًا مع $\sqrt{س}$ ، وكانت ص=٢ عندما كانت س=٩ ،
أوجد قيمة س عندما تكون ص=٣

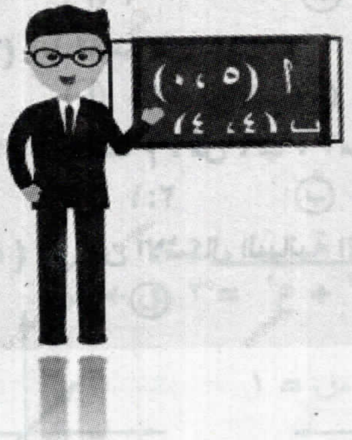
٥) يتقاضى عامل أجرًا يتناسب طرديًا مع عدد ساعات العمل ، إذا عمل ٨ ساعات وتقاضى ١٢٠ جنيهًا، فكم يتقاضى إذا عمل ١٠ ساعات؟

الوحدة : الخامسة — الأسبوع العاشر

الدرس الثالث
تابع ميل الخط المستقيم

..../..../٢٠....

الأداء الصفى :



نشاط (١): (فكر ثم ناقش زميلك المجاور)

إذا كانت النقط: أ (٥ ، ٠) ، ب (٤ ، ٤) في مستوى إحداثي متعامد،

أوجد ميل $\overleftrightarrow{أب}$ ،ثم ناقش زميلك في تحديد نوع الزاوية الذي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات .

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية:

١) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (-٢ ، ٣) ، ثم اذكر نوع الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

٢) أوجد ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٤) ، (٠ ، ١) ، ثم اذكر نوع الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

٣) المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، -١) ، (٤ ، ٤) ، أوجد قياس الزاوية التي يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

٤) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٣٠°

٥) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية جيبها = ٠,٦

نهاية الشهر الثانى

أولا : الجبـــر :

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) الوسط المتناسب الموجب بين ٢ ، ١٨ هو ....

(أ) ٣٦   (ب) ١٢   (ج) ٩   (د) ٦

٢) إذا كانت ٢ ، ٣ ، ٤ ، س - ١ كميات متناسبة فإن س = ...

(أ) ٦   (ب) ٧   (ج) ١٢   (د) ١٤

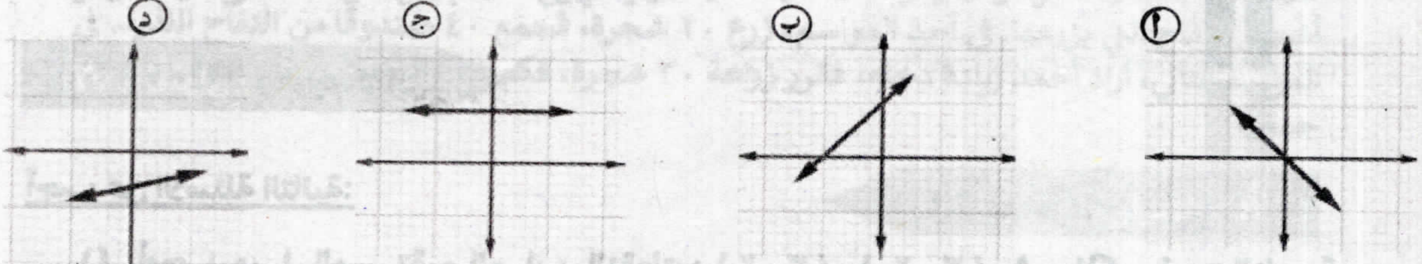
٣) إذا كانت س - ١ ، ٢ ، ٤ ، س + ١ كميات متناسبة فإن س = ... ، س ∈ ط

(أ) -٣   (ب) ٣   (ج) ±٣   (د) ٩

٤) إذا كانت أ ، س ، ب ، ٢س فإن أ : ب = ...

(أ) ٢:١   (ب) ١:٢   (ج) ٣:١   (د) ٤:١

٥) أي من الاشكال البيانية الاتية تمثل تغيراً طردياً بين س ، ص ......



٦) إذا كانت ص ∝ س ، وكانت ص = ٢ عندما س = ٨ فإن س = ١٢ عندما ص = ...

(أ) ٣   (ب) ٤   (ج)   (د) ٤٨

٧) إذا كانت س ص = ٨ فإن ص ∝ ....

(أ) س   (ب) $\frac{١}{س}$ (ج) س- ٨   (د) س + ٨

٨) إذا كان : $س^{٤} ص^{٢} - ١٤ س^{٢} ص + ٤٩ =$ صفر فإن ص ∝ ....

(أ) س   (ب) $س^{٢}$ (ج) $\frac{١}{س}$ (د) $\frac{١}{س^{٢}}$

٩) العدد الذى إذا أضيف للأعداد ١ ، ٣ ، ٦ تصبح في تناسب متسلسل هو ....

(أ) ٢   (ب) ٣   (ج) ١   (د) ٤

ثانيًا : أجب عن الأسئلة الآتية :

١) أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٩، ١٣ فإنها تكون متناسبة .

٢) إذا كان : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ أوجد قيمة : $\frac{س - ص + ع}{٢س + ص}$

٣) إذا كانت : $\frac{أ + ب}{أ - ب} = \frac{جـ + ء}{جـ - ء}$ أثبت أن : أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة .

٤) إذا كان : ٥ أ = ٣ب أوجد قيمة : (٧ أ + ٩ ب) : (٤ أ + ٢ب)

٥) إذا كانت : $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٥}$ أوجد قيمة : $\frac{٢ س + ٣ص}{٥ س + ص}$

٦) إذا كان : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ أثبت أن : $\sqrt{٣س^{٢} + ٣ ص^{٢} + ع^{٢}} = ٢ س + ص$

٧) إذا كانت ص = ٣ + أ وكانت أ $\propto \frac{١}{س}$ ، وكانت ص = ٥ عندما س = ١

١) أوجد العلاقة بين س ، ص

٢) قيمة ص عندما س = ٢

٨) تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة المقطوعة (ف) طرديا مع الزمن (ن) ، فإذا قطعت السيارة ١٥٠ كيلومترا فى ٦ ساعات ، فكم كيلومترا تقطعها السيارة فى ١٠ ساعات .

٩) إذا كانت : $\frac{أ + ٢ب}{٦} = \frac{ب + ٣جـ}{٣}$ أثبت أن : أ $\propto$ جـ

١٠) إذا كانت ب وسطًا متناسبًا بين أ ، جـ أثبت أن : $\left(\frac{ب - جـ}{أ - ب}\right)^{٢} = \frac{جـ}{أ}$

ثانيا: الهندسـة :

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) منتصف أب حيث أ (٦ ، ١) ، ب (-٢ ، ٣) هو ....

(أ) (٤ ، ٢) (ب) (٢ ، ٢) (ج) (٤ ، ٤) (د) (٨ ، ٤)

٢) إذا كانت (٣ ، -١) هى منتصف أب حيث أ (م ، ٢) ، ب (١٠ ، هـ) فإن م + هـ = ...

(أ) ٢ (ب) -٢ (ج) -٨ (د) ١٢

٣) إذا كان أ ب جـ ء مربعا حيث : أ (٣ ، ٥) ، جـ (٥ ، - ١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{ب ء}$ = ...

(أ) -٦ (ب) $\frac{١}{٣}$ (ج) -٣ (د) $\frac{-١}{٣}$

٤) إذا كانت : م (١ ، ٣) هى نقطة تقاطع قطرى متوازى الأضلاع أ ب جـ ء حيث أ (٢ ، ٥)
فإن: النقطة جـ هى ....

(أ) (٠ ، ٤) (ب) (-٤ ، ٢) (جـ) (٢ ، ٠) (د) (٠ ، ١)

٥) المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ١) ، (- ٥ ، - ٥) يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ....

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ١٣٥°

٦) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ // محور السينات حيث أ (٤ ، ٢) ، ب (-٥ ، ص) فإن ص = ...

(أ) ٢ (ب) صفر (جـ) -٢ (د) ٤

٧) إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٥ ، - ٢) فإن النقطة ب هى ....

(أ) (٢ ، ٥) (ب) (-٢ ، -٥) (جـ) (٥ ، -٢) (د) (-٥ ، ٢)

٨) ميل المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° = ...

(أ) ١ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) -١ (د) صفر

٩) ميل المستقيم الموازى لمحور السينات يساوى ....

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) -١ (د) غير معرف

ثانيًا : أجب عن الأسئلة الآتية :-

١) إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°. أوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$:

١ ـ متوازيين ٢ـ متعامدين

٢) أوجد قياس الزاوية (هـ) التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين : (٥ ، - ١) ، (٤ ، - ٢)

٣) إذا كانت أ (٤ ، ٢) ، ب (٠ ، ٢) ، جـ (٠ ، ٤) ، ء (٤ ، ٤) أربع نقط فى مستوى إحداثيى متعامد أثبت أن : $\overline{أجـ}$ ، $\overline{بء}$ ينصف كل منهما الآخر .

٤) إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط أ (- ١ ، - ١) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (٦ ، ص) قائم الزاوية فى ب أوجد قيمة ص .

٥) إذا كانت جـ (٤ ، ص) هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (س ، ٣) ، ب(٦ ، ٥)

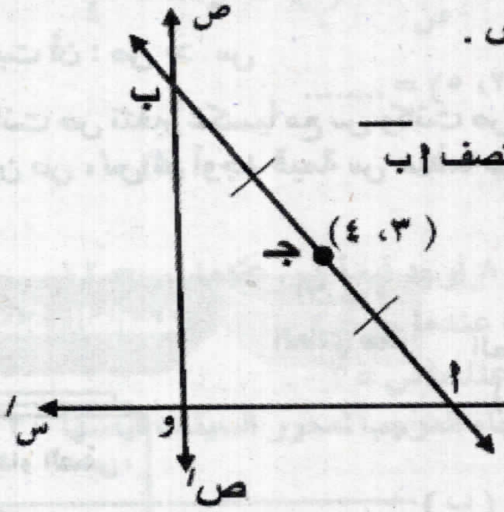
أوجد قيمة : س + ص .

٦) أثبت أن النقط أ (-١، ٠) ، ب (٧، ٤) ، جـ (٥، ٨) ، ء (١ ، ٦) هى رءوس شبه منحرف.

٧) إذاكان : $\overline{أب}$ قطرا فى دائرة مركزها م حيث م (٥، ٧) ، ب (٨ ، ١١) فأوجد إحداثيى نقطة أ.

٨) إذا كان أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه: أ (٣، ٢) ، ب (٤ ، -٥) ، جـ (٠ ، -٣)
أوجد إحداثيى نقطة تقاطع قطريه ، ثم أوجد إحداثيى نقطة ء .

٩) إذا كانت أ (-١ ، ٢) ، ب (٢ ، ٣) ، جـ (-٤ ، ١) ، ء (س ، ٢) أربع نقاط فى المستوى الاحداثى المتعامد وكان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$ فأوجد قيمة س .



١٠) فى الشكل المقابل : النقطة جـ (٣ ، ٤) هى منتصف $\overline{أب}$
أوجد : إحداثيى كل من النقطتين أ ، ب

الوحدة : الثانية | الأسبوع الحادي عشر | الدرس الثالث التغير الطردي والعكسي | ..../..../....٢٠

الأداء الصفى :

نشاط (١): السرعة و الزمن:

١) : إذا كانت العلاقة بين السرعة ع (متر / ث) و الزمن ن (ثانية) هى ع = ٩,٨ ن
أولا : حدد نوع التغير بين ع ، ن
ثانيا: (أ) أوجد قيم ع عندما ن = ٢ ثانية ، ن = ٤ ثوان
(ب) أوجد قيمة ن عندما ع = ٢٤.٥ متر / ث

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

(١) إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ٧ عندما س = ٤ أوجد العلاقة بين ص ، س
ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٢٠

(٢) إذا كانت ص = ٣ + ع وكانت ع ∝ س وكانت ص = ١٣ عندما س = ٢
أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٤

(٣) إذا كانت ص = ٣ + ع وكانت ع ∝ $س^٢$ وكانت ص = ١١ عندما س = ٢
أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٥

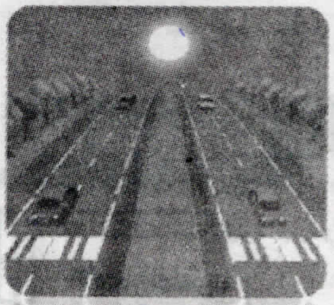
(٤) إذا كان $\frac{٥س - ٣ص}{٣س + ٥ص} = ١$ لجميع قيم س ∈ $ح_+$ ، ص ∈ $ح_+$

فأثبت أن : ص ∝ س

(٥) إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س وكانت ص = ٦ عندما س = ٥ أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة س عندما ص = ٢

الوحدة : الخامسة | الأسبوع الحادي عشر | تابع الدرس الثالث
العلاقة بين ميلي المستقيمين
(المتوازيين – المتعامدين) | ..../..../..../٢٠

الأداء الصفى :



نشاط (١): (الهندسة في حياتنا)

في مشروع إنشاء مدينة جديدة، يُطلب منك تخطيط طريقين رئيسيين يسيران في اتجاه واحد دون أن يتقاطعا ، هل تجعل ميلي الطريقين متساويين أم غير متساويين ؟ فسر إجابتك .

الأداء المنزلي : (الواجب المنزلي)

أجب عن الأسئلة التالية:

١) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين: (٤، ٢) ، (٥ ، ٦) يوازي المستقيم المار بالنقطتين: (٠، ٥) ، (-١، ١)

٢) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين: (٢، ٤) ، (-٧ ، ٥) يوازي المستقيم المار بالنقطتين: (٨، ٤)، (١، ٣)

٣) أوجد ميل المستقيم الموازي المستقيم المار بالنقطتين: (٥ ، ٤) ، (١ ، -٢)

٤) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ محور السينات حيث: أ (س، ٥) ، ب (٤ ، -٣) ، أوجد قيمة س

٥) إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ محور الصادات حيث: أ (٣، ٢) ، ب(-٦ ، ص) ، أوجد قيمة ص

التقييم الأسبوعي الحادى عشر

المجموعة (أ)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

(١) العلاقة التى تمثل تغيرا طرديا بين المتغيرين س ، ص هى ....

(أ) س ص=١ (ب) ص = س + ٧ (جـ) $\frac{س}{٢} = \frac{٣}{ص}$ (د) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٤}$

(٢) ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، -٣) ، (٣ ، ٥) = ...

(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) صفر (د) -١

ثانيًا : أجب عما يأتي :

(١) إذا كانت ص ∝ س وكانت ص =٢ عندما س = ٨ أوجد قيمة ص عندما س = ١٢

(٢) إذا كانت ص تتغير عكسياً مع $س^{٢}$ وكانت ص = ٥ عندما س = ٤

أوجد العلاقة بين ص ، س ، ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٢

(٣) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٣٠°

المجموعة (ب)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

(١) أى من العلاقات التالية تمثل تغيرا عكسيا بين س ، ص :

(أ) ص = ٢س + ٣ (ب) ص = ٥ س (جـ) س ص = ١٣ (د) $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$

(٢) ميل المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٠) ، (٠ ، -٤) = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (جـ) صفر (د) -١

ثانيًا : أجب عما يأتي :

(١) إذا كانت ص ∝ س وكانت ص = ٢٠ عندما س = ٧

أوجد العلاقة بين ص ، س ، وقيمة ص عند س =١٤ ؟

(٢) إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س وكانت ص = ٥عندما س = ٦

أوجد العلاقة بين ص ، س ، ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٣

(٣) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٤٥°

المجموعة (ج)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

(١) إذا كان الأجر الذي يتقاضاه عامل (أ) يتناسب طرديًا مع عدد ساعات عمله (س).

فما هي المعادلة التي تمثل هذه العلاقة؟

(أ) أ = م + س (ب) أ = م س (ج) أ = س ÷ م (د) أ = م ÷ س

(٢) ميل المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ٣) ، (-١، ٦) = ...

(أ) ٣ (ب) -٣ (جـ) ١ (د) -١

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) إذا كانت ص تتغير عكسياً مع س وكانت ص = ٢عندما س = ٤ أوجد ص عندما س =١٦

٢) إذا كانت ص تتغير طرديًا مع $س^{٢}$ ، وكانت ص=٨ عندما كانت س=٢. فما هي قيمة ص عندما تكون س=٣؟

٣) أوجد ميل الخط المستقيم الذي يصنع زاوية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٦٠°

الوحدة : الثالثة	الأسبوع الثاني عشر	الدرس الأول جمع البيانات	..../..../ ٢٠....

الأداء الصفي :

نشاط (١) ("مكتبة مدرسة الأمل") :

أراد مدير مدرسة الأمل معرفة رأي جميع طلاب المدرسة حول فكرة إنشاء مكتبة جديدة. كان في المدرسة ٩٠٠ طالب، ولكن المدير لم يستطع أن يسألهم جميعًا. لذلك، قرر أن يختار عينة من الطلاب ليسألهم عن رأيهم.

اقترح المعلمون ثلاث طرق لأخذ العينة:

- الطريقة الأولى: سؤال جميع الطلاب المتفوقين في المدرسة، وعددهم ٥٠ طالبًا.
- الطريقة الثانية: سؤال أول ١٠٠ طالب يدخلون المدرسة في الصباح الباكر.
- الطريقة الثالثة: أخذ أسماء الطلاب من كل صف دراسي، واختيار ١٠% من الأسماء بشكل عشوائي.

الأسئلة:

١) ما هي الطريقة التي سيعتمدها المدير للحصول على عينة ممثلة تعبر عن رأي جميع طلاب المدرسة؟ ولماذا؟

٢) ما هو الخطأ في الطريقتين الأخريين؟

الأداء المنزلي : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) أراد مدير نادٍ رياضي معرفة رأي ٥٠٠٠ عضو حول موعد التدريبات الجديد. بدلاً من سؤال كل عضو، قرر أن يأخذ عينة من ٢٠٠ عضو.

أ) إذا أراد المدير الحصول على عينة ممثلة، فهل يكفي أن يسأل ٢٠٠ عضو من فريق كرة القدم فقط؟ ولماذا؟

ب) اقترح طريقة أفضل للحصول على عينة ممثلة.

٢)شاهدت مقابلة متلفزة مع أحد شهود العيان على حرب أكتوبر ١٩٧٣. هل تعتبر هذه المقابلة مصدرًا أوليًا أم ثانويًا؟ ولماذا؟

٣) أراد باحث دراسة مستوى الرضا الوظيفي لدى موظفي شركة تتكون من ١٠٠٠ موظف، مقسمين إلى:

• الإدارة: ١٠٠ موظف. الإنتاج: ٦٠٠ موظف. المبيعات: ٣٠٠ موظف

إذا أراد الباحث أخذ عينة طبقية بحجم ١٠٠ موظف، فكم سيكون عدد الموظفين المختارين من كل قسم؟

٤) تريد شركة معرفة رأي موظفيها الجدد في بيئة العمل. قامت الشركة بوضع أسماء جميع الموظفين الجدد في صندوق، ثم سحبت ٢٠ اسمًا بشكل عشوائي. ما هي طريقة أخذ العينة المستخدمة؟

٥) أنت تكتب بحثًا عن تاريخ الحضارة الفرعونية. هل يعتبر كتاب "موسوعة تاريخ مصر القديمة" مصدرًا أوليًا أم ثانويًا؟ و لماذا؟

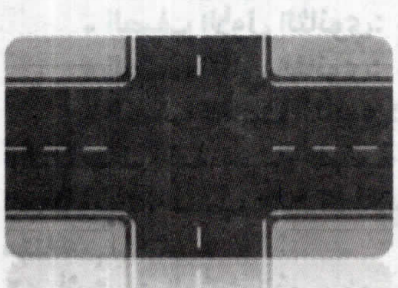
الوحدة : الثانية | **الأسبوع الثاني عشر** | **تابع الدرس الثالث**

العلاقة بين ميلي المستقيمين
(المتوازيين – المتعامدين)

..../..../ ٢٠....

الأداء الصفى :

نشاط (١): (أنت مهندس التخطيط)



أنت المهندس المسئول عن تخطيط إحدى المدن وتريد عمل تقاطع عمودي بين شارعين إحداهما رئيسي والثاني فرعي ، فإذا كان ميل الشارع الرئيسي يساوي ٢ ، فما هو ميل الشارع الفرعي ؟

فسر إجابتك

الأداء المنزلي : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية:

١- أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين: (٤، ٢) ، (٥ ، ٦) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين: (١، ١) ، (-٣، ٠)

٢- أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين: (٢، ٤) ، (-٧ ، ٥) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين:(٣، ٠)،(-٢، ٩)

٣- أوجد ميل المستقيم العمودي على المستقيم المار بالنقطتين: (٥ ،٤) ، (١، -٢)

٤- إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ // محور الصادات حيث: أ (س، ٥) ، ب (٣ ، -٣) ، أوجد قيمة س

٥- إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ // محور السينات حيث: أ (٣٠، -٥) ، ب (-٦ ، ص) ، أوجد قيمة ص

التقييم الأسبوعي الثاني عشر

المجموعة (أ)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) أرادت مدرسة معرفة متوسط درجات طلابها في مادة العلوم. قامت الإدارة باختيار ٥٠ طالب من الطلاب المسجلين لديها. ما هو نوع العينة المستخدمة؟

(أ) عينة عشوائية (ب) عينة طبقية (جـ)عينة منتظمة (د) عينة متحيزة

(٢) إذا كان: $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـد}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ٠,٥ ، فإن ميل $\overleftrightarrow{جـد}$ = ...

(أ) -٠,٥ (ب) ٢ (جـ) ٠,٥ (د) -٢

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) مدرسة ثانوية بها ١٢٠٠ طالب، موزعين على ثلاث مراحل دراسية:

- الصف الأول الثانوي: ٥٠٠ طالب.
- الصف الثاني الثانوي: ٤٠٠ طالب.
- الصف الثالث الثانوي: ٣٠٠ طالب.

أراد باحث أخذ عينة طبقية حجمها ١٢٠ طالبًا لدراسة مستوى الرضا عن المناهج الدراسية.
المطلوب: احسب عدد الطلاب الذين يجب اختيارهم من كل صف دراسي لتمثيل المجتمع بشكل متناسب.

٢) أثبت أن المثلث الذي رؤوسه النقاط أ(١، ٤) ، ب(-١، -٢)، جـ(٢، -٣) قائم الزاوية في ب.

٣) إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين(٤ ، ك+٥) ، (٢ ، ٣) والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ١٣٥°، أوجد قيمة ك ، إذا كان $ل_١ \perp ل_٢$.

المجموعة (ب)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) أرادت مدرسة معرفة متوسط درجات طلابها في مادة الرياضيات. قامت الإدارة باختيار ٣٠ طالب من الطلاب المسجلين لديها. ما هو نوع العينة المستخدمة؟

(أ) عينة عشوائية (ب) عينة طبقية (جـ) عينة منتظمة (د) عينة متحيزة

٢) إذا كان: $\overleftrightarrow{أ ب} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ٠,٢٥ فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ...

(أ) -٠,٢٥ (ب) -٢ (جـ) ٠,٢٥ (د) ٤

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) مدرسة ثانوية بها ١٨٠٠ طالب، موزعين على ثلاث مراحل دراسية:

- الصف الأول الثانوي: ٧٠٠ طالب.
- الصف الثاني الثانوي: ٦٠٠ طالب.
- الصف الثالث الثانوي: ٥٠٠ طالب.

أراد باحث أخذ عينة طبقية حجمها ١٨٠ طالبًا لدراسة مستوى الرضا عن المناهج الدراسية.
المطلوب: احسب عدد الطلاب الذين يجب اختيارهم من كل صف دراسي لتمثيل المجتمع بشكل متناسب.

٢)أثبت أن المثلث الذي رؤوسه النقاط أ(٦، ٠) ، ب(٢، -٤)، جـ(-٤، ٢) قائم الزاوية في ب.

٣)إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين(٤ ، ك+٥) ، (٢ ، ٣) والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° ، أوجد قيمة ك ، إذا كان $ل_١ \perp ل_٢$.

المجموعة (ج)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) أرادت مدرسة معرفة متوسط درجات طلابها في مادة الدراسات. قامت الإدارة باختيار ٤٠ طالب من الطلاب المسجلين لديها. ما هو نوع العينة المستخدمة؟

(أ) عينة عشوائية (ب) عينة طبقية (جـ) عينة منتظمة (د) عينة متحيزة

٢) إذا كان: $\overleftrightarrow{أ ب} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ٠,٥٠ ، فإن ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ...

(أ) -٢ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) صفر

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) مدرسة ثانوية بها ٢٠٠٠ طالب، موزعين على ثلاث مراحل دراسية:

- الصف الأول الثانوي: ٨٠٠ طالب.
- الصف الثاني الثانوي: ٧٠٠ طالب.
- الصف الثالث الثانوي: ٥٠٠ طالب.

أراد باحث أخذ عينة طبقية حجمها ٢٠٠ طالبًا لدراسة مستوى الرضا عن المناهج الدراسية.
المطلوب: احسب عدد الطلاب الذين يجب اختيارهم من كل صف دراسي لتمثيل المجتمع بشكل

٢) أثبت أن المثلث الذي رؤوسه النقاط أ (٢، ٨) ، ب (-١، ٤)، جـ (٣، ١) قائم الزاوية في ب.
٣) إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقطتين : (ك ، ٠) ، (٠ ، ٣) والمستقيم ل٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° ، أوجد قيمة ك ، إذا كان ل١ ⊥ ل٢ .

الوحدة : الثالثة | الأسبوع الثالث عشر | الدرس الثاني المدى | ..../..../ ٢٠....

الأداء الصفى :

نشاط (١) : (مصنع الأغذية وعلب العصير) :

يعمل مهندس الجودة "أحمد" في مصنع لتعبئة علب العصير. في نهاية كل يوم، يختار أحمد عينة عشوائية من علب العصير ليتأكد من أن حجم العصير بداخلها متناسق وقريب من الحجم المطلوب وهو ٢٠٠ مل. إذا كان هناك اختلاف كبير في الأحجام، فهذا يعني أن آلة التعبئة بها عطل.
في نهاية أحد الأيام، قام أحمد بقياس أحجام ٥ علب من العصير، وكانت النتائج كالتالي:

- العلبة الأولى: ٢٠٤ ملل
- العلبة الثانية: ١٩٨ ملل
- العلبة الثالثة: ٢٠١ ملل
- العلبة الرابعة: ٢٠٥ ملل
- العلبة الخامسة: ١٩٥ ملل

الأسئلة:
١) ما هو المدى لأحجام علب العصير في هذه العينة؟
٢) إذا كان المدى المقبول في المصنع هو ٨ ملل، فهل آلة التعبئة تعمل بشكل جيد؟

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) حصل معلم على درجات ١٠ طلاب في اختبار الرياضيات، وكانت الدرجات كالتالي:
(١٨، ١٥، ٢٠، ١٢، ١٩، ١٧، ١٠، ١٦، ١٤، ١٣)
١- ما هو المدى لهذه الدرجات؟
٢- ماذا يعني هذا المدى بالنسبة لمستوى الطلاب في هذا الاختبار؟

٢) يعمل مهندس جودة في مصنع للأقلام، ويختار عينة عشوائية من الأقلام ليقيس طولها. قام بقياس ٥ أقلام وكانت أطوالها كالتالى بالسنتيمتر (١٤، ١٥،٨، ١٥،٢، ١٥،٠، ١٥، ١٤،٥، ١٤،٧)
١- ما هو المدى لأطوال الأقلام في هذه العينة؟
٢- إذا كان المصنع ينتج أقلامًا طولها ١٥ سم، فما الذي يخبرك به المدى عن جودة عملية الإنتاج؟

٣) إذا كان المدى لمجموعة من الأعداد هو ٢٥ وكانت أكبر قيمة في المجموعة هي ٤٠، فما هي أصغر قيمة؟

٤) لدينا مجموعة من ٦ أعداد: ١٥، ٢٠، ١٨، ٢٢، ١٦، س. إذا كان المدى لهذه المجموعة هو ١٠، فما هي جميع القيم الممكنة للمتغير س؟

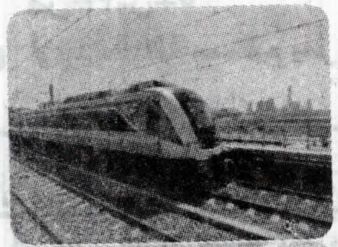
٥) مجموعة من الأعداد تتكون من: ١٢، ١٥، ١٧، ٢٠، ١٩. أضف عددًا واحدًا إلى هذه المجموعة بحيث:

١) يزيد المدى ٢) يقل المدى. ٣) لا يتغير المدي

الوحدة : الخامسة | الأسبوع الثالث عشر | الدرس الرابع | ..../..../ ٢٠....

الأداء الصفى :

معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات



نشاط (١): (القطار الكهربائي الخفيفLRT)

القطار الكهربائي (LRT)

أحد أكبر وأهم إنجازات قطاع النقل والمواصلات ، إذا افترضنا أن القطار ينطلق من محطة عدلي منصور من النقطة (٧، ٩) إلى محطة العبور عند النقطة (١٥ ، ١٣) ، أوجد معادلة الخط المستقيم التي تصف مسار حركة القطار الكهربائي .

الأداء المنزلى (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية:

١) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٢ ويقطع جزءا موجبًا من محور الصادات قدره ٧ وحدات طول.

٢) أوجد الميل و طول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته : ٤س +٥ ص -١٠ =٠.

٣) أوجد معادلة المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°، ويقطع من محور الصادات الموجب جزءا طوله ٥ وحدات طول .

٤) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) عمودياً على المستقيم س +٣ ص -٧ =٠.

٥) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٣، ٥) موازياً المستقيم ٢س -٣ ص +٦ =٠.

التقييم الأسبوعي الثالث عشر

المجموعة (أ)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كان المدى للقيم ٣٧ ، ٤٢ ، ٣٥ ، م ، ٤٠ هو ٢٢ فإن م يمكن أن تساوى ....

(أ) ٥٧ (ب) ٤٢ (جـ) ٣٠ (د) ٤٥

٢) المستقيمان: ص=٣س-٥ ، ٢ص=٦س+٧ هما مستقيمان ....

(أ) متعامدان (ب) متوازيان (جـ) منطبقان (د) متقاطعان وغير ومتعامدان

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) سجلت درجات الحرارة خلال أسبوع في إحدى المدن كالتالي:٢٥،٢٩،٢٢،٢٨،٣٢،٢٧،٣٠
ما هو المدى لدرجات الحرارة في هذا الأسبوع؟

٢) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) ويوازي المستقيم الذي معادلته هي: ص=٣س+٥ .

٣) أوجد معادلة مستقيم يمر بالنقطة (٣، -٥) وعمودي على المستقيم س+٢ص-٧ = ٠

المجموعة (ب)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كان المدى للقيم ٣٧ ، ٤٢ ، ٣٥ ، م ، ٤٠ هو ١٠ فإن م يمكن أن تساوى ....

(أ) ٥٧ (ب) ٤٢ (جـ) ٣٧ (د) ٤٥

٢) إذا كان المستقيمان: ٣س-٤ص-٣=٠ ، ك ص+٣س-٨=٠ متوازيين ،فإن ك = ...

(أ) -٤ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) -٣

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) سجلت درجات الحرارة خلال أسبوع في إحدى المدن كالتالي:٢١،٢٩،٢٤،٢٨،٢٧،٢٧،٣٠.
ما هو المدى لدرجات الحرارة في هذا الأسبوع؟

٢) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٣، ٤) والعمودي على المستقيم ٥ س -٢ ص + ٧ = صفر .

٣) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢، -٥) ويوازي المستقيم المار بالنقطتين أ (-٢، ١) ، ب (٢، ٧).

المجموعة (جـ)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كان المدى للقيم ٣٧ ، ٤٢ ، ٣٥ ، م ، ٤٠ هو ٧ فإن م يمكن أن تساوى ....

(أ) ٥٧ (ب) ٤٢ (جـ) ٣٧ (د) ٤٥

٢) إذا كان المستقيمان: س + ص - ٥ = ٠ ، ك س + ٢ ص =٠ متوازيين ، فإن ك = ...

(أ) -٢ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) -١

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) سجلت درجات الحرارة خلال أسبوع في إحدى المدن كالتالي:٢١،٢٩،٢٤،٢٨،٢٧،٢٧،٣٠.
ما هو المدى لدرجات الحرارة في هذا الأسبوع؟

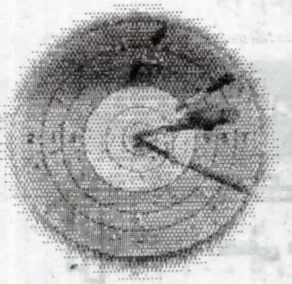
٢) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) والعمودي على المستقيم المار بالنقطتين أ (٢، -٣) ب(٥ ، -٤) ..

٣) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) موازيًا المستقيم المار بالنقطتين أ (٢، -٣) ب(٥ ، -٤).

الوحدة : الثانية | **الأسبوع الرابع عشر** | **الدرس الثالث**
الانحراف المعياري | ..../..../....٢٠

الأداء الصفى :

نشاط (١) : (نسور وصقور) :



كان هناك فريقان من الرماة يتدربون استعدادًا لمسابقة مهمة. بعد عدة جولات من التدريب، تم تسجيل نتائج كل رامٍ في إصابة الهدف من ١٠ نقاط الفريق الأول "النسور "سجل رماة هذا الفريق في خمس جولات: ٨، ٧، ٩، ٦، ١٠ نقاط.

الفريق الثاني "الصقور "سجل رماة هذا الفريق في خمس جولات: ٨ ، ٨، ٨، ٨، ٨ نقاط.

١) أي من الفريقين كان أداؤه أكثر تباينًا في إصابة الأهداف خلال الجولات؟

٢) كيف يمكننا استخدام الانحراف المعياري لتوضيح هذا التباين بشكل رقمي؟

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية :

١) أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم: ٥ ، ٧، ٨، ٩ ، ٦

٢)الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لعدد الوحدات التالفة التى وجدت فى ٦ صناديق من الوحدات المصنعة :

رقم الصندوق	١	٢	٣	٤	٥	٦	المجموع
التكرار	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩	١٠٠

أوجد الانحراف المعيارى لعدد الوحدات التالفة .

٣) من بيانات الجدول التالى :

المجموعات	٥-	١٥-	٢٥-	٣٥-	٤٥-٥٥	المجموع
التكرار	٢	٥	٨	٣	٢	٢٠

أوجد الانحراف المعيارى

٤) أوجد الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم : ١٠ ، ١١ ، ٧ ، ٨ ، ٩

٥) من الجدول الآتى أوجد الانحراف المعيارى لهذا التوزيع :

العمر	٧	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

الوحدة : الخامسة — الأسبوع الرابع عشر — الدرس الرابع — ..../..../....٢٠

معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

الأداء الصفى :

نشاط (١): (خط سيرك)

إذا كنت تتحرك في تمام الساعة السابعة صباحًا من منزلك من النقطة (٢ ، ٣)
متجهًا إلى المدرسة عند النقطة (٥ ، ٦) ، اكتب معادلة خط سيرك باستخدام معادلة الخط المستقيم ، سؤال للتفكير هل أنت تسير موازياً لمحور السينات؟
مع تفسير الإجابة .

الأداء المنزلى : (الواجب المنزلى)

أجب عن الأسئلة التالية:

١- أوجد معادلة الخط المستقيم الذي ميله ٣ ويطع جزءا موجباً من محور الصادات قدره ٤ وحدات طول.

٢- أوجد الميل و طول الجزء المقطوع من محور الصادات للمستقيم الذي معادلته: ٢س +٣ص=٦

٣- أوجد معادلة المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° ، ويقطع من محور الصادات الموجب جزءًا طوله ٧ وحدات طول .

٤- أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٤، ٥) عمودياً على المستقيم ٢س-٨ص-٤=٠.

٥- أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١٠، ٠) موازياً المستقيم س-٥ص+٦=٠.

التقييم الأسبوعي الرابع عشر

المجموعة (أ)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذا كان مجـ (س – $\overline{س}$)^٢ = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها ٩ فإن الانحراف المعيارى = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ١٨ (د) ٢٧

(٢) المستقيم الذي معادلته:٩س-٣ص-٦=٠، ميله = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) -٣ (د) -٦

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) احسب الوسط الحسابي و الأنحراف المعيارى لكلا من القيم الآتية : ١٦ ، ٣٢ ، ٥ ، ٢٠ ، ٢٧

٢) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢، ٤) ويوازي المستقيم الذي معادلته هي: ص=٤س-١ .

٣) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢، ٣) والعمودي على المستقيم المار بالنقطتين أ (٢، -٣) ، ب (٥، -٤).

المجموعة (ب)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

(١) إذا كان مجـ (س – $\overline{س}$)^٢ = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها ٤ فإن الانحراف المعيارى = ...

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ١٨ (د) ٢٧

(٢) المستقيم الذي معادلته:٥س - ص=٥، ميله = ...

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) -٥ (د) -٦

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم : ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٦

٢) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢، ٤) والعمودي على المستقيم ٢س-٤ص+٩=صفر .

٣) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (٠، -١) ، (٢، ٥)

المجموعة (ج)

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

(١) إذا كان مجـ (س – $\bar{س}$)^٢ = ٤٥ لمجموعة من القيم عددها ٥ فإن الانحراف المعيارى = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٢٧

(٢) المستقيم الذي معادلته:٨س+ ٤ص-٨=٠، ميله = ...

(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) -١ (د) ١

ثانيًا : أجب عما يأتي :

(١) احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٨ ، ١١

(٢) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١، ٢) والعمودي على المستقيم المار بالنقطتين أ (٢، ٣) ب(٥ ، ٤).

(٣) أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (-٢، -١)

الوحدة : الثالثة | الأسبوع الخامس عشر | إحصاء تمارين عامة علي الوحدة | ..../..../....٢٠

الأداء الصفى :

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) من المصادر الثانوية لجمع البيانات ....

(أ) المقابلة الشخصية (ب) الاستبيانات (ج) قاعدة بيانات الموظفين (د) الملاحظة والقياس

٢) اختيار عينة من طبقات المجتمع الإحصائى تسمى بالعينة ....

(أ) العشوائية (ب) الطبقية (ج) العمدية (د) العنقودية

٣) الأسلوب المناسب لفحص نسبة الأملاح لمياه إحدى الآبار هو ....

(أ) الحصر الشامل (ب) العينات (ج) الاستبيانات (د) المقابلة الشخصية

٤) المدى للقيم ٣ ، ٣ ، ٣ ، ٣ هو ....

(أ) ٣ (ب) ١ (ج) صفر (د) ١٢

٥) إذا كانت ١٥ هى أصغر مفردات مجموعة ما وكان المدى ٥٠ ، فأوجد أكبر مفردات هذه المجموعة = ...

(أ) ٦٥ (ب) ٣٥ (جـ) ١٦ (د) ٧٥٠

ثانيًا : أجب عما يأتى :

١) أوجد المدى لمجموعة القيم : ١٧ ، ١٠ ، ٤ ، ٢٠ ، ٣٤

٢) احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم الآتية :
١٣ ، ١٤ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢٢ مقربا الناتج لرقمين عشريين .

٣) أى المجموعات الآتية أكثر تشتتًا ؟ مع ذكر السبب.
١) ١٥ ، ٥ ، ٢ ، ١٧ ، ٢٠ ٢) ٤٧ ، ٤٠ ، ١٨ ، ١٥ ، ٣٥

٤) التوزيع التكرارى التالى يوضح عدد أيام غياب ٢٠ طالب فى أحد الفصول :

عدد الأيام	٠	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
عدد الطلاب	١	٣	٥	٦	٣	٢	٢٠

احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد أيام الغياب .

٥) إذا كان مدى القيم : ٢ ، ٧ ، ب ، ٦ هو ٨ حيث ب > صفر ، أوجد قيمة ب .

الوحدة : الخامسة | الأسبوع الخامس عشر | هندسة
تمارين عامة علي الوحدة | ٢٠..../..../....

الأداء الصفى :

أولا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :

١) الخط المستقيم الذى معادلته ٢ ص = ٥ س +٦ يقطع من محور الصادات الموجب جزءا طوله .... وحدة طول

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٢

٢) أ ب جـ ء معين فيه : أ (٧، ١) ، ب (١ ، ٩) فإن محيط المعين = ... وحدة طول

(أ) ١٠ (ب) ١٤ (جـ) ١٠٠ (د) ٤٠

٣) ميل المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها °٤٥ = ...

Ⓐ ١ Ⓑ $\sqrt{3}$ Ⓒ -١ Ⓓ $\frac{1}{2}$

٤) إذا كانت جـ (٢ ، ٣) ، ء (٤ ، -١) فإن إحداثيى نقطة منتصف $\overline{جـء}$ هى ....

Ⓐ (٢ ، ٣) Ⓑ (٣ ، ١) Ⓒ (٤ ، -١) Ⓓ (-١ ، ٤)

٥) إذا كان المستقيم الذى معادلته ٢ص – ٥ = ك س يوازى المستقيم الذى ميله ٢ فإن : ك= .....

Ⓐ ٣ Ⓑ ٥ Ⓒ ٤ Ⓓ ٢

ثانيًا : أجب عما يأتي :

١) بين هل النقط أ (١ ، ٤) ، ب (٣، -٢) ، جـ (-٣ ، ١٦) تقع على استقامة واحدة أم لا ؟

٢) اثبت أن النقط أ (-١ ، ١)، ب (٠ ، ٥) ، جـ (٥ ،٦) ، ء (٤ ، ٢) هى رءوس متوازى أضلاع .

٣) إذا كان المستقيم $ل_1$ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) والمستقيم $ل_2$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها °٤٥ .

أوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان $ل_1$ ، $ل_2$: ① متوازيين ② متعامدين

٤) أوجد معادلة المستقيم العمودى على $\overline{أب}$ من نقطة منتصفها حيث: أ (١ ، ٣) ، ب (٣ ، ٥)

٥) الجدول المقابل يمثل علاقة خطية :

١- أوجد معادلة الخط المستقيم .

٢- أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

٣- أوجد قيمة أ .

س	١	٢	٣
ص = د(س)	١	٣	أ

المراجعة العامة

أولا : الجبر :

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) إذا كان بيان العلاقة ع = { (٣،١) ، (٥،٢) ، (٤،٧) } فإن ع تمثل داله مداها ....

(أ) { ١ ، ٢ ، ٧ } (ب) { ٣ ، ٤ ، ٥ } (جـ) ط (د) ص

٢) من مقاييس التشتت ....

(أ) الوسط الحسابى (ب) الوسيط (جـ) المدى (د) المنوال

٣) إذا كان ٥ س = ٩ص فإن : س : ص = ...

(أ) ٥ : ٩ (ب) ٩ : ٥ (جـ) ٢٥ : ٨١ (د) ٨١ :٢٥

٤) إذا كانت النقطة (ك – ٤ ، ٦ – ك) تقع فى الربع الثانى فإن ك = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٥

٥) الثاني المتناسب للأعداد ٢ ، ..... ، ٨ ، ١٢ هو ....

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٤

٦) إذا كان : ن (س) = ٥ ، ص = { ٣ } فإن : ن (س × ص) = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٥

٧) الدالة د(س) = ٥ يمثلها بيانيا خط مستقيم ....

(أ) يوازى محور السينات (ب) يوازى محور الصادات

(جـ) يمر بنقطة الأصل (د) يقطع محورى الإحداثيات

٨) إذا كانت د(س) = س^{٢} - $\sqrt{٢}$س فإن : د($\sqrt{٢}$) = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) صفر

٩) المدى لمجموعة القيم ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ ، ٢٠ هو ....

(أ) ٣ (ب) ٢٠ (جـ) ١٧ (د) ٥

١٠) إذا كانت النقطة (٤ ، ص ـ ٨) تقع محور السينات فإن ص = ...

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) صفر (د) – ٨

١١) إذا كانت د (س) = ٤ س + ب و كانت د (٣) = ١٥ فإن قيمة ب = ...

(أ) ٣ (ب) ١٢ (جـ) ١٩ (د) ١١

١٢) إذا كانت : س ، ٤ ، ص ، ٥ كميات متناسبة فإن س : ص = ...

(أ) ٤ : ٥ (ب) ٥ : ٤ (جـ) ٤ : ١ (د) ٥ : ١

١٣) إذا كان (٢ ، ٥) ∈ { ٢ ، ٣ } × { ٤ ، ك } فإن ك = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٤

١٤) أكثر المجموعات الآتية تشتتًا هى المجموعة ....

(أ) ٢٨، ١٧، ٣٠، ٣٦، ٢٠ (ب) ٣١، ٣٥، ٢٦، ٣٧، ٤١

(جـ) ٢٥، ٣٩، ١٩، ٥، ٢٧ (د) ٢٠، ١٩، ٢٩، ٣٧، ٤٣

١٥) إذا كان (٢س ، ٤)=(٨ ، ص+١) فإن $\sqrt{س^٢ + ص^٢}$ = ...

(أ) ٥ (ب) ٢٥ (جـ) ٣ (د) ٣٢

١٦) إذا كان مجـ (س - $\bar{س}$)^٢ لمجموعة من القيم يساوى ٢٤ وعدد القيم ٦ فإن الانحراف المعيارى = ...

(أ) ٤ (ب) ٣٠ (جـ) ٢ (د) ١٤٤

١٧) إذا كان: $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٧} = \frac{٢س + ص}{ك}$ فإن : ك = ...

(أ) ١١ (ب) ٩ (جـ) ٥ (د) ١٦

١٨) إذا كانت د(س) = ٥ فإن: ٢ د(٣) = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ٣٠

١٩) إذا كانت ص ∝ س^٢ ، (م ثابت ≠ ٠) فإن ....

(أ) ص = م س (ب) ص س^٢ = م (جـ) ص = م س^٢ (د) ص = م + س^٢

٢٠) د(س) = (س - ٣)^٢ - س^٢ دالة كثيرة حدود من الدرجة ....

(أ) الثانية (ب) الأولى (جـ) الصفرية (د) الرابعة

ثانيًا : أجب عن الأسئلة الآتية :-

١) إذا كان : س = { ٨ ، ٣ } ، ص = { ٣ ، ٤ } ، ع = { ٤ } أوجد :

(١) ن (س × ص) (٢) (ص ∩ ع) × س

(٣) ن (س^٢) (٤) (ص - س) × ع

٢) ارسم منحنى الدالة د: د(س) = س^٢ - ٤س + ٣ على الفترة [٠ ، ٤] ومن الرسم أوجد :

① نقطة رأس المنحنى ② معادلة خط التماثل

٣) إذا كان: (٥ - ٢ س ، ص^٣ - ١) = (١ ، ٢٦) أوجد قيمة ٣ س + ص .

٤) إذا كانت س = { م ، ٨ ، ٦ ، ١٠ } ، ص = { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ }

وكانت ع علاقة من س إلى ص

حيث أ ع ب تعنى أن (ب = $\frac{أ}{٢}$) لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

① أوجد قيمة م التي تجعل ع دالة من س إلى ص . ② مثل الدالة بمخطط بيانى .

٥) إذا كانت : ص $\propto$ س^{٢} ، و كانت ص = ٣٦ عندما س = ٢ فأوجد :

أولا : العلاقة بين ص ، س ثانيا : قيمة ص عندما س = ١

٦) إذا كان س ، ص ، ع ، ل فى تناسب متسلسل فأثبت أن : $\frac{\text{س ص} - \text{ع ل}}{\text{ص}^{٢} - \text{ع}^{٢}} = \frac{\text{س} + \text{ع}}{\text{ص}}$

٧) إذا كانت : $\frac{\text{ص}}{\text{س} - \text{ع}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{ع}}$

أثبت أن : كلا من هذه النسب يساوى ٢ (ما لم تكن س + ص = صفر)

٨) احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم الآتية : ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ٦

٩) إذا كانت : أ ، ٦ ، ب ، ٥٤ أربع كميات موجبة فى تناسب متسلسل أوجد قيمة كل من : أ ، ب .

١٠) إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، جـ أثبت أن : $\frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢}} = \frac{\text{أ}}{\text{جـ}}$

١١) إذا كانت د : ح ⟵ ح حيث د(س) = ٢ س – ٣ أوجد قيمة ك إذا كان : د(ك) =٥

١٢) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى كل من الاعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تكون متناسبة .

١٣) التوزيع التكرارى التالى يوضح عدد أيام غياب ٢٠ طالب فى أحد الفصول :

عدد الأيام	٠	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
عدد الطلاب	١	٣	٥	٦	٣	٢	٢٠

احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد أيام الغياب .

١٤) إذا كان مقدار السرعة (ع) التى يخرج بها الماء من فوهة خرطوم يتغير عكسيا بتغير مربع طول نصف قطر فوهة الخرطوم (نق) وكانت ع = ٥سم / ث عندما نق = ٣ سم .

أوجد : ع عندما نق = ٢,٥ سم .

١٥) س ، ص ، ع أطوال أضلاع متناسبة فى مثلث ، س + ص = ١٥ سم ، ص + ع = ٢٢,٥ سم

أوجد : س : ص .

١٦) إذا كانت :٧ ، س ، $\frac{١}{\text{ص}}$ فى تناسب متسلسل أوجد قيمة : س^{٢} ص .

١٧) إذا كانت : $\frac{\text{س} - ٣\text{ص}}{\text{س} + ٢\text{ص}} = \frac{٢}{٣}$ أوجد قيمة : س : ص .

١٨) إذا كانت : س = { ١ ، ٢ ، ٣ } ، ص = { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٩ } ، وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن " أ = $\frac{١}{٤}$ ب " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

أولا : اكتب بيان ع ثانيا : مثل العلاقة بمخطط بيانى

١٩) إذا كانت ص وسط متناسب بين س ، ع وكان : س = ٤ ، ع = ٤
فأوجد قيمة : $س^٢ + ص^٢ + ع^٢$.

٢٠) إذا كانت : $س^٢ ص^٢$ – ٦ س ص + ٩ = صفر أثبت أن : ص تتغير عكسيًا مع س .

٢١) إذا كان عدد الساعات اللازمة (ن) لإنجاز عمل ما يتناسب عكسيًا مع عدد العمال (س) الذين يقومون بهذا العمل ، فإذا أنجز العمل ٨عمال فى ٥ ساعات ، فما الزمن الذى يستغرقه ١٠ عمال لإنجاز هذا العمل ؟

٢٢) إذا كانت س = { ١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ } ، وكانت ع علاقة على س حيث أ ع ب تعنى (أ مضاعف للعدد ب) لكل أ ، ب ∈ س ، اكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى .

ثانيا: الهندسة :

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاه :-

١) لأى زاويتين حادتين أ ، ب إذا كان حا أ = حتا ب فإن ق(∠ أ) + ق(∠ ب) = ...
(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ١٢٠° (ء) ٣٠°

٢) معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (-٣ ، ٥) ويوازى محور السينات هى ....
(أ) س = -٣ (ب) ص = ٥ (جـ) س = ٥ (ء) ص = -٣

٣) إذا كان ظا٣س = ١ حيث ٣ س زاوية حادة فإن ق (∠ س) = ...°
(أ) ٢٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٣٠ (ء) ١٥

٤) البعد بين المستقيمين : س -٢ = ٠ ، ص = ١ يساوي .... وحدة طولية .
(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (ء) ٣

٥) $جتا^٢$ ٣٠° – $جا^٢$ ٣٠° = ...
(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (ء) صفر

٦) بعد النقطة (٣ ، -٤) عن محور السينات = ... وحدة طول
(أ) -٤ (ب) ٣ (جـ) ٤ (ء) ٣$\sqrt{٥}$

٧) المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى أ ، ظا ب = ١ فإن : ظا جـ - $جا^٢$جـ = ...
(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ١ (ء) $\frac{١}{٢}$

٨) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب يكون : حا أ + ٣ حتا جـ = ...

(أ) ٤حا أ (ب) ٢ حا جـ (جـ) ٤حا ب (ى) ٢ حتا أ

٩) فى المثلث القائم الزاوية المتساوى الساقين يكون ظل زاويته الحادة = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (ى) $\sqrt{٣}$

١٠) إذا كانت جا (س + ٥)° = $\frac{١}{٢}$ حيث (س+٥) قياس زاوية حادة فإن ظا (س + ٢٠)° = ...

(أ) ١ : ٢ (ب) $\sqrt{٢}$: ٢ (جـ) $\sqrt{٣}$: ٢ (ى) ١

١١) المستقيمان ص = ٣س – ٥ ، ٢ص = ٦س + ٥ هما مستقيمان ....

(أ) منطبقان (ب) متوازيان

(جـ) متعامدان (د) متقاطعان وغير متعامدان

١٢) أ ب جـ ء معين محيطه = ٢٠ وحدة طول ، أ = (٨ ، ٣) ، ب = (٤ ، س) ،

فإن : س ممكن أن = ...

(أ) ٦ (ب) -٦ (جـ) ٣٢ (ى) -٣٢

١٣) محيط الدائرة التي مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (٨ ، ٦) = ... وحدة طولية .

(أ) ١٠ π (ب) ١٥ π (ج) ٢٠ π (ى) ٢٥ π

١٤) ٢ جتا٢ ٣٠° – ١ = ...

(أ) جا ٦٠° (ب) جتا ٦٠° (جـ) ظا ٦٠° (ى) ٢جا ٣٠

١٥) إذا كان المستقيمان: ٣س – ٤ ص = ٣ ، ك ص + ٤س – ٨ = صفر متعامدين فإن ك= ....

(أ) ٣ (ب) -٤ (جـ) ٤ (ى) -٣

١٦) المستقيم الذى ميله = ١ ويمر بنقطة الأصل معادلته هى ....

(أ) س = ١ (ب) ص = ١ (جـ) ص= س (ى) ص = - س

١٧) فى المثلث أ ب جـ إذا كان : ق(∠ أ) = ٨٥° ، حا ب = حتا ب فإن : ق(∠ جـ) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (ى) ٤٥°

١٨) إذا كانت جـ (٢ ، ١) منتصف $\overline{أب}$ حيث ب (٣ ، ٠) فإن أ = ...

(أ) (١ ، ٢) (ب) (٢ ، ١) (جـ) (٥ ، ١) (ى) (١ ، ٥)

١٩) إذاكان ميل المستقيم أكبر من الصفر فإن نوع الزاوية الموجبة التى يصنعها مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يكون ....

(أ) صفرية (ب) حاده (جـ) قائمة (ى) منفرجة

٢٠) ميل المستقيم الموازى لمحورالصادات = ...

(أ) ١ (ب) غير معرف (جـ) صفر (ى) -١

ثانيًا : أجب عن الأسئلة الآتية :

١) زاويتان متكاملتان النسبة بينهما ٥ : ١١ أوجد القياس الستينى لكل منهما .

٢) أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمربالنقطتين : (-٢ ، $\sqrt{٣}$) ، (١ ، ٤ $\sqrt{٣}$) .

٣) بدون إستخدام الحاسبة أوجد قيمة :

٢ حا٣٠° + ٤ حتا ٦٠° – طا^٢ ٤٥° + ٣ ظا^٢ ٣٠° (مع توضيح الخطوات)

٤) إذا كانت ٢ جتا س = طا ٦٠° طا ٤٥° حيث س قياس زاوية حادة . أوجد : طا ٢س .

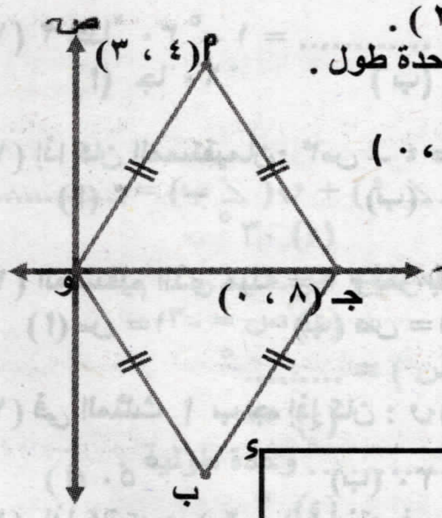
٥) إذا كانت النقط : س (٠ ، ١) ، ص (أ ، ٣) ، ع (٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة أوجد قيمة أ .

٦) أوجد قيمة س فى كل مما يأتى (حيث س زاوية حادة) إذا كان :

(١) جا س = جا ٦٠° جتا ٣٠° – جتا ٦٠° جا ٣٠°

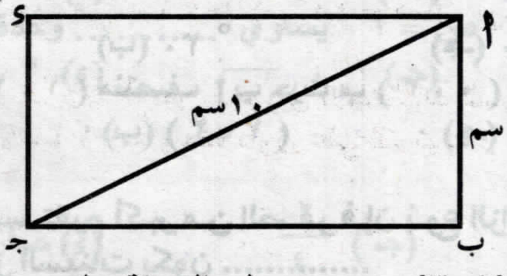
(٢) ٢ ظا س = ظا^٢ ٦٠° – ٢ جا ٣٠°

٧) إذا كان : أ = (١ ، ٣) ، ب = (٣ ، -٢) ، جـ = (-٢ ، -٣) .
أثبت أن : $\triangle$ أ ب جـ حاد الزوايا ، ثم أوجد محيطه لأقرب وحدة طول .



٨) في الشكل المقابل: أ و ب جـ معين ، أ = (٤، ٣) ، جـ = (٨ ، ٠)
أوجد محيط المعين أ و ب جـ

٩) أ ب جـ د مستطيل فيه أ ب = ٦سم ، أ جـ = ١٠سم أوجد :



١) ق($\angle$ أ جـ ب)

٢) مساحة المستطيل أ ب جـ ء

١٠) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٣) وعمودى على المستقيم ل : س + ٣ ص = ٤ وأثبت أنه يمر بنقطة الأصل .

١١) إذا كانت جا س = جتا ٢س أوجد قيمة : ظا^{٢}س + جا^{٢}س (حيث س زاوية حادة) .

١٢) إذا كان : أ = (٤ ، -٥) ، ب = (٠ ، -٣) ، جـ = (-١ ، ٤) ، ء = (٣ ، ٢) .
أثبت أن الشكل أ ب جـ ء متوازي أضلاع .

١٣) سلم $\overline{\text{أ ب}}$ طوله ٦ أمتار يستند طرفه العلوى أ على حائط رأسى وطرفه ب على أرض أفقية ، فإذا كانت جـ هى مسقط أ على سطح الأرض ، وكان قياس زاوية ميل السلم على سطح الأرض ٦٠° فأوجد طول $\overline{\text{أ جـ}}$.

١٤) إذا كان بعد النقطة (ك ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوى ٢$\sqrt{٥}$ فأوجد قيمة ك .

١٥) أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور السينات للمستقيم الذي معادلته $\frac{\text{س}}{٢} + \frac{\text{ص}}{٣} = ١$

١٦) إذا كانت معادلتا المستقيمين ل١ ، ل٢ هما على الترتيب : ٢ س – ٣ ص + ٧ = صفر ،

٣س + ب ص – ٦ = صفر أوجد قيمة ب التى تجعل ل١ ، ل٢ متعامدين .

١٧) أ ب جـ مثلث فيه أ (١ ، -٢) ، ب (١ ، ٤) ، جـ (-١ ، ٦) وكانت هـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، ن منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ فأوجد معادلة $\overleftrightarrow{\text{هـ ن}}$.

١٨) أوجد معادلة محور تماثل $\overline{\text{س ص}}$ حيث س (٣ ، - ٢) ، ص (- ٥ ، ٦).

١٩) أثبت أن النقط أ (-٣ ، ٠) ، ب (٣ ، ٤) ، جـ (١ ، -٦) رؤوس مثلث متساوي الساقين ثم أوجد مساحته.

٢٠) مستقيم ميله $\frac{١}{٢}$ ويقطع جزءا من الاتجاه الموجب لمحور الصادات طوله وحدتان أوجد:

(١) معادلة المستقيم (٢) نقطة تقاطعه مع محور السينات

٢١) إذا كانت : ٣ ظا هـ = ٤ جا^{٢} ٣٠° + ٨ جتا^{٢} ٦٠° فأوجد : قيمة هـ حيث هـ قياس زاوية حادة.

٢٢) بدون استخدام الحاسبة اثبت أن : ظا^{٢} ٣٠° ظا^{٢} ٤٥° ظا^{٢} ٦٠° = ٤ جا ٣٠° جتا ٦٠°

٢٣) أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ٧ ظا أ - ٢٤ = صفر أوجد قيمة : ١ - ظا أ حاجـ .

٢٤) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الاحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طولاهما ١ ، ٤ وحدة طول على الترتيب .

٢٥) إذا كانت أ ∈ محور السينات ، ب ∈ محور الصادات ، جـ (- ٤ ، ٢) منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ فأوجد احداثى كل من أ ، ب .

المواصفات الفنية:

مقاس الكتاب:	$\frac{1}{8}$ (٥٧ × ٨٢) سم
طبع المتن:	أسود
طبع الغلاف:	ألوان
ورق المتن:	٧٠ جم أبيض
ورق الغلاف:	١٨٠ جم كوشيه أبيض لامع
عدد الصفحات:	٦٤ صفحة + ٤ للغلاف

رقم الإيداع: ٢٠٢٥/٢٣٣٢٦

طبع بالهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية
طبعة ٢٠٢٥/٢٠٢٦

رئيس مجلس الإدارة
محاسب/ أشرف إمام عبد السلام

الهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية
٥٠٠٥٣ س ٢٠٢٤ - ٢٧ / ١,٠٢٧٠

http://elearning.moe.gov.eg

Amiria
المطابع الأميرية

20 30
EGYPT VISION

الإدارة المركزية لتطوير المناهج
CACD
Central Administration Of Curriculum Development

3

2025
2026

وزارة التربية والتعليم والتعليم الفني
MINISTRY OF EDUCATION AND TECHNICAL EDUCATION

الرياضيات

الأداءات والتقييمات

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني

3

2025
2026

الرياضيات

الأداءات والتقييمات

الاسم: ....

الفصل: ....

المدرسة: ....

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني

الإعداد والمراجعة:

أ/ أيمن رجب معوض | أ/ إيهاب فتحي ذكي

أ/ عماد حسن عمر | أ/ أحمد السيد أحمد

أ/ حسين جلال السيد

رئيس قسم الرياضيات | مستشار مادة الرياضيات

د/ محمد محي الدين | أ/ منال عباس أحمد عزقول

إشراف عام:

مساعد الوزير لشئون تطوير المناهج التعليمية
والمشرف على الإدارة المركزية لتطوير المناهج

د/ أكرم حسن

المقدمة

إيمانًا من وزارة التربية والتعليم بأهمية تمكين المعلم من أدوات فعّالة ترتقي بمستوى الأداء داخل الصف، وتعزز من جودة التعليم وتحسين مخرجاته ، واستجابة حقيقية لصوت المعلمين وتفاعلاً مع ما رُصد عبر قنوات التغذية الراجعة من الميدان التربوي وتلبية لاحتياجات معلمينا لأدوات تعليمية مرنة وشاملة تعينهم على أداء رسالتهم التربوية والتعليمية السامية ، جاء هذا الكتاب ليكون دعامة تربوية متكاملة تدعم المعلم في تخطيط وتنفيذ مهامه التدريسية بكفاءة، كما تيسر له عملية التقويم بشكل مستمر ، وقد تم تصميم محتواه ليقدم نماذج متنوعة من الأداءات الصفية الفاعلة، والأنشطة التعليمية المصممة وفق منهجية تفاعلية تُعلي من شأن التعلم النشط، وتُسهم في إحداث نقلة نوعية في الممارسات التدريسية وتركز بشكل واضح على أن الطالب محور العملية التعليمية.

ويحتوي الكتاب على أسئلة بنائية وتشخيصية ، ومهام تعلم هادفة ينجزها الطالب كواجب منزلي، تُعزز التكامل بين التعلم داخل الصف وخارجه، وتُسهم في بناء التعلم لدى الطالب بشكل مستدام. كما تساعد هذه الأدوات على تنمية التفكير الناقد والإبداعي، وتعميق الفهم، ودعم وتعزيز دافعية الطلاب ومنحهم شعورًا بالإنجاز والتميّز.

كما يتضمن الكتاب اختبارات أسبوعية قصيرة وتقويمات مرحلية تتيح للمعلم قياس مدى تحقق نواتج التعلم أولاً بأول، بما يضمن معالجة الفجوات التعليمية مبكرًا، ويوفّر تغذية راجعة فورية تسهم في تحسين أداء الطلاب. وقد اختتمت أداءات كل شهر بمجموعة من التدريبات المتدرجة ، التي تُراعي الفروق الفردية وتستهدف المستويات المعرفية المختلفة، في إطار من التنوع والعمق والتكامل تؤهل الطالب لأداء الاختبارات الشهرية بكفاءة.

إن هذا الكتاب يُعد ترجمة حقيقية لتوجهات الوزارة نحو تخفيف الأعباء المادية والمعنوية عن أولياء الأمور، وتوفير محتوى تعليمي مساند يثري البيئة الصفية، ويتيح للمعلم وقتًا أكبر للابتكار التربوي والتفاعل المثمر مع طلابه. كما أنه يشكل أداة فاعلة في دعم توجهات الوزارة نحو تحقيق نواتج التعلّم، وإحداث تحول حقيقي في بيئة التعلم من التلقين إلى الفهم، ومن الحفظ إلى التطبيق، ومن التلقي إلى المشاركة.

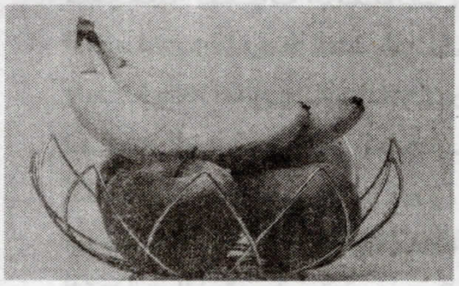
وإننا إذ نضع هذا العمل بين أيدي المعلمين والطلاب، فإننا نطمح إلى أن يكون مساهمة قيمة في تحسين الأداء الأكاديمي وتعزيز جودة التعليم وأن يصبح لبنة إضافية في بناء جيلٍ واعٍ ومتعلم، مزود بالمهارات والكفايات التي تؤهله للنجاح في عالم يتطلب الإبداع والابتكار، وأن يُحدث أثرًا ملموسًا في تحقيق رؤية تربوية طموح لمستقبل التعليم في وطننا العزيز.

والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل...

الوحدة الأولى	الأسبوع الأول (جـبـر)	الدرس الأول حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (شراء الفاكهة)



اشترى جلال ٣ كيلو جرامات تفاح ، ٢ كيلو جرام موز، ودفع ٣٠٠ جنيه
ثم اشترى ٢ كيلو جرام تفاح ، ٤ كيلو جرامات موز، ودفع ٣٦٠ جنيهاً
ساعد جلال لإيجاد سعر الكيلو جرام من التفاح والموز.

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

١) **أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانيًا:**
ص = ٢ س – ٣ ، س + ٢ ص = ٤

٢) **أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا:**
٢ س – ص = ٣ ، س + ٢ ص = ٤

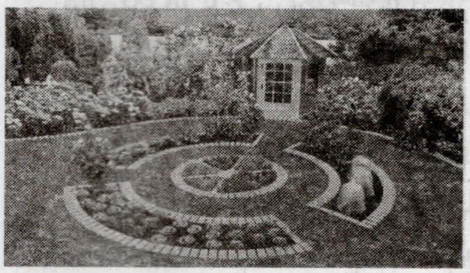
٣) **أوجد عدد حلول المعادلتين الآتيتين :**
٧ س + ٤ ص = ٦ ، ٥ س – ٢ ص = ١٤

٤) عددان حقيقيان مجموعهما ٤٠ ، والفرق بينهما ١٠، **أوجد العددين .**

٥) زاويتان حادتان في مثلث قائم الزاوية الفرق بين قياسيهما ٥٠°، **أوجد قياس كل زاوية .**

الوحدة الرابعة	الأسبوع الأول (هندســة)	الدرس الأول الدائرة.. تعاريف ومفاهيم	التاريخ: / /

الأداء الصفي:



نشاط ١ (حدائق وزهور)

أمامك صورة لإحدى الحدائق مصمم بها حوض زهور على شكل دائرتين متحدتي المركز.

تعاون أنت ومجموعتك لرسم دوائر مختلفة وحساب محيطها ومساحتها .

تعاون مع زملاء مجموعتك في كتابة ما تلاحظون؟

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

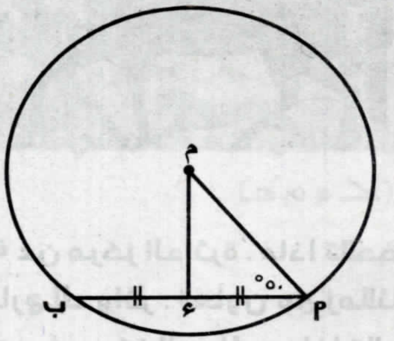
أجب عن الأسئلة التالية :

١) أوجد طول أكبر أوتار الدائرة التي مساحتها ١٦ π سم^2.

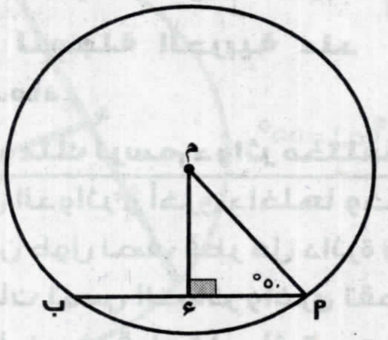
٢) أوجد محيط الدائرة التي مساحتها ٢٥ π سم^2.

٣) وتر طوله ١٦ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ٢٠ سم . أوجد بُعد الوتر عن مركز الدائرة.

٤) في الشكل التالي : ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، ق(∠م أ ء) = ٥٠° ، أوجد : ق(∠ أ م ء)



٥) في الشكل التالي : أ ب = ٦ سم ، م ء = ٤ سم ، ق(∠م ء أ) = ٩٠° ، أوجد مساحة الدائرة م .



الوحدة الأولى	الأسبوع الثاني (جــــبر)	الدرس الأول تمارين على حل معادلتين من الدرجة الأولى في متغيرين بيانيًا وجبريًا	التاريخ: / /

الأداء الصفي: (فكر معانًا)

مروان أكبر من أخيه مهاب بـ ٥ سنوات ، بعد ٣ سنوات سيكون مجموع عمريهما ٢٥ سنة **فما عمر كل منهما الآن ؟**

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

١) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانيًا: س + ص = ٥ ، س − ص = ١

٢) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا: س + ٢ ص = ٥ ، ٣ س = ص + ٨

٣) أوجد قيمتي أ ، ب علمًا بأن : (٣ ، −١) حل للمعادلتين : أ س + ب ص = ٥ ، ٣ أ س + ب ص = ١٧

٤) **مستطيل طوله يزيد على عرضه بمقدار ٤ سم ، فإذا كان محيط المستطيل ٢٨ سم . أوجد مساحة المستطيل .**

٥) **زاويتان متكاملتان ضعف قياس أكبرهما يساوى سبعة أمثال قياس الصغرى . أوجد قياس كل زاوية .**

الوحدة الرابعة	الأسبوع الثاني (هندسـة)	الدرس الثاني أوضاع نقطة ومستقيم ودائرة بالنسبة لدائرة	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (سفينة خوفو)

استخدم المصريون القدماء الأنماط الدائرية والرموز الدائرية في التصاميم الفنية والنقوش الهيروغليفية، وكانت لها دلالات رمزية مهمة في الحضارة المصرية القديمة.

- أمامك صورة للعجلة الحربية عند المصريين القدماء.

تعاون أنت ومجموعتك لرسم دوائر مختلفة :

١) ارسم نقاط على الدوائر و أخرى داخلها وخارجها .

أوجد العلاقة بين طول نصف قطر كل دائرة وبعد كل نقطة عن مركز الدائرة . ماذا تلاحظ ؟

٢) ارسم مستقيمات تمس الدوائر وأخرى تقطع الدوائر وخارج الدوائر . تعاون مع زملائك في إيجاد العلاقة بين طول نصف قطر كل دائرة وبعد المستقيمات عن مركز الدوائر . ماذا تلاحظ ؟

٣) رسم دوائر تمس الدوائر من الداخل، الخارج و أخرى تقطع الدوائر وأخرى متباعدة، تعاون مع زملائك في إيجاد العلاقة بين طول نصف قطر كل دائرة، بعد مركز الدوائر عن بعضها. ماذا تلاحظ؟

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

١) إذا كانت م دائرة طول قطرها ١٠ سم ، ب نقطة في مستواها ، وكان ب م = ٦ سم .

فأوجد موضع النقطة ب بالنسبة للدائرة م.

٢) م دائرة طول قطرها ٦ سم فإذا كان المستقيم ل في مستواها ويبعد عن مركزها ٤ سم .

فأوجد موضع المستقيم ل بالنسبة للدائرة م.

٣) إذا كانت الدائرتان م ، ن متماستان من الداخل وطول نصف قطر إحداهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم ،

فأوجد طول نصف قطر الدائرة الأخرى.

٤) دائرتان م ، ن طولا نصفي قطريهما ٨ سم ، ٦ سم ، فإذا كان : م ن = ١٤ سم .

فأوجد موضع الدائرة م بالنسبة للدائرة ن.

٥) إذا كانت م ، ن دائرتان طولا نصفى قطريهما ٦ سم ، ٤ سم على الترتيب.

أوجد طول م ن في كل من الحالات الآتية :

١) الدائرتان متماستان من الخارج. ٢) الدائرتان متماستان من الداخل.

(التقييم الأسبوعي) الأسبوع الثاني

المجموعة (أ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان للمعادلتين : ٢س + ٣ ص = ٧ ، ٤ س + ك ص = ١٤ عدد لا نهائي من الحلول في ح × ح

فإن ك = ...

(أ) ٢ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ٢١

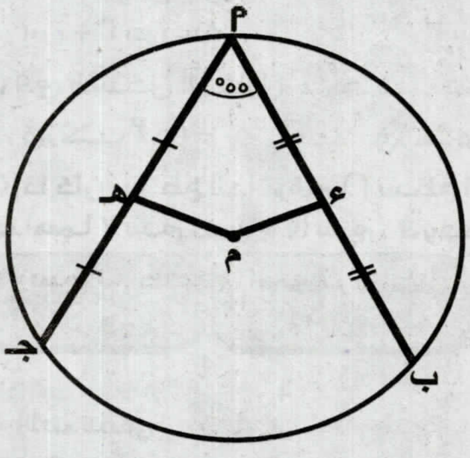
٢) دائرة طول أكبر وتر فيها ٨ سم ، **فإن محيط الدائرة =** .... سم

(أ) ٨ π (ب) ٤ π (جـ) ١٢ π (د) ١٦ π

ثانياً – أجب عما يلي:

١) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معاً:

٢س – ص = ٣، س + ٢ص = ٤



٢) **في الشكل المقابل:** ء، هـ منتصفي أ ب ، أ جـ، ق(∠ب أ جـ) =٥٥° ،

أوجد : ق (∠ ء م هـ)

٣) **إذا كان** : سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = { أ } ، طول نصف قطر إحداهما ٣ سم ، م ن = ٨ سم .

فأوجد طول نصف قطر الدائرة الأخرى .

المجموعة (ب)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) **إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين** : س + ٥ ص = ٤ ، س + ك ص = ٧ متوازيين **فإن** : ك = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٧

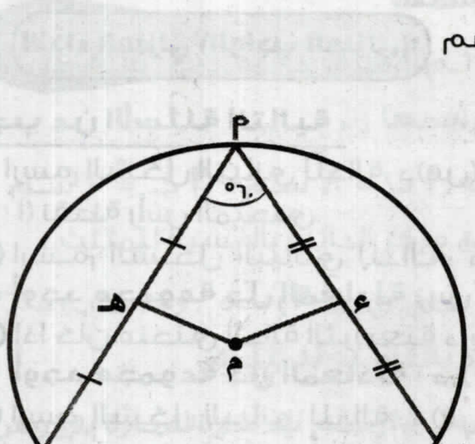
٢) دائرة طول أكبر وتر فيها ١٦ سم ، **فإن محيط الدائرة =** .... سم

(أ) ٨ π (ب) ٤ π (جـ) ١٢ π (د) ١٦ π

ثانياً – أجب عما يلي:

١) **أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معاً :**

س + ٥ ص = ٢ ، ٢ س – ٣ ص + ٩ = صفر



٢) **في الشكل التالي** : ء ، هـ منتصفي، أ ب ، أ جـ

ق(∠ب أ جـ) = ٦٠° ، **أوجد** : ق(∠ ء م هـ)

٣) **إذا كان** : سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن = { أ } ،

طول نصف قطر إحداهما ٤ سم ، م ن = ٩ سم .

فأوجد طول نصف قطر الدائرة الأخرى .

المجموعة (جـ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

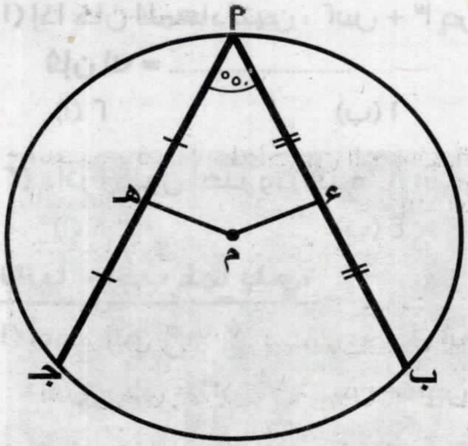
١) **إذا كان المستقيمان الممثلان للمعادلتين:** س + ٣ ص = ٤ ، ٥ س + ك ص = ٢٠ متطابقين

فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

٢) دائرة طول أكبر وتر فيها ١٦ سم ، **فإن محيط الدائرة =** .... **سم**

(أ) ٨ π (ب) ٤ π (ج) ١٢ π (د) ١٦ π



ثانياً – أجب عما يلي :

١) **أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين معًا:**

س + ٢ ص = ٨ ، ٣ س – ص = ١٠

٢) في الشكل المقابل: ء ، هـ منتصفي ، **أب** ، **أجـ** ،

ق(∠ب أ جـ) = ٥٠°، أوجد : ق(∠ء م هـ)

٣) **إذا كان : سطح الدائرة م ∩ سطح الدائرة ن =** {أ} ، **طول نصف قطر إحداهما ٧ سم ، م ن = ١٥ سم** . فأوجد طول نصف قطر الدائرة الأخرى.

الوحدة الأولى	الأسبوع الثالث (جـــبر)	الدرس الثاني حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد بيانياً	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (مسار كرة):

– قذفت كرة لأعلى من ارتفاع ٢ متر بسرعة معينة ، وكان ارتفاعها يعطى بالعلاقة :

ص = – س^٢ + ٤ س + ٢ .

حيث س الزمن ، ص المسافة. **أوجد زمن وصول الكرة إلى الأرض بيانياً** . (تعاون مع زميلك)

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

١) ارسم الشكل البياني للدالة: د(س) = س^٢ – ٤ س + ٣ في الفترة [–١ ، ٥] **ومن الرسم أوجد :**

١) نقطة رأس المنحنى. ٢) مجموعة حل المعادلة : د(س) = صفر.

٢) ارسم الشكل البياني للدالة: د(س) = – س^٢ + ٦ س – ١١ في الفترة [٠ ، ٦] **ومن الرسم أوجد مجموعة حل المعادلة :** س^٢ – ٦ س + ١١ = صفر.

٣) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (–١ ، ٠) ، (٠ ، –٤) ، (٤ ، ٠)

أوجد مجموعة حل المعادلة : د (س) = صفر .

٤) ارسم الشكل البياني للدالة : د(س) = س^٢ – ٤ في الفترة [–٣ ، ٣] **ومن الرسم أوجد :**

مجموعة حل المعادلة : د(س) = صفر

٥) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د لا يقطع محور السينات في أي نقطة ،

اذكر عدد حلول المعادلة د(س) = ٠ في ح .

الوحدة الرابعة	الأسبوع الثالث (هندســـة)	الدرس الثالث تعيين الدائرة - علاقة أوتار الدائرة بمركزها	التاريخ: / /

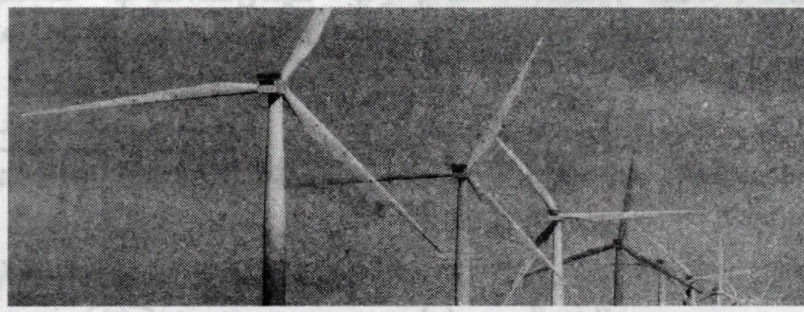
الأداء الصفي:

نشاط ١ (طواحين الهواء):

- استخدمت الطواحين الهوائية قديماً في عملية طحن القمح والغلال الأخرى ، كما استخدمت الطواحين الهوائية حديثاً في توليد الكهرباء.

تعاون أنت ومجموعتك لرسم دوائر مختلفة تمر بنقطتين، ودوائر تمر بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

تعاون مع زميلك في كتابة ماذا تلاحظون؟



الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

١) باستخدام الأدوات الهندسية ارسم $\overline{\text{أب}}$ طولها ٨ سم ، ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٥ سم ، **كم عدد الدوائر التي يمكن رسمها .**

٢) باستخدام الأدوات الهندسية ارسم $\overline{\text{أب}}$ طولها ٦ سم ، ثم ارسم دائرة تمر بالنقطتين أ ، ب وطول نصف قطرها ٣ سم ، **كم عدد الدوائر التي يمكن رسمها .**

٣) باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث أ ب جـ الذي فيه أ ب = ٨ سم ، أ جـ = ١٠ سم ، ب جـ = ٦ سم ، ثم ارسم الدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، جـ . حدد موضع مركز الدائرة بالنسبة للمثلث.

٤) باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث أ ب جـ الذي فيه أ ب = ٨ سم ، ق(∠أ) = ٥٠°، ق (∠ب) = ٦٠° ثم ارسم الدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، جـ . **حدد موضع مركز الدائرة بالنسبة للمثلث .**

٥) ارسم المثلث أ ب جـ الذي فيه: أ ب = أ جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم. **ثم ارسم الدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب جـ . (لا تمح الأقواس)**

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع الثالث

المجموعة (أ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمس محور السينات في النقطة (ك + ١ ، ك - ٢) فإن : ك = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢) عدد الدوائر المارة بثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة يساوي ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

ثانياً – أجب عما يلي :

١) ارسم الشكل البياني للدالة : د(س) = س^{٢} – ٢س في الفترة [– ١، ٣] ومن الرسم أوجد :

مجموعة حل المعادلة : س^{٢} – ٢س = صفر

٢) إذا كان : ﺃب = ٦ سم ، فأوجد عدد الدوائر المارة بالنقطتين ﺃ ، ب وطول نصف قطر كل منها ٣ سم .

٣) باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ﺃب جـ الذي فيه ﺃب = ب جـ = ٦ سم ، ﺃجـ = ١٠ سم، ثم ارسم الدائرة المارة بالنقط ﺃ ، ب ، جـ . حدد موضع مركز الدائرة بالنسبة للمثلث.

المجموعة (ب)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمس محور السينات في النقطة (ك – ١ ، ك – ٤) فإن : ك = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٢) عدد الدوائر المارة بثلاث نقاط على استقامة واحدة يساوي ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

ثانياً – أجب عما يلي:

١) ارسم الشكل البياني للدالة : د(س) = س٢ – ٤س + ٣ في الفترة [–١ ، ٥] ومن الرسم أوجد:

مجموعة حل المعادلة : د(س) = صفر

٢) إذا كان : ﺃب = ٨ سم ، فأوجد عدد الدوائر المارة بالنقطتين ﺃ ، ب وطول نصف قطر كل منها ٢ سم .

٣) باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ﺃب جـ الذي فيه ﺃب = ب جـ = ٧ سم ، ﺃجـ = ١٠ سم ، ثم ارسم الدائرة المارة بالنقط ﺃ ، ب ، جـ . حدد موضع مركز الدائرة بالنسبة للمثلث

المجموعة (جـ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمس محور السينات في النقطة (ك – ٢ ، ك – ٥) فإن : ك = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

٢) إذا كان : ﺃب = ٦ سم ، فإن عدد الدوائر المارة بالنقطتين ﺃ ، ب وطول نصف قطر كل منها ٤ سم يساوي ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

ثانياً – أجب عما يلي:

١) ارسم الشكل البياني للدالة : د(س) = ٤ – س^{٢} في الفترة [– ٣، ٣] ومن الرسم أوجد :

مجموعة حل المعادلة : د(س) = صفر

٢) إذا كان : ﺃب = ٨ سم ، فأوجد عدد الدوائر المارة بالنقطتين ﺃ ، ب وطول نصف قطر كل منها ٥ سم .

٣) باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث ﺃب جـ الذي فيه ﺃب = ب جـ = ٦ سم ، ﺃجـ = ٨ سم، ثم ارسم الدائرة المارة بالنقط ﺃ ، ب ، جـ . حدد موضع مركز الدائرة بالنسبة للمثلث.

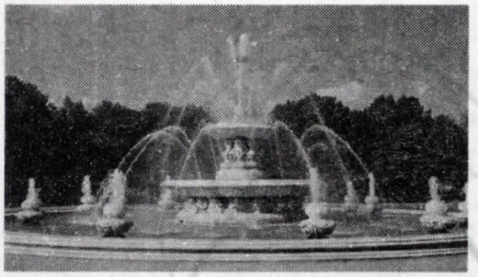
الوحدة الأولى	الأسبوع الرابع (جـــبر)	الدرس الثاني حل معادلة من الدرجة الثانية في مجهول واحد جبريا باستخدام القانون العام	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (نافورة ماء)

يندفع الماء من فوهة نافورة وفق العلاقة :

ص = − ٢ س٢ + ٨ س



حيث ص : الارتفاع الرأسي للماء ، س : المسافة الأفقية من النافورة

احسب المسافة الأفقية التي يسقط عندها الماء .

تعاون مع زملائك .

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية:

١) **أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام :**

س٢ − ٢ س − ٤ = صفر (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

٢) **أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام :**

س (س − ١) = ٤ (مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية)

٣) **أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام:**

٣ س٢ +١ = ٦س (مقربًا الناتج لرقم عشري واحد)

٤) **إذا كانت مجموعة حل المعادلة : س٢ − ك س + ٤ = صفر في ح هي { −٢ }.** أوجد قيمة ك.

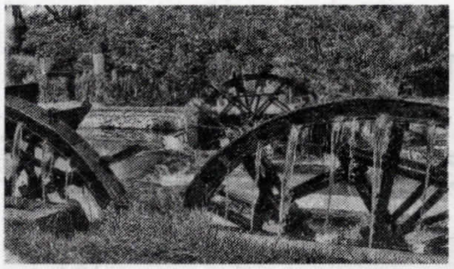
٥) **أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام :**

س + $\frac{٤}{س}$ = ٦ (مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية)

الوحدة الرابعة	الأسبوع الرابع (هندســة)	الدرس الثاني تابع تعيين الدائرة - علاقة أوتار الدائرة بمركزها	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (سواقي الفيوم التاريخية)



− في إحدى الرحلات المدرسية لمحافظة الفيوم، زار محمود وزملاؤه سواقي الفيوم . (عمرها أكثر من ٢٠٠٠ سنة) والتي تدار بقوة دفع المياه وتستخدم في نقل المياه من منسوب أدنى إلى منسوب أعلى دون وجود أى آلات أو ماكينات.

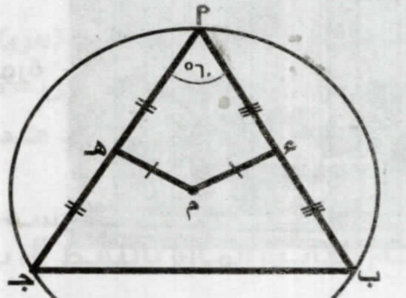
تعاون أنت ومجموعتك لرسم دوائر مختلفة ورسم أوتار متساوية . تعاون مع زملائك في إيجاد العلاقة بين أبعاد الأوتار المتساوية عن مركز الدوائر . اكتب ماذا تلاحظ.

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

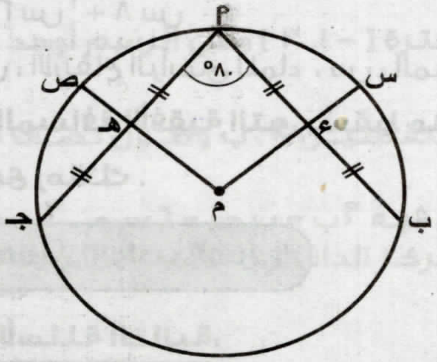
١) في الشكل التالي: ء ، هـ منتصفي أب ، أجـ ،
م ء = م هـ ، ب جـ = ٨ سم ، ق(∠أ) = ٦٠°

أوجد محيط : Δ أ ب جـ



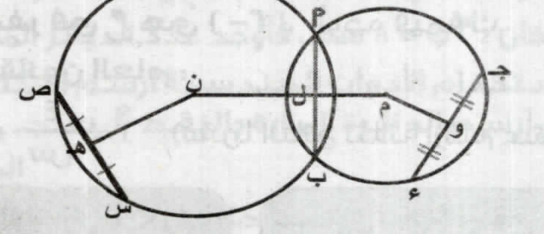
٢) في الشكل التالي : أب = أجـ
ء ، هـ منتصفي أب ، أجـ ، ق(∠أ) = ٨٠°

أوجد: ق(∠ء م هـ) ، أثبت أن: ء س = هـ ص



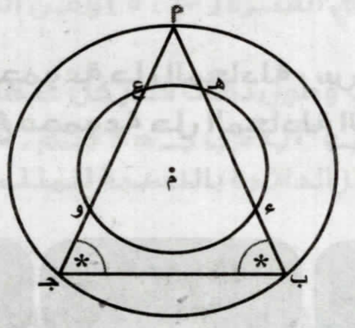
٣) في الشكل التالي: م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ، و منتصف جـ ء ،
هـ منتصف س ص، م و = م ل ، ن ل = ن هـ

أثبت أن جـ ء = س ص



٤) في الشكل التالي : دائرتان متحدتا المركز م، أب ، أجـ وتران في الدائرة الكبرى ، يقطعان الدائرة الصغرى في ء ، هـ ، و ، ع ، ق(∠ب) = ق(∠جـ)

أثبت أن : ء هـ = و ع

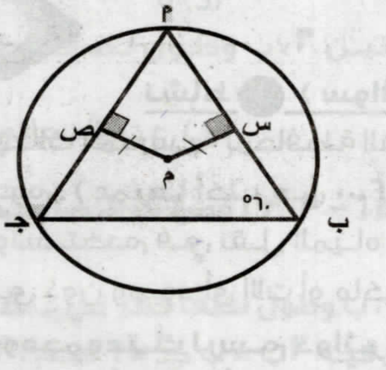


٥) فى الشكل المقابل :

م س = م ص، م س ⊥ أب، م ص ⊥ أجـ

فإذا كان : أ ب = ١٠ سم، ق(∠ب) = ٦٠°

أوجد بالبرهان محيط : Δ أ ب جـ



(التقييم الأسبوعي) الأسبوع الرابع

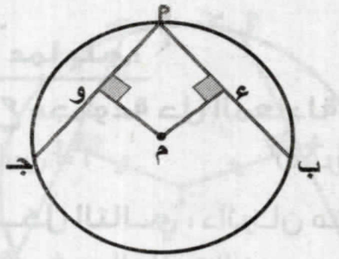
المجموعة (أ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) في المعادلة : أ س٢ + ب س + جـ = صفر حيث أ ≠ صفر إذا كان : ب٢ – ٤ أ جـ > صفر **فإن عدد جذور المعادلة في ح = ...**

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

٢) **في الشكل المقابل :**



أب = أجـ ، ق(∠ أ ء م) = ق(∠ أ و م) = ٩٠° ،

م ء = ٨ سم ، **فإن : م و = ... سم**

(أ) ٤ (ب) ٨

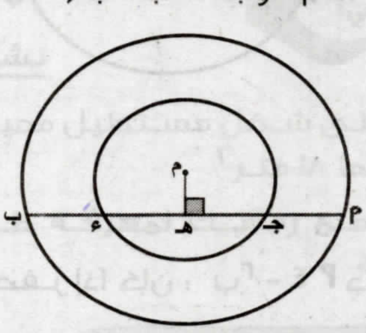
(ج) ١٠ (د) ١٦

ثانياً – أجب عما يلي:

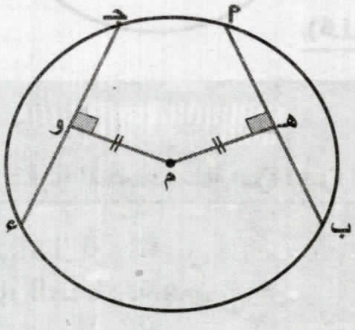
١) **أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام :**

٢ س٢ – ٥ س + ١ = صفر (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

٢) **في الشكل التالي :** دائرتان متحدتا المركز م ، أب وتر في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في جـ ، ء ، م هـ ⊥ أب، أب = ٨ سم، جـ ء = ٤ سم . أوجد : أجـ ، ب ء



٣) **في الشكل التالي :** أب ، جـ ء وتران في الدائرة م ، م هـ = م و ، أهـ = ٥ سم .
أوجد : جـ ء .



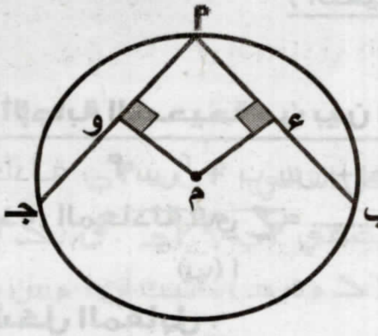
المجموعة (ب)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) في المعادلة : أ س٢ + ب س + جـ = صفر حيث أ ≠ صفر، إذا كان: ب٢ – ٤ أ جـ = صفر **فإن عدد جذور المعادلة في ح = ...**

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

٢) في الشكل المقابل:



٩ب = ٩جـ ، ق(∠ ٩ ء م) = ق(∠ ٩ و م) = ٩٠°،

م ء = ١٦ سم ، فإن : م و = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٨

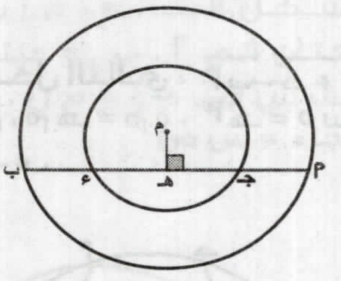
(ج) ١٠ (د) ١٦

ثانياً – أجب عما يلي:

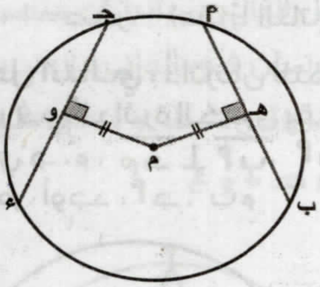
١) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام :

٢ $س^٢$ – ١٠س = ١ (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

٢) في الشكل التالي : دائرتان متحدتا المركز م ، ٩ب وتر في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في جـ ، ء، م هـ ⊥ ٩ب، ٩ب = ٢٠ سم، جـ ء = ١٠ سم . **أوجد : ٩جـ ، ب ء**



٣) في الشكل التالي : ٩ب ، ٩جـ وتران في الدائرة م ، م هـ = م و ، ٩هـ = ٨ سم .
أوجد : جـ ء .



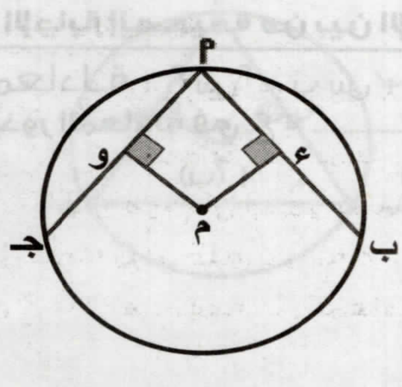
المجموعة (ج)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) في المعادلة : ٩$س^٢$ + ب س + جـ = صفر، حيث ٩ ≠ صفر إذا كان : $ب^٢$ - ٤ ٩ جـ = صفر
فإن عدد جذور المعادلة في ح = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

٢) في الشكل المقابل:



٩ب = ٩جـ ، ق(∠ ٩ ء م) = ق(∠ ٩ و م) = ٩٠°،

م ء = ١٠ سم ،

فإن : م و = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٨

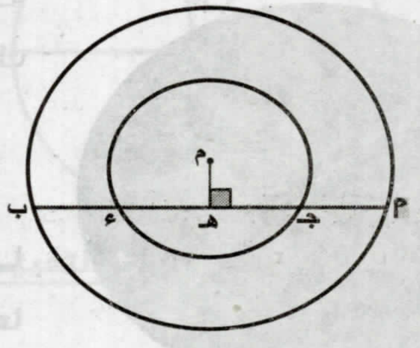
(ج) ١٠ (د) ١٦

ثانياً – أجب عما يلي:

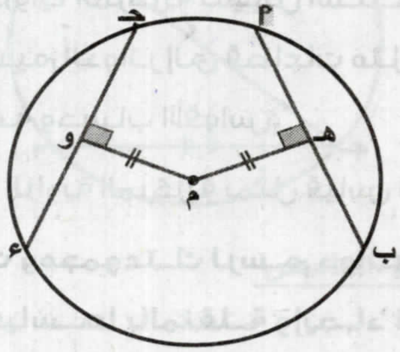
١) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام :

س^{٢} – ٥س = –٢ (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

٢) في الشكل التالي : دائرتان متحدتا المركز م ، ٩ب وتر في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في جـ ، ء، م هـ ⊥ ٩ب، ٩ب = ١٦ سم، جـ ء = ٨ سم . أوجد : ٩جـ ، ب ء



٣) في الشكل التالي : $\overline{٩ب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران في الدائرة م ، م هـ = م و ، ٩هـ = ٩ سم . **أوجد :** جـ ء .



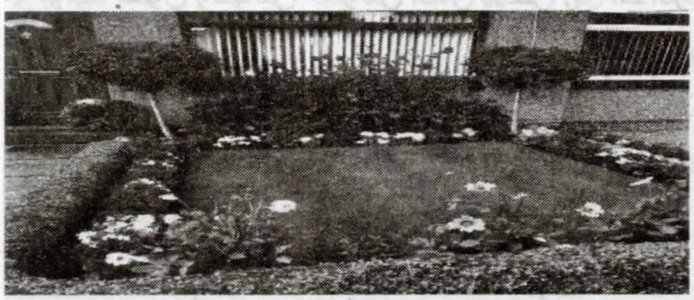
الوحدة الأولى	الأسبوع الخامس (جــبر)	الدرس الثالث حل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (حديقة مستطيلة):

– حديقة على شكل مستطيل محيطها ١٨ متر ومساحتها ١٨ متر^{٢}

تعاون مع زملائك لمعرفة طول وعرض الحديقة .



الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية:

١) **أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :** س + ص = ٥ ، س^{٢} + ص^{٢} = ١٣

٢) **أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :** ص – س = ٢ ، س^{٢} + س ص – ٤ = ٠

٣) **عددان حقيقيان موجبان مجموعهما ١٧ ، وحاصل ضربهما ٧٢. أوجد العددين .**

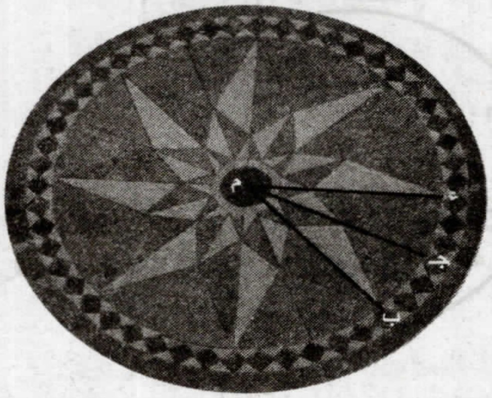
٤) **مستطيل طوله يزيد على عرضه ٣ سم ، ومساحته ٢٨ سم^{٢} . أوجد محيطه .**

٥) **أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:** س + ص = ٤ ، س^{٢} + ص^{٢} + س ص = ١٣

التاريخ: / /	الدرس الأول الزاوية المركزية وقياس الأقواس	الأسبوع الخامس (هندسة)	الوحدة الخامسة

الأداء الصفي:

نشاط ١ (تصميمات):



تطبيقات الزوايا المركزية تشمل استخدامها في رسوم بيانية دائرية لتقسيم الدوائر إلى قطاعات مثل شرائح البيتزا، وكذلك في الهندسة وحساب الأقواس.

حيث قياس الزاوية المركزية يمثّل قياس القوس المقابل لها.

تعاون أنت ومجموعتك لرسم دوائر مختلفة ورسم زوايا مركزية وقياسها بالمنقلة وإيجاد العلاقة بين قياسها وقياس القوس المقابل لها.

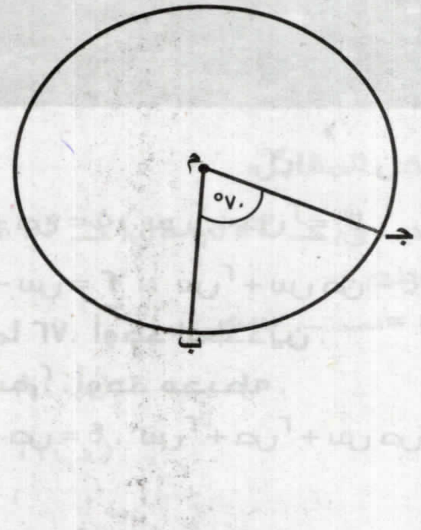
اطلب من كل طالب في مجموعتك كتابة ماذا يلاحظ ؟

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

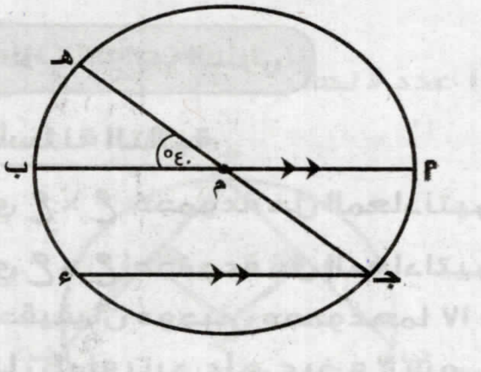
أجب عن الأسئلة التالية :

١) أوجد طول وقياس القوس الذي يمثل رُبع الدائرة التي طول نصف قطرها ١٤ سم. ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

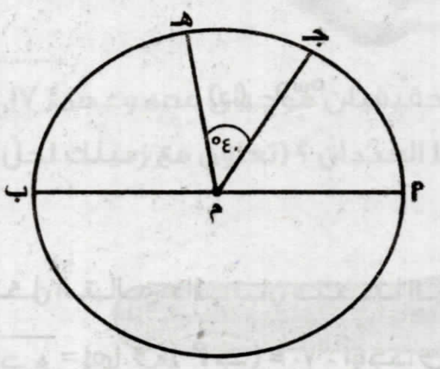
٢) **في الشكل التالي** : م دائرة ، م جـ = ٨ سم، ق(∠ ب م جـ) = ٧٠°. **أوجد : طول** ($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$)



٣) **في الشكل التالي:** $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{جـ هـ}}$ قطران في الدائرة م ، ق(∠ ب م هـ) = ٤٠°. **أوجد:** ($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$)

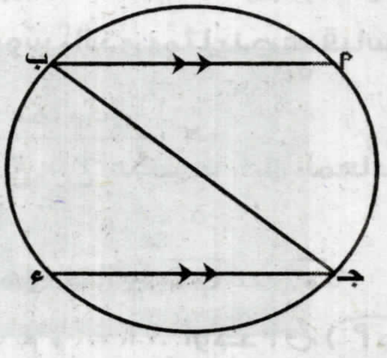


٤) في الشكل التالي : $\overline{\text{أب}}$ قطر في الدائرة م، ق(∠ جـ م هـ) = ٤٠°، ق($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$) : ق($\overset{\frown}{\text{ب هـ}}$) = ٣ : ٤ أوجد : ق($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$)



٥) في الشكل التالي: $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{جـ ء}}$ وتران في الدائرة، أب = جـ ء ، $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$.

أوجد: ق($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$)



(التقييم الأسبوعي) الأسبوع الخامس

المجموعة (أ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) مجموعة حل المعادلتين : س – ص = صفر ، س ص = ٩ في ح × ح هي ....

(أ) {(٣ ، ٣)} (ب) {(–٣ ، –٣)}

(جـ) {(٠ ، ٠)} (د) {(٣ ، ٣) ، (–٣ ، –٣)}

٢) قياس القوس الذي يمثل ربع قياس الدائرة = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

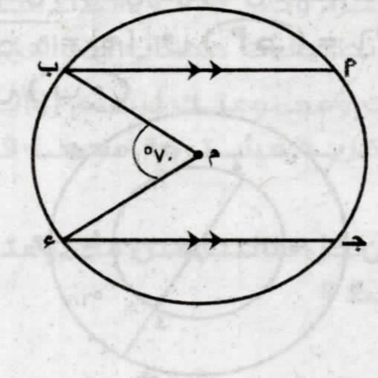
ثانياً – أجب عما يلي:

١) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:

س = ٣ ، س^2 + ص^2 = ٢٥

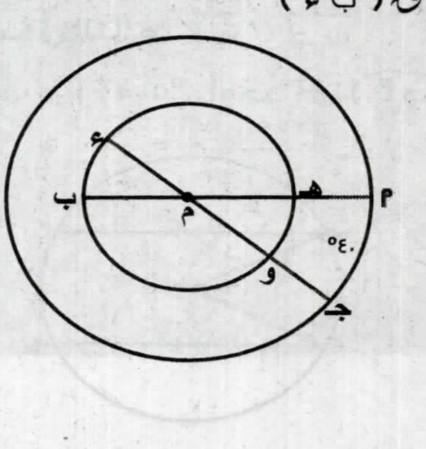
٢) في الشكل التالي: $\overline{\text{أب}}$ // $\overline{\text{جـ ء}}$،

ق (∠ ب م ء) = ٧٠°، أوجد : ق($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$)



٥) في الشكل التالي: دائرتان متحدتا المركز م، $\overline{\text{أب}}$ ∩ $\overline{\text{جـ ء}}$ = {م} ، ق ($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$) = ٤٠°،

أوجد: ق($\overset{\frown}{\text{ب ء}}$)



المجموعة (ب)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) مجموعة حل المعادلتين : س – ص = صفر ، س ص = ٤ في ح × ح هي ....

(أ) {(٢ ، ٢)} (ب) {(–٢ ، ٢)}

(جـ) {(٠ ، ٠)} (د) {(٢ ، ٢) ، (–٢ ، –٢)}

٢) قياس القوس الذي يمثل نصف قياس الدائرة = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

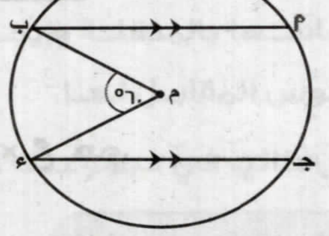
ثانياً – أجب عما يلي:

١) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين:

س = ص ، س٢ + ص٢ = ٥٠

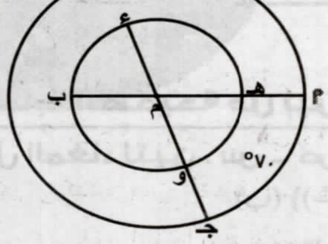
٢) في الشكل التالي: أب // جـ ء ،

ق (∠ ب م ء) = ٦٠°، أوجد : ق (أجـ⌒)



٥) في الشكل التالي: دائرتان متحدتا المركز م،

أب ∩ جـ ء = {م}، ق (أجـ⌒) = ٧٠°. أوجد: ق (ب ء⌒)



المجموعة (ج)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) مجموعة حل المعادلتين : س – ص = صفر ، س ص = ٤ في ح × ح هي ....

(أ) {(٢ ، ٢)} (ب) {(–٢ ، ٢)}

(جـ) {(٠ ، ٠)} (د) {(٢ ، ٢) ، (–٢ ، –٢)}

٢) قياس القوس الذي يمثل ثمن قياس الدائرة = ...

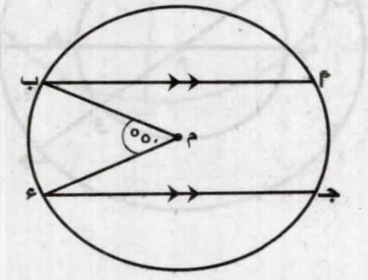
(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

ثانياً – أجب عما يلي:

١) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين: ص – ٢ س = ٠ ، س ص = ٨

٢) في الشكل التالي: أب // جـ ء ،

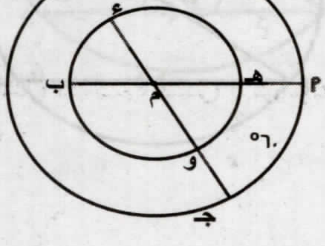
ق (∠ ب م ء) = ٥٠°، أوجد : ق (أجـ⌒)



٥) في الشكل التالي: دائرتان متحدتا المركز م،

أب ∩ جـ ء = {م} ، ق (أجـ⌒) = ٦٠°.

أوجد: ق (ب ء⌒)



الوحدة الأولى	الأسبوع السادس (جــبر)	الدرس الثالث تابع حل معادلتين في متغيرين إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (فزورة):

- عددان حقيقيان موجبان مجموعهما ١٧، حاصل ضربهما ٧٢ .

فما هما العددان ؟ (تعاون مع زميلك لحل الفزورة بطريقة رياضية)

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

١) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين : س + ص = ٤ ، س^2 + ص^2 = ١٠

٢) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين : س – ٢ ص = صفر ، س^2 – ص^2 = ٣

٣) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين : ص = ٧ – س ، ص^2 – س^2 = ٧

٤) عددان حقيقيان موجبان الفرق بينهما ٤ ، وحاصل ضربهما ١٢ . أوجد العددين .

٥) معين الفرق بين طولا قطريه ٤ سم ، محيطه يساوى ٤٠ سم . أوجد طول كلًا من قطريه.

الوحدة الأولى	الأسبوع السادس (هندســة)	الدرس الثاني العلاقة بين الزاويتين المحيطية و المركزية المشتركتين في نفس القواس	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (شرائح الفسيفساء):

- تطبيقات الزوايا المركزية والمحيطية تشمل استخدامها في رسوم بيانية دائرية لتقسيم الدوائر إلى قطاعات (الزاوية المركزية) مثل شرائح البيتزا، وكذلك في الهندسة وحساب الأقواس ، تطبيقات حساب المواقع **GPS** .

تعاون أنت ومجموعتك لرسم زوايا محيطية وزوايا مركزية مشتركة معها في نفس القوس.

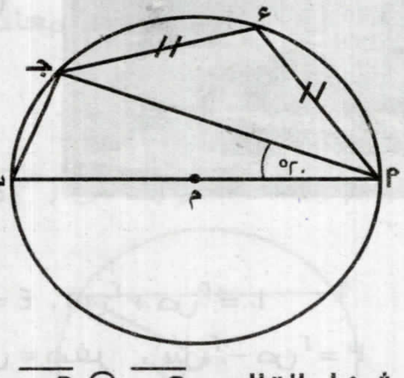
اطلب من كل طالب من مجموعتك كتابة ماذا يلاحظ ؟

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

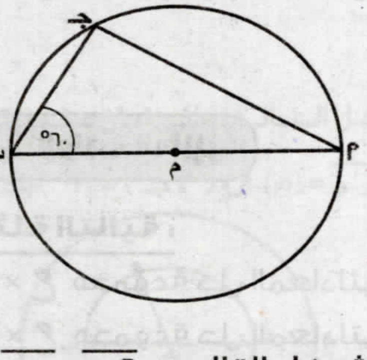
١) في الشكل التالي : $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م، أ ء = ء جـ، ق (∠ ب أ جـ) = ٢٠°.

أوجد : ق (∠ أ ب جـ) ، ق(∠ ء)



٢) في الشكل التالي: $\overline{أب}$ قطر في الدائرة م، أ ب = ١٢ سم ، ق(∠ ب) = ٦٠°.

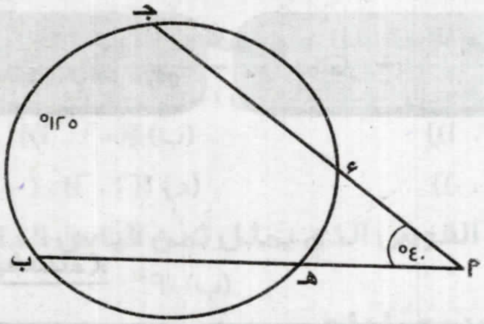
أوجد: ب جـ



٣) في الشكل التالي : $\overrightarrow{أب} \cap \overrightarrow{أجـ} = \{أ\}$،

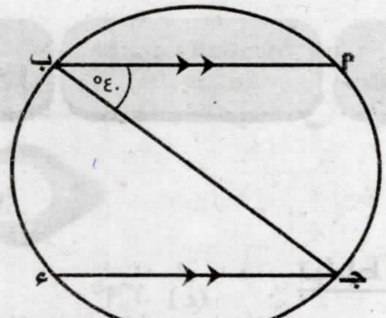
ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (⌒ب جـ) = ١٢٥°،

أوجد: ق (⌒ء هـ)



٤) في الشكل التالي: $\overline{أب}$ ، $\overline{جـ ء}$ وتران في الدائرة، $\overline{أب}$ // $\overline{جـ ء}$ ، ق (∠ ب) = ٤٠°.

أوجد: ق (⌒ب ء)

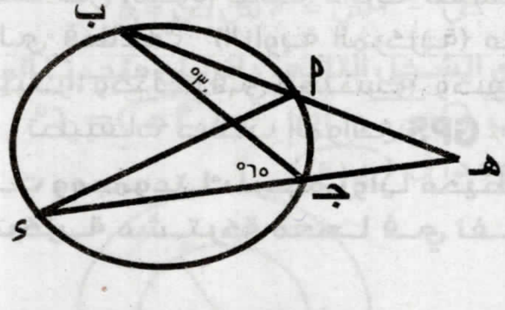


٥) في الشكل المقابل :

ق (∠ أ ب جـ) = ٣٠°

ق (∠ ب جـ ء) = ٦٥°

أوجد بالبرهان: ق (∠ هـ)



(التقييم الأسبوعى) الأسبوع السادس

المجموعة (أ)

أولاً - اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) الزوج المرتب الذي يحقق كلاً من المعادلتين : س − ص = ١ ، س ص = ٢ هو ....

(أ) (١ ، ١) (ب) (٢ ، ١) (جـ) (١ ، ٢) (د) (٠,٥ ، ١)

٢) إذا كان قياس زاوية مركزية ٨٠° فإن قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس = ...

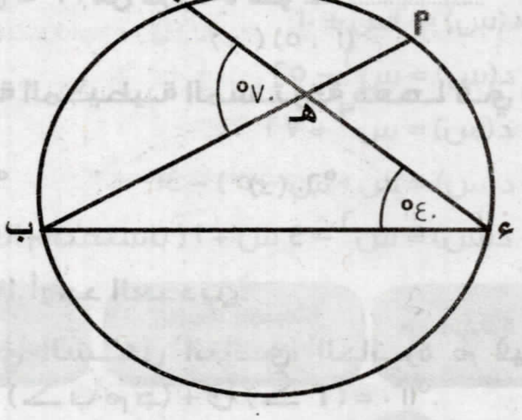
(أ) ٣٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ٦٠°

ثانياً - أجب عما يلي:

١) عددان حقيقيان موجبان الفرق بينهما ٦ ، وحاصل ضربهما ١٦. أوجد العددين.

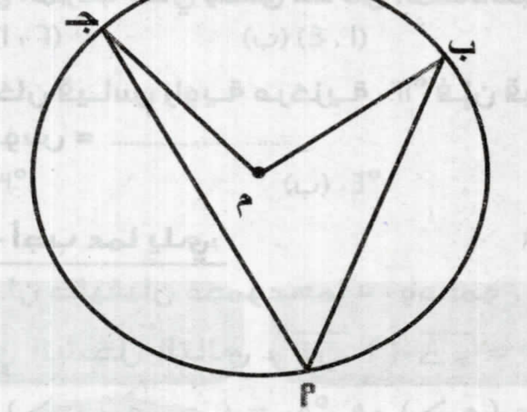
٢) في الشكل التالي : $\overline{أب} \cap \overline{جـ ء} = \{هـ\}$، ق (∠ ب هـ جـ) = ٧٠°، ق (∠ ء) = ٤٠°

أوجد: ق ($\overset{\frown}{أ ء}$)



٣) في الشكل التالي: الدائرة م فيها: ق (∠ ب م جـ) + ق (∠ أ) = ١٥٠°.

أوجد: ق (∠ م)



المجموعة (ب)

أولاً - اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) الزوج المرتب الذي يحقق كلاً من المعادلتين : س − ص = ٢ ، س ص = ٣ هو ....

(أ) (١ ، ١) (ب) (٣ ، ١) (جـ) (١ ، ٣) (د) (٤ ، ٢)

٢) إذا كان قياس زاوية مركزية ١٠٠° فإن قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس = ...

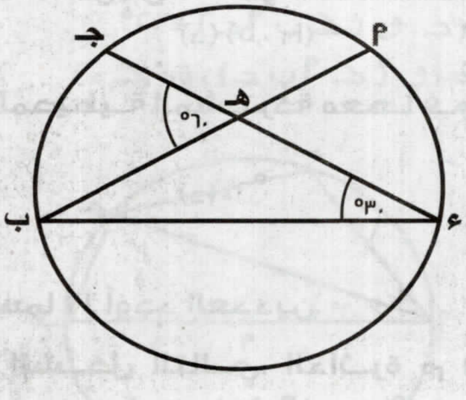
(أ) ٣٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ٦٠°

ثانياً - أجب عما يلي:

١) عددان حقيقيان موجبان مجموعهما ٩ ، ومجموع مربعيهما ٤١. أوجد العددين.

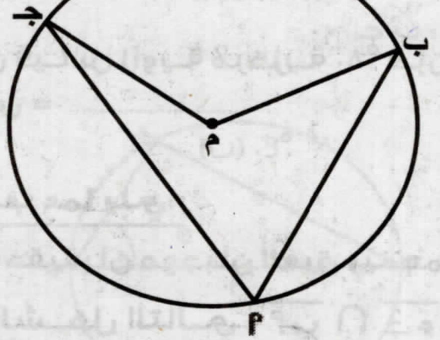
٢) في الشكل التالي : $\overleftrightarrow{٩ب} \cap \overleftrightarrow{جـ ء}$ = {هـ}،
ق (∠ ب هـ جـ) = ٦٠°، ق (∠ ء) = ٣٠°

أوجد : ق ($\overset{\frown}{٩ ء}$)



٣) في الشكل التالي: الدائرة م فيها:
ق (∠ ب م جـ) + ق (∠ ٩) = ١٨٠°.

أوجد: ق (∠ م)



المجموعة (ج)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) الزوج المرتب الذي يحقق كلاً من المعادلتين : س – ص = ٣ ، س ص = ٤ هو ....

(أ) (١ ، ٢)　(ب) (٤ ، ١)　(جـ) (١ ، ٤)　(د) (٥ ، ٢)

٢) إذا كان قياس زاوية مركزية ١٢٠° فإن قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس = ...

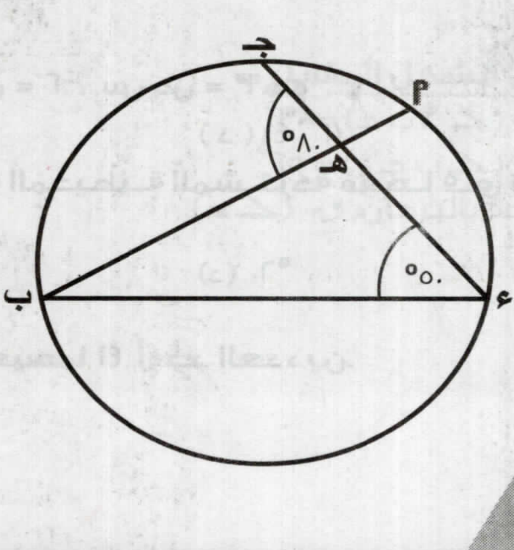
(أ) ٣٠°　(ب) ٤٠°　(جـ) ٥٠°　(د) ٦٠°

ثانياً – أجب عما يلي:

١) عددان حقيقيان مجموعهما ٥ ، ومجموع مربعيهما ١٧. أوجد العددين.

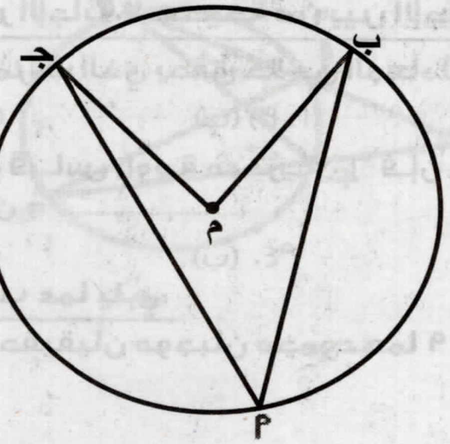
٢) في الشكل التالي : $\overleftrightarrow{٩ب} \cap \overleftrightarrow{جـ ء}$ = {هـ}،
ق (∠ ب هـ جـ) = ٨٠°، ق (∠ ء) = ٥٠°

أوجد : ق ($\overset{\frown}{٩ ء}$)



٣) في الشكل التالي: الدائرة م فيها:
ق (∠ ب م جـ) + ق (∠ ٩) = ١٢٠°.

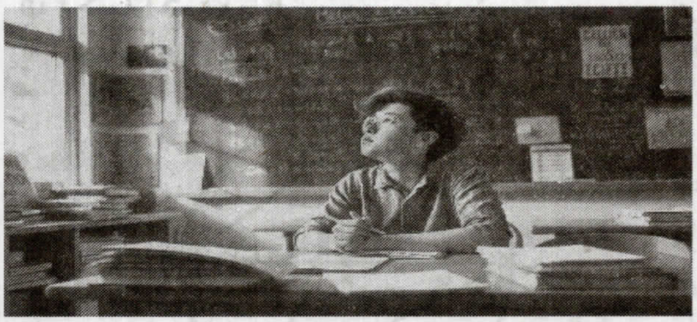
أوجد: ق (∠ م)



الوحدة الثانية	الأسبوع السابع (جــبر)	الدرس الأول مجموعة أصفار الدالة كثيرة الحدود	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (التنبؤ):



- في المعادلات التالية هل يمكنك التنبؤ بعدد الحلول دون حلها؟

$س^٢ - ٥س + ٦ = صفر$

$٢س - ٨ = صفر$

$(س - ١)^٢ = صفر$

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية:

- عين مجموعة أصفار كل من الدوال كثيرات الحدود المعرفة بالقواعد الآتية في ح:

١ - د(س) = ٢س + ١٠

٢ - د(س) = $س^٢$ - ٢٥

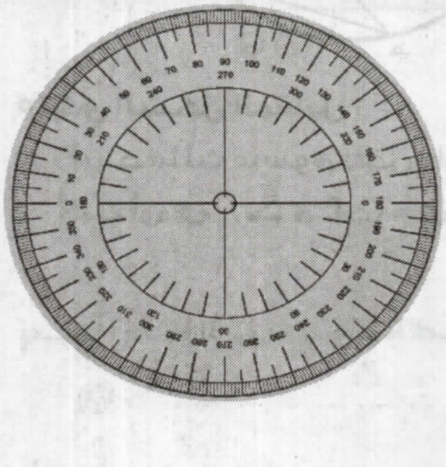
٣ - د(س) = $س^٣$ + ٢٧

٤ - د(س) = س (س - ٥) - ١٤

٥ - د(س) = $س^٢$ - ٤ س + ١ (باستخدام القانون العام)

الوحدة الخامسة	الأسبوع السابع (هندســة)	الدرس الثالث الزوايا المحيطية المرسومة على نفس الأقواس	التاريخ: / /

الأداء الصفي:



نشاط ١ (المنقلة الدائرية):

- تعاون أنت ومجموعتك لرسم دوائر مختلفة ورسم زوايا محيطية تحصر أقواس متساوية.

اكتب ماذا تلاحظ أنت وزملائك؟

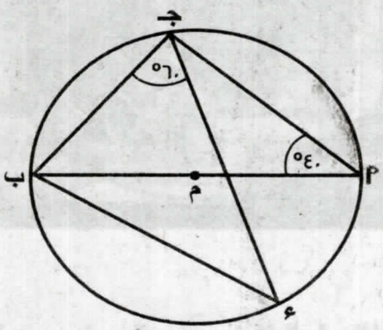
الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

١) في الشكل التالي :

$\overline{أب}$ قطر في الدائرة م، ق (∠ ب أ جـ) = ٤٠°، ق (∠ ب جـ ء) = ٦٠°

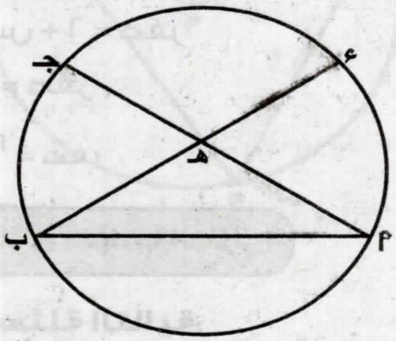
أوجد: ق (∠ أ ب جـ) ، ق (∠ ء)



٢) في الشكل التالي:

$\overline{أجـ}$ ، $\overline{بء}$ وتران متساويان في الدائرة م، $\overline{أجـ}$ ∩ $\overline{بء}$ = {هـ}.

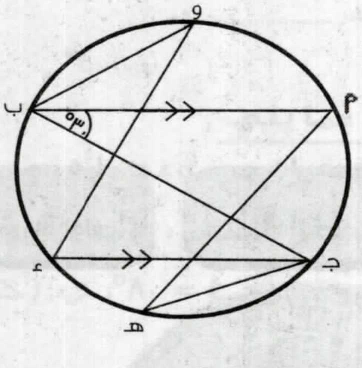
أثبت أن: △ أ ب هـ متساوي الساقين.



٣) في الشكل التالي:

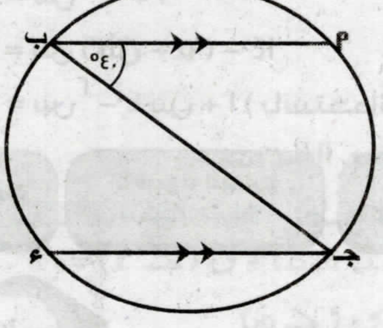
$\overline{أب}$ // $\overline{جـء}$ ، ق (∠ أ ب جـ) = ٣٠° ،

أوجد: ق (∠ و) ، ق (∠ هـ)



٤) في الشكل التالي:

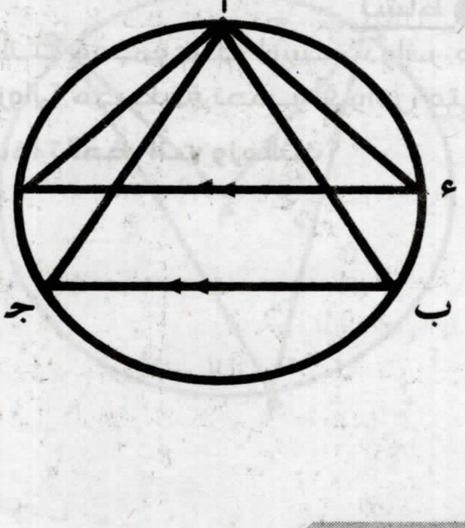
$\overline{أب}$ ، $\overline{جـء}$ وتران في الدائرة، $\overline{أب}$ // $\overline{جـء}$ ، ق (∠ ب) = ٤٠°. **أوجد:** ق ($\overset{\frown}{بء}$)



٥) في الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة، $\overline{ءهـ}$ // $\overline{بجـ}$

أثبت أن: ق (∠ ء أ جـ) = ق (∠ ب أ هـ)



تدريبات نهاية الشهر الأول

أولاً – الجبر:

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) مجموعة أصفار الدالة د: د(س) = صفر **هي** ....

(أ) صفر (ب) ح (جـ) Ø (د) {٠}

٢) إذا كان للمعادلتين س + ٣ ص = ٦ ، ٢ س + ك ص = ١٢ عدد لا نهائي من الحلول **فإن ك =** ....

(أ) –٣ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٦

٣) مجموعة حل المعادلتين س – ١ = صفر ، ص = س في **ح × ح هي** ....

(أ) {(١ ، ١)} (ب) {(–١ ، ١)} (جـ) {(–١ ، –١)} (د) {(٠ ، ٠)}

٤) المستقيمان **٣**س + **٥** ص = صفر ، **٥** س – **٣** ص = صفر يتقاطعان **في** ....

(أ) نقطة الأصل (ب) الربع الأول (جـ) الربع الثاني (د) الربع الرابع

٥) عدد حلول المعادلتين : س + ٢ ص = ٣ ، ٢س + ٤ ص = ٦ في **ح × ح** ....

(أ) حل وحيد (ب) حلان (جـ) عدد لا نهائي من الحلول (د) صفر

٦) نقطة تقاطع المستقيمين : س + ٣ = ٠ ، ص = ٥ **هي** ....

(أ) (٣ ، ٥) (ب) (–٣ ، ٥) (جـ) (–٣ ، –٥) (د) (٣ ، –٥)

٧) إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يمر بالنقاط (–١ ، ٠) ، (٠ ، –٤) ، (٤ ، ٠) **فإن مجموعة حل المعادلة** : د (س) = صفر في **ح هي** ....

(أ) {صفر ، –١} (ب) {صفر ، –٤} (جـ) {٤ ، –١} (د) {٤ ، –٤}

٨) إذا كانت س = ٣ أحد حلول المعادلة : س^2 – م س – ٦ = صفر فإن : م = ...

(أ) –١ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٩) مجموعة أصفار الدالة د: د(س) = ٣ س **هي** ....

(أ) {صفر} (ب) ح (جـ) {٠ ، –٣} (د) {٣}

١٠) مجموعة حل المعادلتين : س = ١ ، س^2 – ص^2 = ١٠ في **ح × ح هي** ....

(أ) {(١ ، ٣)} (ب) {(١ ، –٣)} (جـ) {(١ ، ٣)، (١ ، –٣)} (د) Ø

ثانياً – أجب عن الأسئلة الآتية:

١) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا:

٢ص + ٣س = ٧ ، س – ص = ٤

٢) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين بيانيًا:

٢س + ص = ٠ ، س + ٢ص = ٣

٣) مستطيل طوله يزيد على عرضه بمقدار ٣ سم ، فإذا كان محيط المستطيل ١٤ سم . أوجد مساحة المستطيل.

٤) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام :

٢ س^2 – ٥ س + ١ = صفر (مقربًا الناتج لرقمين عشريين)

٥) مثل بيانيًا منحنى الدالة د(س) = س^2 –١ متخذاً س ∋ [–٣ ، ٣] ومن الرسم أوجد:

مجموعة حل المعادلة د (س) = صفر

٦) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :

س − ص = ٣ ، س^2 + ص^2 = ٢٩

٧) عددان حقيقيان مجموعهما ١٠ والفرق بين مربعيهما ٤٠ أوجد العددين .

٨) أوجد مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام :

س (س − ١) = ٤ (مقربًا الناتج لرقمين عشريين) .

٩) عدد مكون من رقمين رقم آحاده ضعف رقم عشراته ، فإذا كان حاصل ضرب الرقمين يساوى نصف العدد الأصلي ، فما هو العدد ؟

١٠) إذا كانت : {−٢ ، ٢} هي مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = س^2 + ك .

أوجد قيمة ك (مع توضيح خطوات الحل) .

١١) أثبت أن العدد ٥ هو أحد أصفار الدالة د : د(س) = س^3 − ٢ س^2 − ٧٥

١٢) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين :

ص − س = ٣ ، س^2 + ص^2 − س ص = ١٣

١٣) مثلث قائم الزاوية طول وتره ١٠ سم ، محيطه يساوى ٢٤ سم . أوجد طولى ضلعي القائمة.

١٤) أوجد قيمتي أ ، ب علماً بأن : (١ ، ٢) حل للمعادلتين :

أ س + ب ص + ٥ = ٠ ، أ^2 س + ب ص − ١ = ٠

ثانيًا – الهندسة :

أولًا : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) م دائرة طول نصف قطرها = ٥سم ، أ ∈ ل حيث $\overline{\text{م أ}}$ ⊥ المستقيم ل فإذا كان م أ = ٧سم فإن ل يكون .... للدائرة

(أ) قاطعًا (ب) مماسًا (جـ) محور تماثل (د) خارجًا

٢) إذا كانت م دائرة طول قطرها ٧سم ، ب نقطة في مستواها حيث م ب = ٤ سم فإن النقطة ب تقع ....

(أ) داخل الدائرة (ب) على الدائرة (جـ) خارج الدائرة (د) على مركز الدائرة

٣) دائرة طول قطرها ١٠ سم ، المستقيم ل يبعد عن مركزها ٥سم فإنه يكون .... للدائرة

(أ) قاطعًا (ب) مماسًا (جـ) محور تماثل (د) خارجاً

٤) م دائرة طول قطرها ٨ سم فإذا كان المستقيم ل خارج الدائرة فإن بعد مركز الدائرة عن المستقيم ل ∈ ....

(أ)] ٤ ، ∞ [(ب) { ٠ ، ٤ } (جـ) { ٠ ، ٤ } (د) { ٠ ، ٨ }

٥) المماسان المرسومان من نهايتي قطر في الدائرة ....

(أ) متساويان في الطول (ب) متعامدان (جـ) متوازيان (د) متقاطعان

٦) دائرتان م ، ن طولا نصفى قطريهما ٨سم ،٥سم فإذا كان م ن = ٥اسم فإن الدائرتين تكونان ....

(أ) متقاطعتان (ب) متباعدتان (جـ) متداخلتان (د) متماستان من الخارج

٧) م ، ن دائرتان متقاطعتان وطولا نصفى قطريهما ٥ سم ، ٢ سم فإن م ن ∋ ....

(أ)] ٣ ، ٧ [(ب) [٣ ، ٧] (جـ) [٣ ، ٧ [(د)] ٣ ، ١٠ [

٨) محور التماثل للوتر المشترك $\overline{\text{أ ب}}$ لدائرتين متقاطعتين م ، ن هو ....

(أ) $\overleftrightarrow{\text{م أ}}$ (ب) $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ (جـ) $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ (د) $\overleftrightarrow{\text{ن أ}}$

٩) عدد الدوائر التي تمر بثلاث نقاط على استقامة واحدة يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) ٤

١٠) قياس القوس الذي يمثل ربع قياس الدائرة = ...

(أ) ٤٥° (ب) ٩٠° (جـ) ١٨٠° (د) ٣٦٠°

١١) أصغر دائرة يمكن رسمها تمر بالنقطتين أ ، ب حيث أ ب = ٨سم يكون طول نصف قطرها .... سم

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١٢) الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون ....

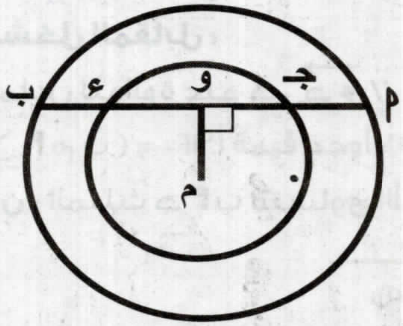
(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

١٣) إذا كان قياس زاوية محيطية ٣٠° فإن قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٩٠° (جـ) ١٥° (د) ٦٠°

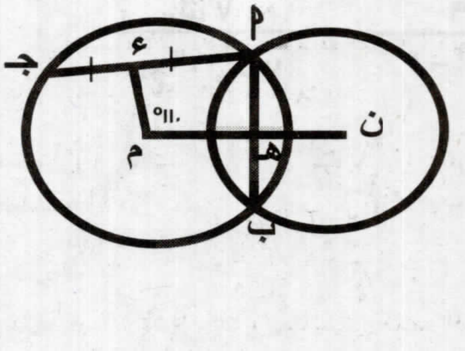
ثانياً – أجب عن الأسئلة الآتية:

١) في الشكل المقابل :



دائرتان متحدتا المركز م ، $\overline{\text{أ ب}}$ وتر في الدائرة الكبرى يقطع الدائرة الصغرى في جـ ، ء ، م و ⊥ $\overline{\text{جـ ء}}$ **أثبت أن** أ جـ = ب ء

٢) في الشكل المقابل :



م ، ن دائرتان متقاطعتان في أ ، ب ،
ق (∠ ن م ء) = ١١٠°
$\overline{\text{أ ب}}$ ∩ $\overline{\text{ن م}}$ = { هـ } ، $\overline{\text{أ جـ}}$ وتر في الدائرة م
ء منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ **أوجد** ق (∠ ب أ جـ)

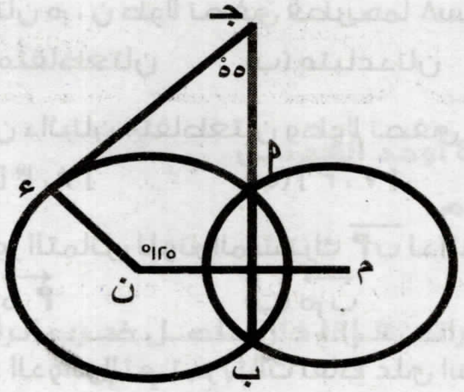
٣) في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في ٢ ، ب ، جـ ∈ $\overleftrightarrow{ب٢}$ ،

ء ∈ للدائرة ن

ق(∠ جـ) = ٥٥° ، ق (∠ م ن ء) = ١٢٥°

أثبت أن : $\overleftrightarrow{جـء}$ مماس للدائرة ن عند ء .

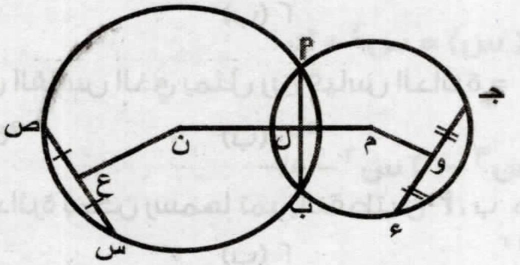


٤) في الشكل المقابل :

م ، ن دائرتان متقاطعتان في ٢ ، ب ، و منتصف

جـ ء ، ع منتصف س ص ، م و = م ل ، ن ل = ن ع

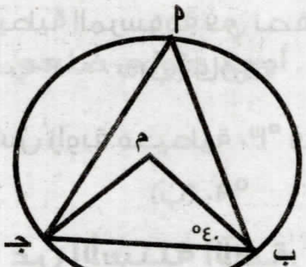
أثبت أن : جـ ء = س ص



٥) في الشكل المقابل :

م دائرة ، ق (∠ م ب جـ) = ٤٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب ٢ جـ)

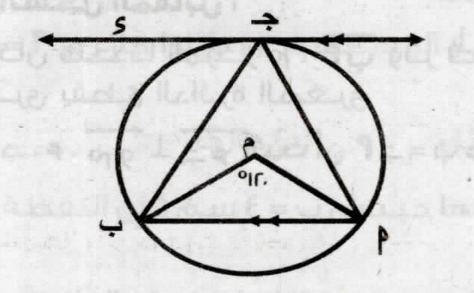


٦) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{جـء}$ مماس للدائرة عند جـ ، $\overleftrightarrow{جـء}$ // $\overline{٢ب}$

ق (∠ ٢ م ب) = ١٢٠°

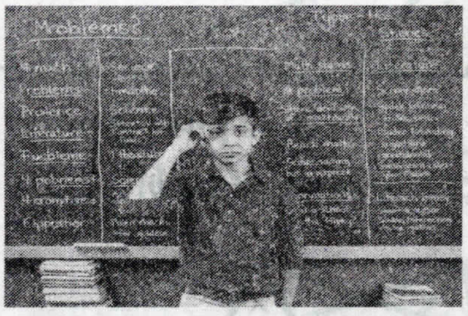
أثبت أن : المثلث جـ ٢ ب متساوى الأضلاع .



الوحدة الثانية	الأسبوع الثامن (جـــبر)	الدرس الأول الدالة الكسرية الجبرية	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (صنف):



– صنف باستخدام هذه العبارات (دالة كثيرة حدود – دالة كسرية جبرية) **بوضعها أمام الدوال الآتية :**

$د(س) = س^2 - ٥س + ٦$ ....

$د(س) = \frac{س^2 + ٥}{س - ٣}$ ....

$د(س) = \frac{س^2 + ٥س + ٦}{س + ٢}$ ....

$د(س) = س^2 + ٤$ ....

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة الآتية:

١) عين مجال الدالة ن : $ن(س) = \frac{س^2 + ٩}{س^2 - ١٦}$ ، ثم أوجد ن (١) ، ن (٤) إن أمكن.

٢) مجموعة أصفار الدالة د : $د(س) = \frac{س + ٢}{س^2 - ١}$

٣) إذا كان مجال الدالة ن : $ن(س) = \frac{س - ١}{س^2 - أس + ٩}$ هو ح – {٣}، أوجد قيمة أ.

٤) أوجد المجال المشترك للكسرين $\frac{٢}{س^2 - ١}$ ، $\frac{٥س}{س^2 - س}$

٥) أوجد المجال المشترك للكسور $\frac{س + ٣}{٢}$ ، $\frac{٣}{س^2 - ٩}$ ، $\frac{٧س}{س^2 - ٣س}$

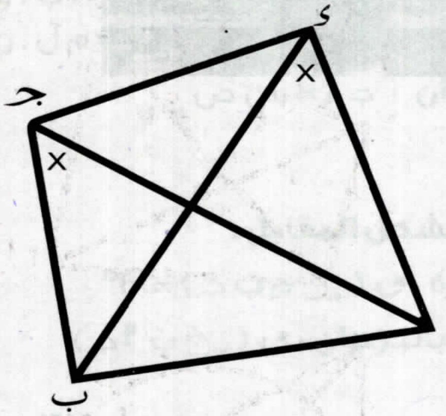
الوحدة الخامسة	الأسبوع الثامن (هندســــة)	الدرس الثاني الشكل الرباعي الدائري	التاريخ: / /

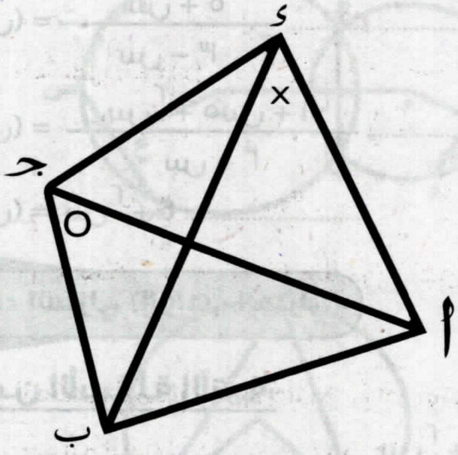
الأداء الصفي:

نشاط ١ (فكر مع الأشكال):

– باستخدام الأدوات الهندسية هل يمكن لك رسم دائرة تمر برؤوس كل شكل رباعي فيما يلي ؟

ادرس الأشكال الآتية واكتب ملاحظاتك.





حاول مع زميلك لإيجاد تعريف للشكل الرباعي الدائري.

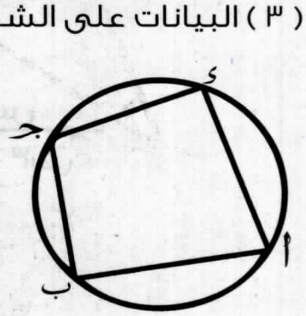
نشاط ٢ (رباعي دائري أم لا ؟):

– بالتعاون مع مجموعتك : اكتب تحت كل شكل من الأشكال الآتية إحدى الجمل:

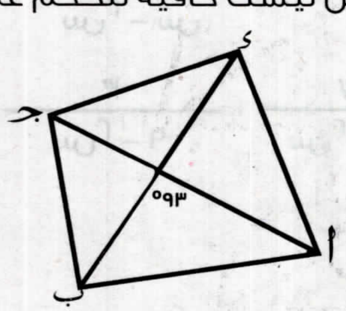
(١) بالتأكيد الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري

(٢) بالتأكيد الشكل أ ب جـ ء ليس رباعيًا دائرياً

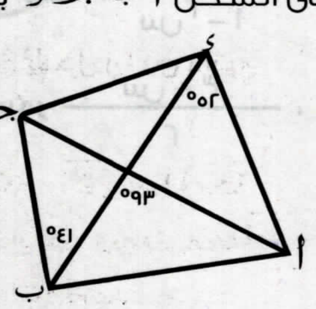
(٣) البيانات على الشكل ليست كافية للحكم على الشكل أ ب جـ ء بأنه رباعي دائري أم لا



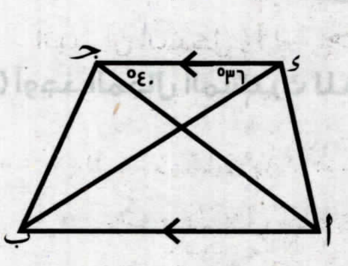
شكل (١)



شكل (٢)



شكل (٣)



شكل (٤)

فسر إجابتك

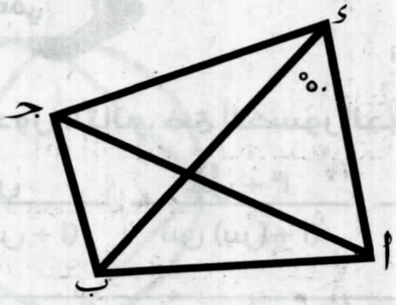
الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

(١) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ى شكل رباعي دائري

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ جـ ب)

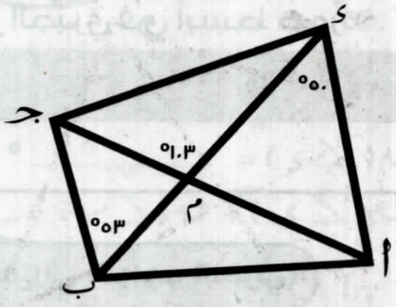


(٢) في الشكل المقابل : ق (∠ أ ى ب) = ٥٠°،

ق (∠ ى م جـ) = ١٠٣°،

ق (∠ ى ب جـ) = ٥٣°،

أثبت أن: الشكل أ ب جـ ى شكل رباعي دائري

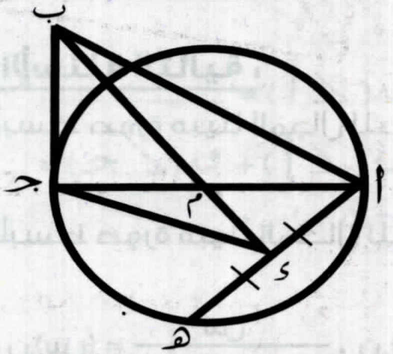


(٣) في الشكل المقابل : م دائرة ، أهـ وتراً فيها ،

جـب مماسة للدائرة م عند جـ،

أ ب جـ ى شكل رباعي دائري

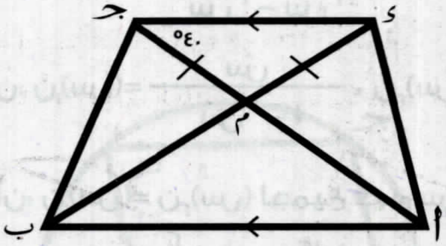
أثبت أن : ى منتصف أهـ



(٤) في الشكل المقابل : أب // جـى ،

ق (∠ ى جـ أ) = ٤٠°، م ى = م جـ

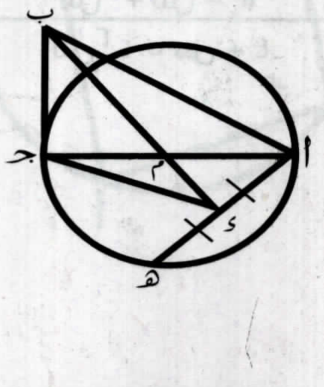
أثبت أن الشكل : أ ب جـ ى شكل رباعي دائري



(٥) في الشكل المقابل : م دائرة ، أهـ وتراً فيها ،

أ ب جـ ى شكل رباعي دائري ، ى منتصف أهـ

أثبت أن : جـب مماسة للدائرة م عند جـ



الوحدة الثانية	الأسبوع التاسع (جـــبر)	الدرس الثالث تساوي كسرين جبريين	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (أبسط صورة):

– في الجدول التالي ضع الكسور الجبرية في مكانها الصحيح :

$$\frac{\text{س}}{\text{س}(\text{س}+١)} \quad،\quad \frac{\text{س}+٣}{\text{س}(\text{س}+١)} \quad،\quad \frac{\text{س}+٣}{(\text{س}^{٢}-٩)} \quad،\quad \frac{٧\text{س}}{\text{س}^{٢}-٣\text{س}}$$

الكسر الجبري في أبسط صورة	الكسر الجبري ليس في أبسط صورة

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

١) اختصر لأبسط صورة مبينًا المجال للدالة ن : $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}-٤}{\text{س}^{٢}-٥\text{س}+٦}$

٢) اختصر لأبسط صورة مبيناً المجال للدالة ن: $\text{ن}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣}+١}{\text{س}^{٣}-\text{س}^{٢}+\text{س}}$

٣) إذا كان: $\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}}{\text{س}^{٣}-\text{س}^{٢}}$ ، $\text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٣}+\text{س}^{٢}+\text{س}}{\text{س}^{٤}-\text{س}}$، أثبت أن: $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$

٤) إذا كان: $\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{\text{س}}{\text{س}^{٢}-١}$ ، $\text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{٥\text{س}}{٥\text{س}^{٢}-٥}$ ، أثبت أن: $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$

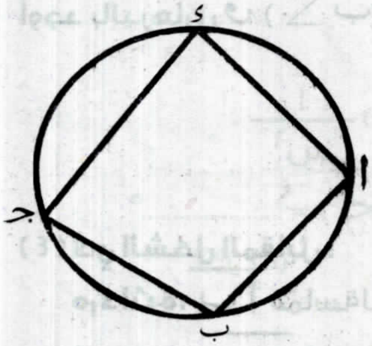
٥) أثبت أن: $\text{ن}_{١}(\text{س}) = \text{ن}_{٢}(\text{س})$ لجميع قيم س التي تنتمي إلى المجال المشترك وأوجد هذا المجال

$$\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}+\text{س}-١٢}{\text{س}^{٢}+٥\text{س}+٤} \quad،\quad \text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢}-٢\text{س}-٣}{\text{س}^{٢}+٢\text{س}+١}$$

الوحدة الخامسة	الأسبوع التاسع (هندســـة)	الدرس الرابع خواص الشكل الرباعي الدائري	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (ركز وجاوب):



في الشكل المقابل :

من المؤكد أن الشكل أ ب جـ ء شكل رباعي دائري

لأن : .... أكمل بنفسك

- بالتعاون مع زملائك في مجموعتك : أجب

إذا كان : ق (أ ب جـ) = ١٦٠°

فإن : (١) ق (أ ء جـ) = ... ° (٢) ق (∠ ء) = ... °

(٣) ق (∠ ب) = ... ° (٤) ق (∠ ء) + ق (∠ ب) = ... °

أجب بمفردك :

إذا كان : ق (ب أ ء) = ١٧٠°

فإن : (١) ق (ب جـ ء) = ... ° (٢) ق (∠ أ) = ... °

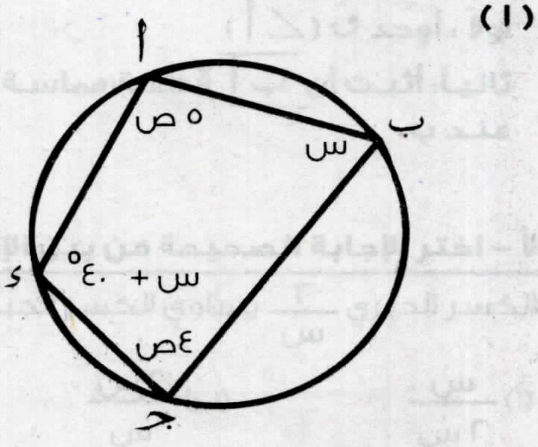
(٣) ق (∠ جـ) = ... ° (٤) ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) = ... °

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

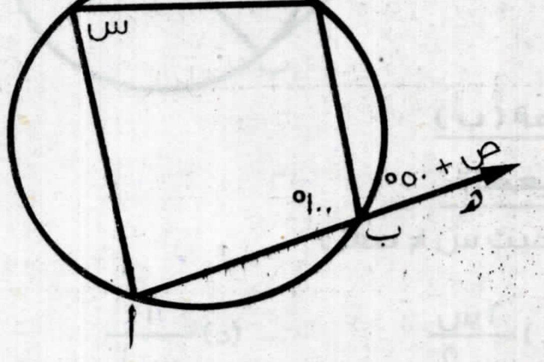
أجب عن الأسئلة التالية :

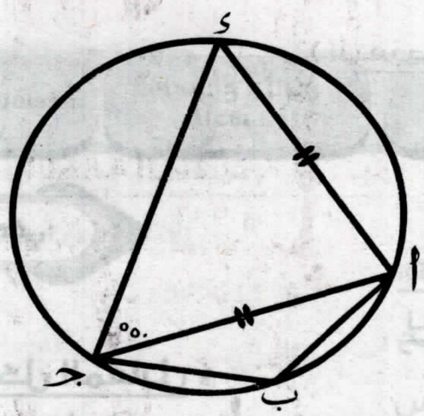
أوجد قيمة س ، ص فيما يلي :

(١)



(٢)



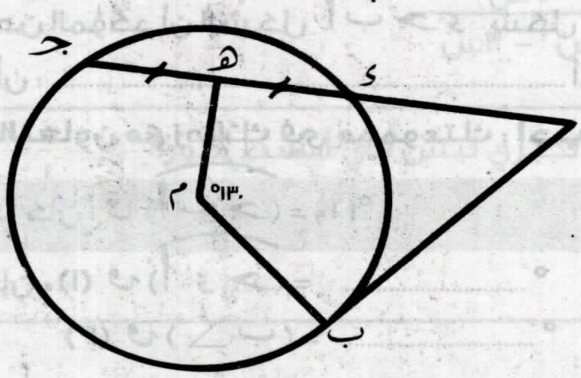


(٣) في الشكل المقابل : النقط أ ، ب ، جـ ، ء

تقع على دائرة واحدة ، ق (∠ ء جـ أ) = °٥٠ ،

أ ء = أ جـ

أوجد بالبرهان : ق (∠ ب)

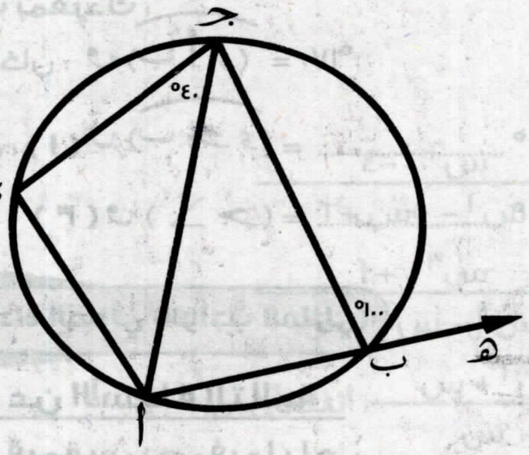


(٤) في الشكل المقابل :

م دائرة، ب أ مماسة لها عند ب ، جـ ء وترفيها،

هـ منتصف جـ ء ، ق (∠ هـ م ب) = °١٣٠

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ)



(٥) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ،

هـ ∈ أ ب ، ق (∠ هـ ب جـ) = °١٠٠

ق (∠ ء جـ أ) = °٤٠

أثبت أن : المثلث أ جـ ء متساوي الساقين

(التقييم الأسبوعي) الأسبوع التاسع

المجموعة (أ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) الكسر الجبري $\frac{١}{س}$ يساوي الكسر الجبري .... (حيث س ≠ صفر)

(أ) $\frac{س}{٢ س}$ (ب) $\frac{س}{س^٢}$ (جـ) $\frac{س}{س^٣}$ (د) $\frac{١}{س^٢}$

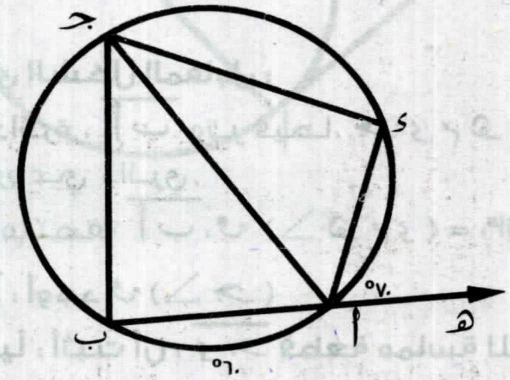
٢) إذا كان أ ب جـ ء شكل رباعي دائري ، ق (∠ أ) = ٧٠° فإن : ق (∠ جـ) = ...°

(أ) ٣٥   (ب) ٧٠   (جـ) ١١٠   (د) ٢٩٠

ثانيًا – أجب عما يأتي :

١) بين ما إذا كان $ن_١ = ن_٢$ أم لا: $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + س - ٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ - س - ٦}{س^٢ - ٩}$

٢) في الشكل المقابل :

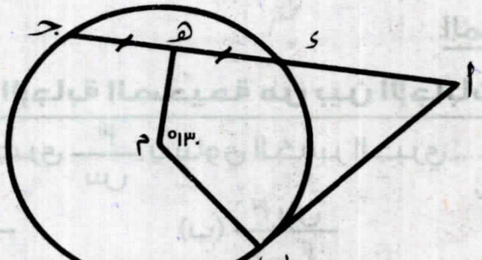


أ ب جـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ، هـ ∈ $\overrightarrow{بأ}$ ، ق (∠ ء أ هـ) = ٧٠°،

ق ($\overset{\frown}{أ ب}$) = ٦٠°،

أوجد بالبرهان : ق (∠ ء جـ أ)

٣) في الشكل المقابل :



م دائرة ، جـ ء وترفيها ، أ ب م هـ شكل رباعي دائري

هـ منتصف جـ ء ، ق (∠ هـ م ب) = ١٣٠°

أولاً : أوجد ق (∠ أ)

ثانياً: أثبت أن ب أ **قطعة مماسة للدائرة عند ب**

المجموعة (ب)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) الكسر الجبري $\frac{٢}{س}$ يساوي الكسر الجبري .... (حيث س ≠ صفر)

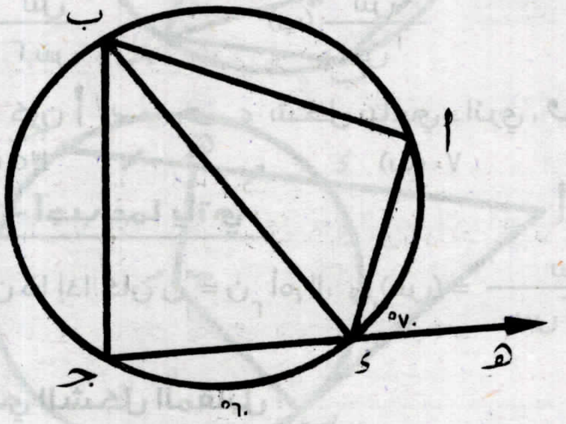
(أ) $\frac{س}{٢ س}$ (ب) $\frac{٢ س}{س}$ (جـ) $\frac{٢ س}{س^٢}$ (د) $\frac{١}{س^٢}$

٢) إذا كان أ ب جـ ء شكل رباعي دائري ، ق (∠ أ) = ١٠٠° فإن : ق (∠ ب جـ ء) = ... °

(أ) ٥٠ (ب) ٨٠ (جـ) ٢٠٠ (د) ٢٦٠

ثانيًا – أجب عما يأتي :

١) بين ما إذا كان $ن_١ = ن_٢$ أم لا: $ن_١(س) = \frac{س - ١}{س}$ ، $ن_٢(س) = \frac{(س - ١)(س^٢ + ١)}{س(س^٢ + ١)}$



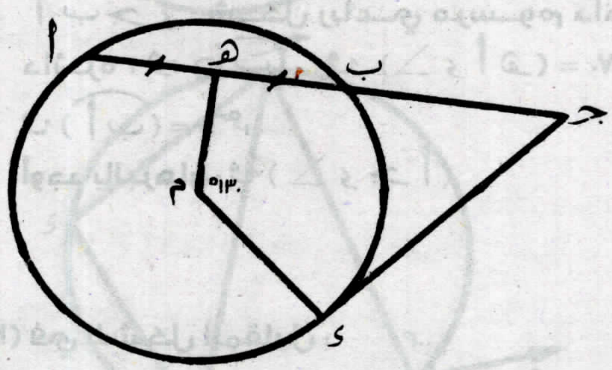
٢) **في الشكل المقابل :**

أ ب جـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ،

هـ ∈ جـ ء ، ق (∠ أ ء هـ) = ٧٠° ،

ق (جـ ء⌒) = ٦٠° ،

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ ب ء)



٣) **في الشكل المقابل :**

م دائرة ، أ ب وتر فيها ، جـ ء م هـ شكل رباعي دائري

هـ منتصف أ ب ، ق (∠ هـ م ء) = ١٣٠°

أولاً : أوجد ق (∠ جـ)

ثانياً : أثبت أن : ء جـ قطعة مماسة للدائرة عند ء

المجموعة (ج)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) الكسر الجبرى $\frac{٣}{س}$ يساوي الكسر الجبري .... (حيث س ≠ صفر)

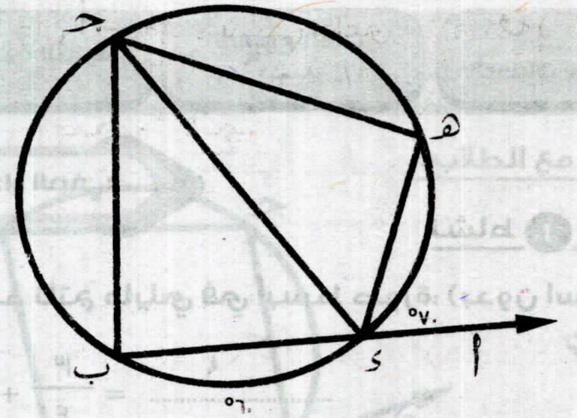
(أ) $\frac{س}{٣ س}$ (ب) $\frac{٣ س}{س^٢}$ (جـ) $\frac{٣س^٣}{س^٣}$ (د) $\frac{٣}{س^٢}$

٢) إذا كان أ ب جـ ء شكل رباعي دائري ، ق (∠ ب) = ١١٠° فإن : ق (∠ ء) = ... °

(أ) ٢٢٠ (ب) ٧٠ (جـ) ٩٠ (د) ٢٥٠

ثانيًا – أجب عما يأتي :

١) بين ما إذا كان $ن_١ = ن_٢$ أم لا: $ن_١(س) = \frac{س^٢ - ٤}{س^٢ + س - ٦}$ ، $ن_٢(س) = \frac{س^٢ - س - ٦}{س^٢ - ٩}$



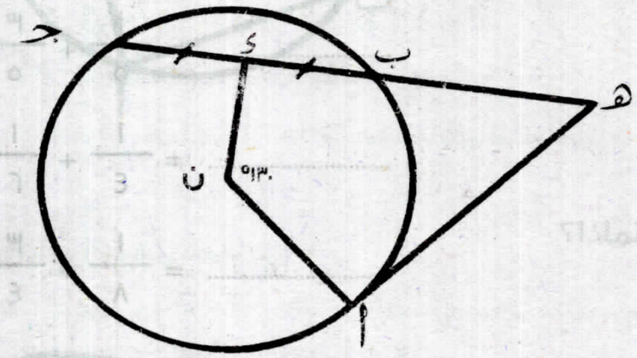
٢) في الشكل المقابل :

ء ب جـ هـ شكل رباعي مرسوم داخل دائرة ،

أ ∈ $\overleftarrow{\text{ب ء}}$ ، ق(∠ أ ء هـ) = ٧٠° ،

ق($\overset{\frown}{\text{ء ب}}$) = ٦٠°،

أوجد بالبرهان: ق(∠ ء جـ هـ)



٣) في الشكل المقابل :

ن دائرة ، جـ ب وتر فيها ، ن ء هـ أ شكل رباعي دائري

ء منتصف جـ ب، ق(∠ ء ن م) = ١٣٠°

أولاً : أوجد ق(∠ هـ)

ثانياً : أثبت أن : أ هـ قطعة مماسة للدائرة عند أ

الوحدة الثانية	الأسبوع العاشر (جـــبر)	الدرس الرابع العمليات على الكسور الجبرية (الجمع - الطرح)	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ① (فاكر ولا نسيت):

– أوجد ناتج مايلي في أبسط صورة: (بدون استخدام الآلة الحاسبة)

$\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} =$ ....

$\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٥} =$ ....

$\frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} =$ ....

$\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٨} =$ ....

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية: أوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً المجال :

١) **ن (س) =** $\frac{\text{س}^٢ - ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^٣ - ٨} + \frac{\text{س}^٢ - ٩}{\text{س}^٢ + \text{س} - ٦}$

٢) **ن (س) =** $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س}^٢ - ٧\text{س} + ١٢} - \frac{\text{س} - ٣}{٣ - \text{س}}$

٣) **ن (س) =** $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س}} + \frac{٣ + \text{س}}{\text{س}}$

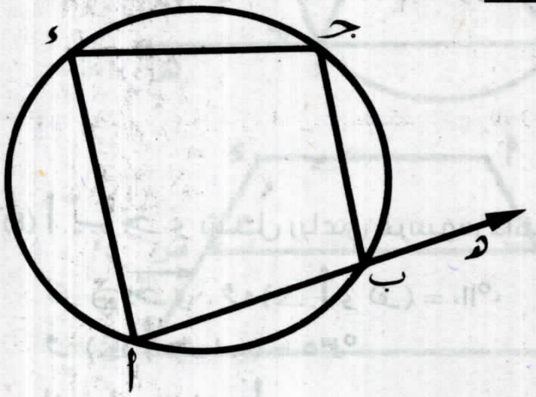
٤) **ن (س) =** $\frac{\text{س}}{\text{س}^٢ + ٢\text{س}} + \frac{\text{س} + ٢}{٤ - \text{س}^٢}$

٥) **ن (س) =** $\frac{٣\text{س} - ١}{٢\text{س}} - \frac{٣ - \text{س}}{٢\text{س}}$

الوحدة الخامسة	الأسبوع العاشر (هندســـة)	الدرس الرابع تابع خواص الشكل الرباعي الدائري	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (مناقشة مع الطلاب):



في الشكل المقابل :

(١) من المؤكد أن الشكل أ ب جـ ء شكل رباعي دائري

لأن : ....

(٢) ق (∠ أ ب جـ) + ق (∠ أ ء جـ) = ١٨٠° لماذا؟

(٣) إذا كانت : هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ،

فإن: ق (∠ أ ب جـ) + ق (∠ جـ ب هـ) = ١٨٠° لماذا؟

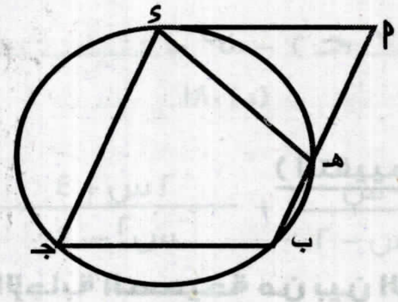
أى أن: ق (∠ ....) = ق (∠ ء)

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

(١) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازي أضلاع

أثبت أن : أ ء = هـ ء



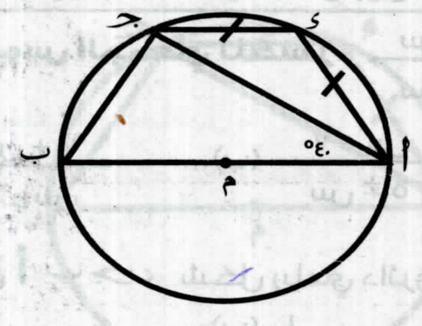
(٢) في الشكل المقابل :

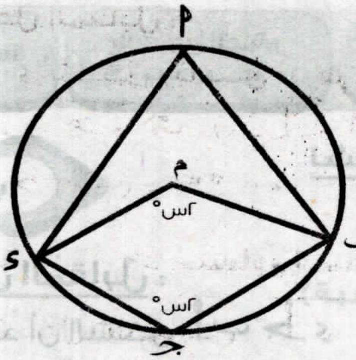
أ ب جـ ء رباعي مرسوم داخل دائرة م ،

$\overline{\text{أ ب}}$ قطر فيها أ ء = ء جـ،

ق (∠ جـ أ ب) = ٤٠°

أوجد : ق (∠ ء) ، ق (∠ ب جـ ء)



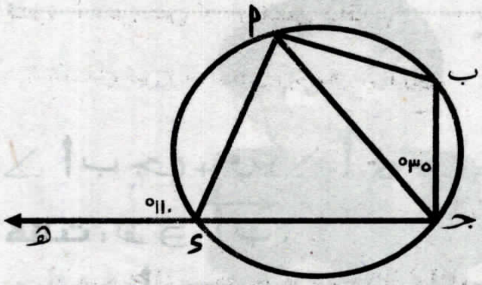


(٣) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء شكل رباعي مرسوم داخل الدائرة م

ق (∠ جـ) = ق (∠ ب م ء) = ٢ س°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ) **بالدرجات.**

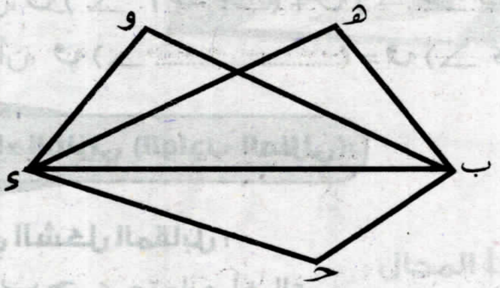


(٤) أ ب جـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة،

هـ ∈ $\overleftarrow{\text{جـ ء}}$ ، ق (∠ أ ء هـ) = ١١٠°،

ق (∠ أ جـ ب) = ٣٥°

أثبت أن : المثلث أ ب جـ **متساوى الساقين.**



(٥) في الشكل المقابل:

الشكل هـ ب جـ ء رباعي دائرى،

الشكل و ب جـ ء رباعى دائرى

أثبت أن : الشكل هـ ب ء و رباعي دائرى.

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع العاشر

المجموعة (أ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) **المعكوس الجمعي للكسر** $\frac{س + ٧}{س - ٥}$ هو ....

(أ) $\frac{س + ٧}{٥ - س}$ (ب) $\frac{٧ - س}{س - ٥}$ (جـ) $\frac{٧ - س}{٥ - س}$ (د) $\frac{٧ - س}{٥ + س}$

٢) إذا كان أ ب جـ ء شكل رباعي دائري ، فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) – ٨٠° = ...°

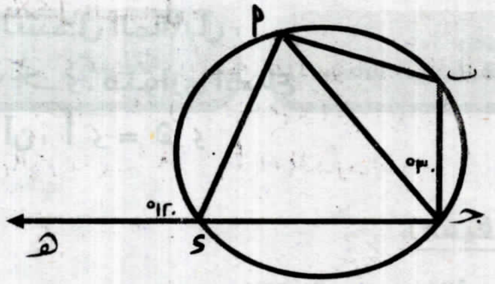
(أ) ٦٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ٨٠ (د) ١٨٠

ثانيًا – أجب عما يأتي :

١) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبيناً المجال: ن (س) = $\frac{س^٢ - ٨ س + ١٢}{س^٢ - ٤ س + ٤} + \frac{س^٢ - ٤ س - ٥}{س^٢ - ٧ س + ١٠}$

٢) في الشكل المقابل :

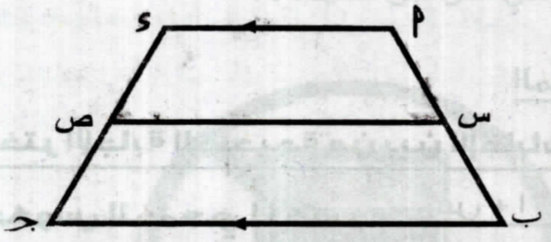
أ ب جـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة، هـ ∈ جـ ء، ق (∠ أ ء هـ) = ١٢٠°، ق(∠ أ جـ ب) = ٣٠°



أثبت أن : المثلث أ ب جـ متساوي الساقين

٣) في الشكل المقابل: أ ء // ب جـ،

الشكل أ س ص ء رباعي دائري



أثبت أن : الشكل س ب جـ ص رباعي دائري .

المجموعة (ب)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) المعكوس الجمعي للكسر $\frac{س + ١}{س - ٣}$ هو ....

(أ) $\frac{س + ١}{٣ - س}$ (ب) $\frac{١ - س}{س - ٣}$ (جـ) $\frac{١ - س}{٣ - س}$ (د) $\frac{١ - س}{س + ٣}$

٢) إذا كان أ ب جـ ء شكل رباعي دائري ، فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) – ٥٠° = ...°

(أ) ٦٠ (ب) ١٣٠ (جـ) ٥٠ (د) ١٨٠

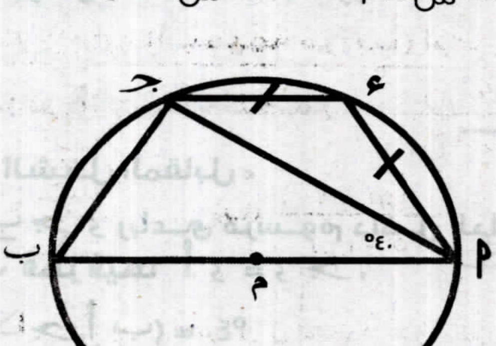
ثانيًا – أجب عما يأتي :

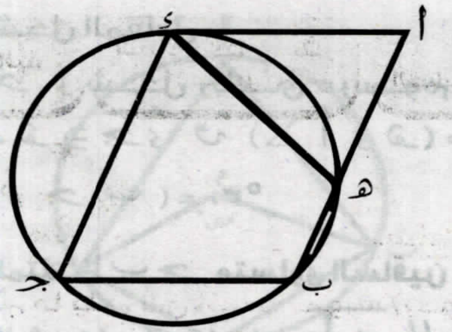
١) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا المجال: ن(س) = $\frac{س^٢ + س}{س^٢ - س - ٢} + \frac{٢ س + ٤}{س^٢ - ٤}$

٢) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء رباعي مرسوم داخل الدائرة م، أ ب قطر فيها أ ء = ء جـ، ق(∠ جـ أ ب) = ٤٠°

أوجد : ق (∠ ء)، ق (⌒أ ء)





٣) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء ، متوازي أضلاع

أثبت أن : أ ء = هـ ء

المجموعة (ج)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) المعكوس الجمعي للكسر $\frac{\text{س} + ١}{\text{س} - ٥}$ هو ....

(أ) $\frac{\text{س} + ١}{\text{س} - ٥}$ (ب) $\frac{١ - \text{س}}{\text{س} - ٥}$ (جـ) $\frac{١ - \text{س}}{٥ - \text{س}}$ (د) $\frac{١ - \text{س}}{\text{س} + ٥}$

٢) إذا كان أ ب جـ ء شكل رباعي دائري ، فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) – ٧٠° = ...°

(أ) ٧٠ (ب) ١١٠ (جـ) ٥٠ (د) ١٨٠

ثانيًا : أجب عما يأتي :

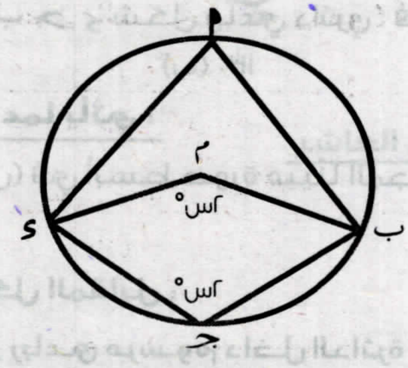
١) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينا المجال: ن(س) = $\frac{\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^٣ - ٨} + \frac{\text{س}^٢ - ٩}{\text{س}^٢ + \text{س} - ٦}$

٢) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء شكل رباعى مرسوم داخل الدائرة

م، ق (∠ جـ) = ق (∠ ب م ء) = ٢س°

أوجد بالبرهان: ق (∠ أ) ، بالدرجات.



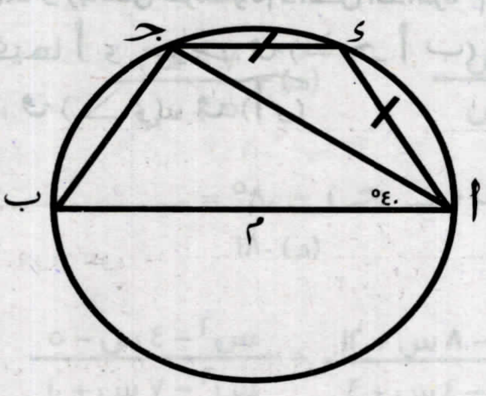
٣) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء رباعى مرسوم داخل الدائرة م،

أ ب قطر فيها أ ء = ء جـ ،

ق (∠ جـ أ ب) = ٤٠°

أوجد ق (∠ ء) ، ق (∠ ب جـ ء).



الوحدة الثانية	الأسبوع الحادي عشر (جـــبر)	الدرس الخامس العمليات على الكسور الجبرية (الضرب - القسمة)	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (تحدى الدقيقة):

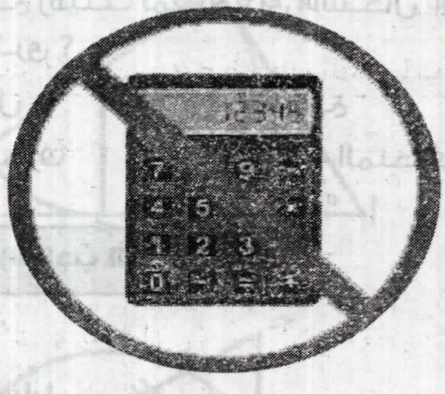
– أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة: (بدون آلة حاسبة في أقل من دقيقة) :

$\frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٤} =$ ....

$\frac{٣}{٥} \div \frac{١}{٥} =$ ....

$\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٤} =$ ....

$\frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٨} =$ ....



الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

– أجب عن الأسئلة التالية: أوجد ن(س) في أبسط صورة مبيناً المجال :

١) ن (س) = $\frac{\text{س}^{٣} - ١}{\text{س}^{٢} - \text{س}} \times \frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} + \text{س} + ١}$

٢) ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ١٢\text{س} + ٣٦}{\text{س}^{٢} - ٦\text{س}} \times \frac{٤\text{س} + ٢٤}{\text{س}^{٢} - ٣٦}$

٣) ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ١٥}{\text{س}^{٢} - ٩} \div \frac{٢\text{س} - ١٠}{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٩}$

٤) ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٩}{٢\text{س}^{٢} + ٣\text{س}} \div \frac{٣\text{س}^{٢} + ٦\text{س} - ٤٥}{٤\text{س}^{٢} + ٩}$

٥) إذا كان ن (س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٢\text{س}}{(\text{س} - ٢)(\text{س}^{٢} + ٢)}$

أولاً: أوجد $\text{ن}^{-١}$ (س) وعين مجال $\text{ن}^{-١}$

ثانياً: إذا كان $\text{ن}^{-١}$ (س) = ٣، فما قيمة س

الوحدة الخامسة	الأسبوع الحادي عشر (هندســة)	الدرس الرابع تابع خواص الشكل الرباعي الدائري	التاريخ: / /

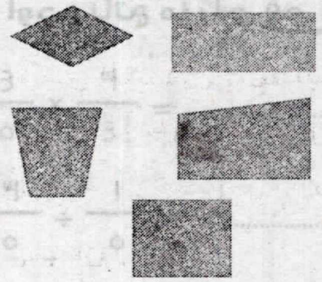
الأداء الصفي:

نشاط ١ (عائلة الرباعي الدائرى):

في الشكل المقابل :

(١) أذكر خواص الشكل الرباعى الدائرى.

ثم تعاون مع زميلك لمعرفة أى الأشكال الرباعية الآتية تكون رباعى دائرى ؟



١) المستطيل ٢) المربع ٣) المعين

٤) شبه المنحرف ٥) شبه المنحرف المتساوي الساقين

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

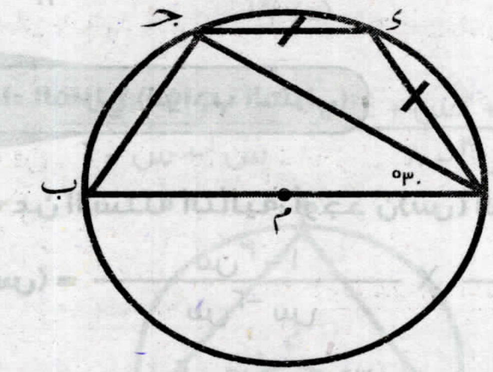
١) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء رباعى مرسوم داخل الدائرة م،

أ ب قطر فيها

أ ء = ء جـ ، ق (∠ جـ أ ب) = ٣٠°

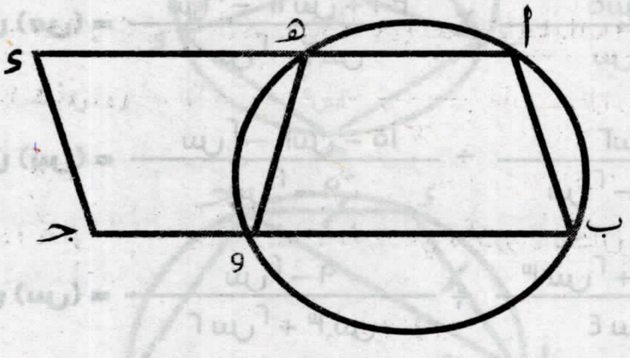
أوجد ق (∠ء) ، ق (∠ ب جـ ء)



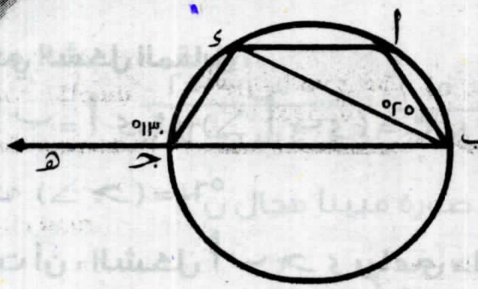
٢) في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء متوازى أضلاع ،

أثبت أن : الشكل جـ ء هـ و رباعى دائرى.



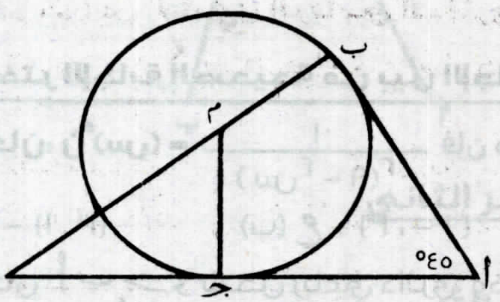
٣) **في الشكل المقابل :**



أ ب جـ ء شكل رباعي مرسوم داخل دائرة، هـ ∈ $\overrightarrow{\text{ب جـ}}$ ، ق(∠ ء جـ هـ) = ١٣٠°،
ق(∠ أ ب ء) = ٢٥°

أثبت أن : ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{أ ء}}$)

٤) **في الشكل المقابل :**



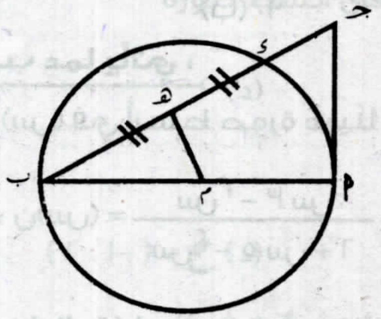
$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ تمسان الدائرة م عند ب ، جـ على الترتيب، ق(∠ أ) = ٤٥°

أثبت أن :

(١) الشكل أ ب م جـ رباعي دائري .

(٢) المثلث م جـ ء متساوي الساقين .

٥) **في الشكل المقابل :**



$\overline{\text{أ ب}}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{\text{أ جـ}}$ مماس للدائرة عند أ، هـ منتصف $\overline{\text{ب ء}}$

أثبت أن : ق(∠ جـ) = ق(∠ هـ م ب)

(التقييم الأسبوعي) الأسبوع الحادي عشر

المجموعة (أ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) **إذا كان: ن (س) =** $\frac{١}{(\text{س}^{٢} - ٤)^{٢}}$ **فإن مجال ن$^{-١}$ هو** ....

(أ) ح − {١ ، ٤} (ب) ح − {٢ ، −٢} (جـ) ح − {١} (د) ح

٢) **إذا كان أ ب جـ ء شكل رباعي دائري ، وكان ق(∠ أ) = ق(∠ جـ) فإن :**
ق(∠ أ) = ...°

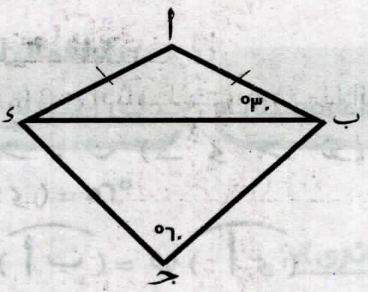
(أ) ٦٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٨٠

ثانيًا – أجب عما يأتي :

١) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبيناً المجال: ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - ١} \div \frac{٣\text{س} - ١٥}{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥}$

٢) إذا كان: ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س}^{٢} - ٣\text{س} + ٢}$ أوجد ن$^{-١}$(س) في أبسط صورة مبيناً مجال ن$^{-١}$.

٣) في الشكل المقابل :



أب = أى، ق (∠ أ ب ى) = ٣٠° ،

ق (∠ جـ) = ٦٠°

أثبت أن : الشكل أ ب جـ ى رباعى دائرى

المجموعة (ب)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان: ن (س) = $\frac{١}{(س^٢ - ٩)^٢}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح – {١ ، ٣} (ب) ح – {٣ ، –٣} (جـ) ح – {١} (د) ح

٢) إذا كان أ ب جـ ى شكل رباعي دائري، وكان ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ جـ)

فإن : ق (∠ أ) = ... °

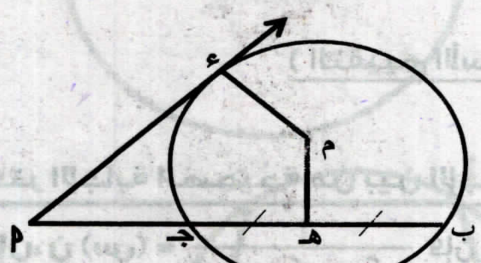
(أ) ٦٠ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٨٠

ثانيًا – أجب عما يأتي :

١) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا المجال: ن (س) = $\frac{س^٢ - ٣ س}{٢ س^٢ - س - ٦} \div \frac{٢ س^٢ - ٣ س}{٤ س^٢ - ٩}$

٢) إذا كان: ن(س) = $\frac{س^٢ - ٣ س}{س^٢ - ٥ س + ٦}$ أوجد $ن^{-١}$ (س) في أبسط صورة مبيناً مجال $ن^{-١}$.

٣) في الشكل المقابل :



أى مماس للدائرة عند ى ، هـ منتصف ب جـ

برهن أن الشكل : أ ى م هـ رباعي دائري

المجموعة (ج)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان: ن (س) = $\frac{١}{(س^٢ - ١٦)^٢}$ فإن مجال $ن^{-١}$ هو ....

(أ) ح – {١ ، ٤} (ب) ح – {٤ ، –٤} (جـ) ح – {٤} (د) ح

٢) إذا كان أ ب جـ ى شكل رباعي دائري ، وكان ق (∠ أ) = ٣ ق (∠ جـ)

فإن : ق (∠ أ) = ... °

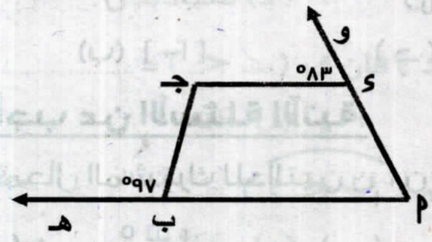
(أ) ٤٥ (ب) ٩٠ (جـ) ١٢٠ (د) ١٣٥

ثانيًا – أجب عما يأتي :

١) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا المجال: $\text{ن(س)} = \frac{\text{٣ س} - ١٥}{\text{س} + ٣} \div \frac{\text{٥ س} - ٢٥}{\text{٤ س} - ١٢}$

٢) إذا كان: $\text{ن(س)} = \frac{\text{س}^٢ + \text{٤ س} + ٣}{\text{س}^٣ + ٢٧}$ أوجد: $\text{ن}^{-١}\text{(س)}$ في أبسط صورة مبيناً مجال $\text{ن}^{-١}$.

٣) في الشكل المقابل :



$\overrightarrow{\text{أ ب}} \ni$ هـ ، ء $\in \overrightarrow{\text{أ و}}$

ق (∠ و ء جـ) = ٨٣°، ق (∠ جـ ب هـ) = ٩٧°

أثبت أن الشكل أ ب جـ ء رباعي دائري.

تدريبات نهاية الشهر الثاني

أولاً – الجبر:

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كانت س ∋ ح – {٢} فإن : $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٢} + \frac{٢}{٢ - \text{س}}$ = ... في أبسط صورة

(أ) ٢س (ب) –١ (جـ) ١ (د) ٢

٢) إذا كان ن (س) = $\frac{\text{س} - ٢}{\text{س} + ١}$ فإن : مجال $\text{ن}^{-١}$ = ...

(أ) ح – {–١} (ب) ح – {٢} (جـ) ح {١ ، –٢} (د) ح – { –١ ، ٢ }

٣) الكسر الجبري $\frac{١}{\text{س}}$ يساوي الكسر الجبري .... (حيث س ≠ صفر)

(أ) $\frac{\text{س}}{\text{٢س}}$ (ب) $\frac{\text{س}}{\text{س}^٢}$ (جـ) $\frac{\text{س}}{\text{س}^٣}$ (د) $\frac{١}{\text{س}^٢}$

٤) إذا كان المعكوس الضربي للكسر : $\frac{\text{س} - \text{ك}}{\text{س} - ٣}$ هو $\frac{\text{س} - ٣}{\text{س} + ٢}$ فإن ك = ...

(أ) ٢ (ب) –٢ (جـ) ٣ (د) –٣

٥) المعكوس الجمعي للكسر $\frac{\text{س} + ٧}{\text{س} - ٥}$ هو ....

(أ) $\frac{\text{س} + ٧}{\text{س} - ٥}$ (ب) $\frac{٧ - \text{س}}{\text{س} - ٥}$ (جـ) $\frac{٧ - \text{س}}{\text{س} - ٥}$ (د) $\frac{٧ - \text{س}}{\text{س} + ٥}$

٦) مجال الدالة ن : ن (س) = $\frac{\text{س} + ١}{\text{س} - ٤}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح – { –١} (جـ) ح – { ٤ } (د) ح – { –١ ، ٤ }

٧) إذا كان د(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س} - ٤}$ فإن : د (٤) = ...

(أ) = ٤ (ب) = ١ (جـ) = صفر (د) غير معرفة

٨) مجموعة أصفار الدالة د : د(س) = $\frac{\text{س} + ١}{\text{س}^{٢} - ١}$ هي ....

(أ) Ø (ب) {−١} (جـ) {١} (د) {−١، ١}

ثانياً – أجب عن الأسئلة الآتية:

١) أوجد المجال المشترك للدالتين $\text{ن}_{١}$ ، $\text{ن}_{٢}$ إذا كان :

$\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{٥\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٤}$ ، $\text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} - ٤}$

٢) إذا كان مجال الدالة ن حيث ن(س) = $\frac{\text{س} - ١}{\text{س}^{٢} - \text{أ}\text{س} + ٩}$ هو ح − { ٣ } فأوجد قيمة أ .

٣) أوجد ن (س) في أبسط صورة مبينًا مجالها : إذا كانت ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س}^{٢} - ٥\text{س} + ٦}$.

٤) أثبت أن : $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$

إذا كان : $\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{٣\text{س}}{٣\text{س} + ٩}$ ، $\text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} + ٣\text{س}}{\text{س}^{٢} + ٦\text{س} + ٩}$

٥) إذا كانت : $\text{ن}_{١}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - ٤}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$ ، $\text{ن}_{٢}(\text{س}) = \frac{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٦}{\text{س}^{٢} - ٩}$

بين هل $\text{ن}_{١} = \text{ن}_{٢}$ أم لا مع ذكر السبب .

٦) في كل مما يأتي : أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينًا مجالها :

١) ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} + \text{س}}{\text{س}^{٢} - ١} + \frac{٥ - \text{س}}{\text{س}^{٢} - ٦\text{س} + ٥}$

٢) ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} + ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^{٣} - ٨} + \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س}^{٢} + \text{س} - ٦}$

٣) ن(س) = $\frac{\text{س} + ١}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} - ٣} \times \frac{\text{س}^{٢} - ٩}{\text{س} + ٣}$

٤) ن(س) = $\frac{\text{س}^{٢} + ٤\text{س} + ٣}{\text{س}^{٣} - ٢٧} \div \frac{\text{س} + ٣}{\text{س}^{٢} + ٣\text{س} + ٩}$

٧) إذا كان : ن(س) = $\frac{\text{س} + ٢}{\text{س}^{٢} - \text{س} - ٦}$

١) أوجد : $\text{ن}^{-١}(\text{س})$ في أبسط صورة مبينًا مجالها.

٢) $\text{ن}^{-١}(\text{س}) = ٢$ ، فما قيمة س

ثانياً – الهندسة:

أولًا – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ....

(أ) حادتان (ب) منفرجتان (جـ) متكاملتان (د) متبادلتان

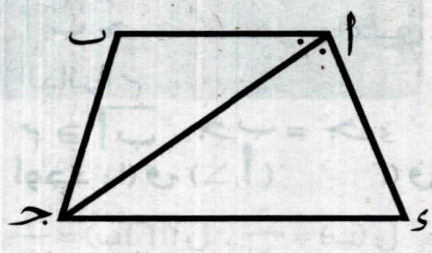
٢) أ ب جـ ى شكل رباعي دائري فيه ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ جـ) فإن ق (∠ جـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٩٠°

٣) أ ب جـ ى شكل رباعي دائري فيه ق (∠ أ) = ٧٠° فإن : ق (⌒ب جـ ى) = ...

(أ) ٣٥° (ب) ١١٠° (جـ) ١٤٠° (د) ٢٢٠°

٤) في الشكل المقابل :



أ ب جـ ى رباعي دائري ، فيه $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ ينصف ∠ ب أ ى.

ق (∠ ب أ جـ) = ٥٠° فإن : ق (∠ ب جـ ى) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ١٤٠° (جـ) ٩٠° (د) ٨٠°

٥) أ ب جـ ى شكل رباعي دائري ، ق (∠ أ جـ ب) = ٦٠° فإن : ق (∠ أ ى ب) = ...

(أ) ٦٠° (ب) ١٢٠° (جـ) ٣٠° (د) ٨٠°

٦) إذا كان أ ب جـ ى شكل رباعي دائري ، فإن ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) – ٤٠° = ...°

(أ) ٦٠° (ب) ١٤٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٨٠°

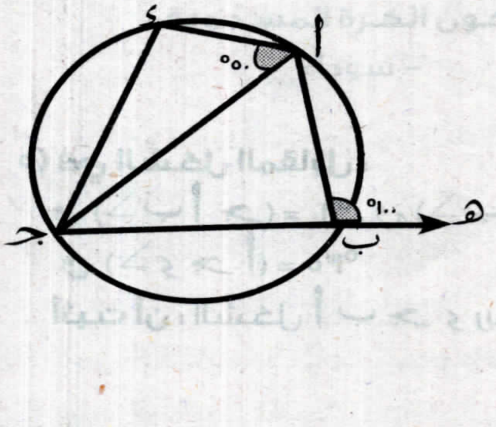
٧) لا يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

(أ) مربع (ب) مستطيل (جـ) متوازي أضلاع (د) شبه منحرف متساوي الساقين

٨) أ ب جـ ى شكل رباعي دائري فيه ق (∠ ب) = ٩٠° فإن (∠ ى) تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) منعكسة

٩) في الشكل المقابل :



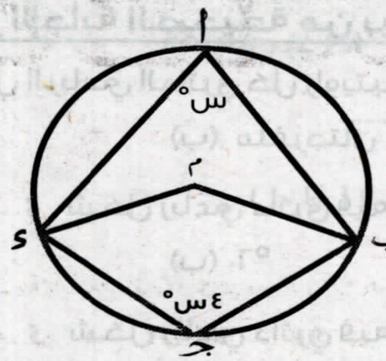
هـ ∈ $\overleftarrow{\text{جـ ب}}$، ق (∠ أ ب هـ) = ١٠٠°

ق (∠ جـ أ ى) = ٥٠° فإن : ق (∠ أ جـ ى) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠° (جـ) ٨٠° (د) ٣٠°

ثانياً - أجب عن الأسئلة الآتية:

١) في الشكل المقابل :



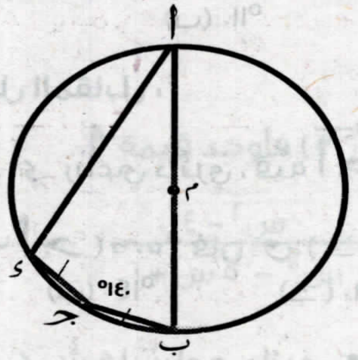
أ ب جـ ء شكل رباعى مرسوم داخل الدائرة م

ق (∠ جـ) = ٤ س°، ق (∠ أ) = س°

أوجد :

(١) قيمة س بالدرجات (٢) ق (∠ ب م ء)

٢) في الشكل المقابل :

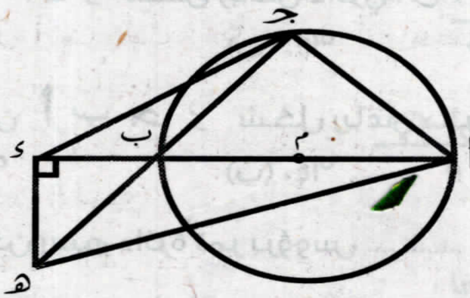


أ ب جـ ء شكل رباعى مرسوم داخل الدائرة م

م ∈ $\overline{\text{أب}}$ ، جـب = جـ ء

أوجد : ١) ق (∠ أ) ٢) ق (∠ ء)

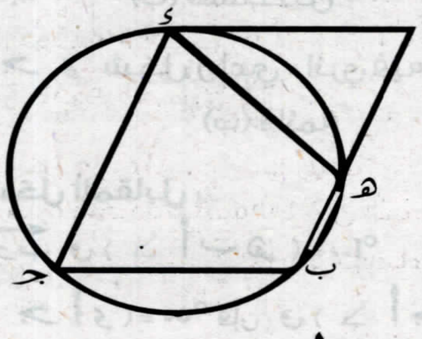
٣) في الشكل المقابل :



$\overline{\text{أب}}$ قطر في الدائرة م ، $\overline{\text{ءهـ}}$ ⊥ $\overline{\text{أء}}$

أثبت أن الشكل أ جـ ء هـ رباعى دائرى

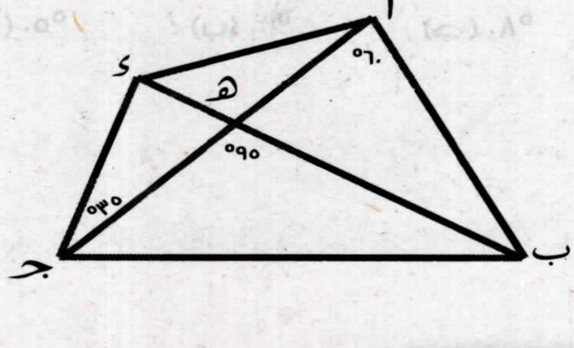
٤) في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء متوازى أضلاع

أثبت أن : المثلث أ ء هـ متساوى الساقين

٥) في الشكل المقابل :



ق (∠ ب أ جـ) = ٦٠° ، ق (∠ ب هـ جـ) = ٩٥°

ق (∠ ء جـ أ) = ٣٥°

أثبت أن : الشكل أ ب جـ ء رباعى دائرى

الوحدة الثالثة	الأسبوع الثاني عشر (جـــبر)	الدرس الأول العمليات على الأحداث	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (ناقش ثم شارك):

– ناقش معلمك في المفاهيم التالية:

التجربة العشوائية – فضاء العينة – الحدث

ثم اشترك مع مجموعتك في تلخيص هذه المفاهيم .

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

١) **إذا كان:** أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٣}$
أوجد: ل (أ ∪ ب)

٢) **إذا كان:** أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ ،
أوجد: ل (أ ∪ ب)

٣) **إذا كان:** أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكانت (ب ⊂ أ) و كان: ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٣}$ ،
أوجد: ل (أ ∪ ب)

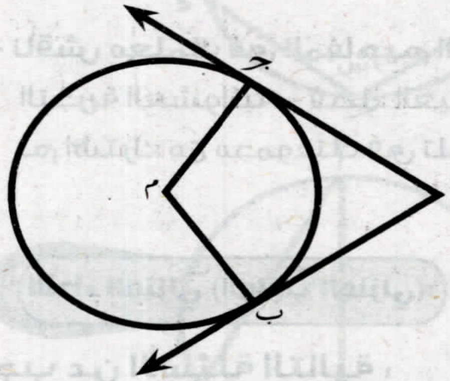
٤) في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة إذا كان أ حدث الحصول على عدد زوجي ، ب حدث الحصول على عدد فردي ، **جـ حدث الحصول على عدد أولى زوجي أوجد:**
– احتمال وقوع الحدثين (أ ، ب) معاً
– احتمال وقوع الحدثين (أ) أو (جـ)

٥) صندوق يحتوي على ١٢ كرة متماثلة منها ٥ كرات زرقاء ، ٤ كرات حمراء ، وباقي الكرات بيضاء، فإذا سحبت كرة واحدة عشوائياً من الصندوق ، **أوجد احتمال أن تكون الكرة المسحوبة :**
– بيضاء – زرقاء أو بيضاء – ليست حمراء – سوداء

الوحدة الخامسة | الأسبوع الثاني عشر (هندســة) | الدرس السادس العلاقة بين مماسات الدائرة | التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط 1 (العلاقة بين مماسات الدائرة)



- من الشكل المقابل أكمل :

م جـ يسمى .... في الدائرة ....

م ب يسمى .... في الدائرة ....

باستخدام المنقلة :

أولاً: ق (∠ أ جـ م) = ... ° أي أن : .... ⊥ ....

في هذه الحالة يسمى أجـ .... للدائرة عند ....

و تسمى أجـ قطعة مماسية للدائرة م

ثانياً: ق (∠ أ ب م) = ... ° أي أن : .... ⊥ ....

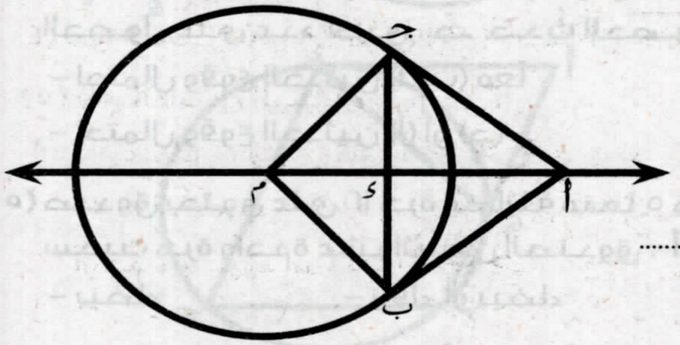
في هذه الحالة يسمى أب .... للدائرة عند ....

و تسمى أب قطعة مماسية للدائرة م

باستخدام المسطرة أوجد طول كل من : أب ، أجـ اكتب ملاحظاتك وتناقش مع مجموعتك

اكتب بطريقتك ما توصلت إليه.

نشاط 2 (ادرس ولاحظ من الشكل المقابل أكمل)



- أب ، أجـ قطعتان .... للدائرة م عند .... ، ....
- ب جـ تسمى وتر التماس
- أب = ...
- المثلث أ ب جـ مثلث متساوي ....
- ق (∠ أ جـ ب) = ق (∠ ....)
- أم ⊥ ...... ويسمى أم محور لوتر التماس ....
- ق (∠ جـ م أ) = ق (∠ ....)

اكتب بطريقتك ما توصلت إليه .

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية :

(١) أكمل العبارات التالية لتصبح صحيحة:

- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الخارج يساوي ....

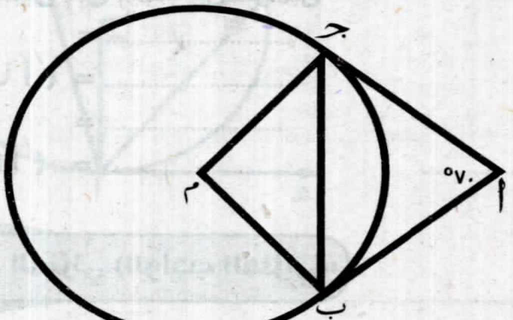
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متباعدتين يساوي ....
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متداخلتين يساوي ....
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متماستين من الداخل يساوي ....
- عدد المماسات المشتركة لدائرتين متقاطعتين يساوي ....
- عدد المماسات التي يمكن رسمها لدائرة من نقطة خارجها يساوي ....
- عدد المماسات التي يمكن رسمها لدائرة من نقطة تقع عليها يساوي ....

(٢) في الشكل المقابل :

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، جـ

ق (∠ أ) = ٧٠° **أوجد:**

ق (∠ أ ب جـ) ، ق (∠ م) ، ق (∠ ب جـ م)

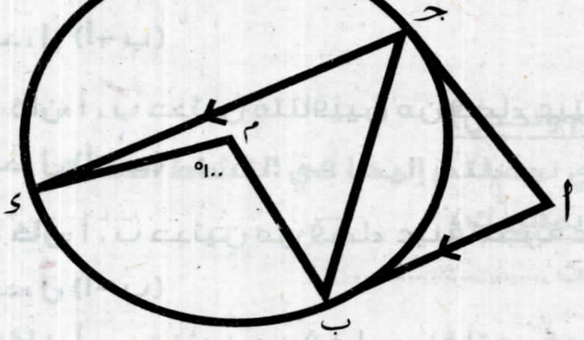


(٣) في الشكل المقابل :

أ ب ، أ جـ قطعتان مماستان للدائرة م عند ب ، جـ

أ ب // جـ ء ، ق (∠ ب م ء) = ١٠٠°.

أوجد : ق (∠ أ)



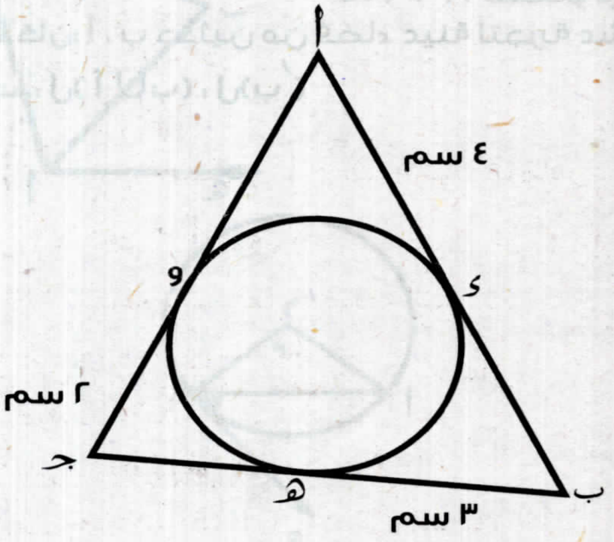
(٤) من الشكل في التمرين { ٣ } أثبت أن جـ ب ينصف (∠ أ جـ ء)

(٥) في الشكل المقابل :

دائرة تمس أضلاع المثلث أ ب جـ في ء ، هـ ، و

أ ء = ٤ سم ، ب هـ = ٣ سم ، جـ و = ٢ سم

أوجد : محيط المثلث أ ب جـ

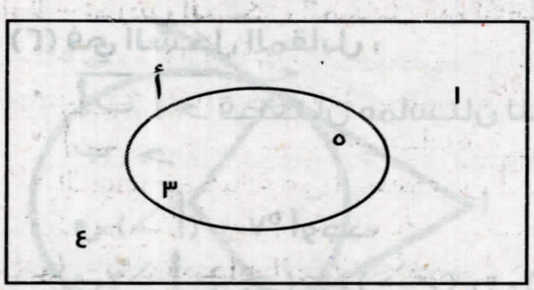


الوحدة الثالثة	الأسبوع الثالث عشر (جبر)	الدرس الثاني العمليات على الأحداث	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (فكر ثم جاوب):

- من شكل فن المقابل: أكمل



أ ∪ أ/ = ...

ل (أ ∪ أ/) = ...

أ ∩ أ/ = ...

ل (أ ∩ أ/) = ...

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

أجب عن الأسئلة التالية:

١) **إذا كان:** أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(ب) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل (أ∩ب) = $\frac{١}{٣}$
أوجد: ل (أ – ب)

٢) **إذا كان:** أ ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل(أ) = $\frac{١}{٣}$ ، ل(ب) = $\frac{٤}{٧}$
أوجد: ل (أ– ب)

٣) **إذا كان:** أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكانت ب ⊂ أ وكان: ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٣}$
أوجد: ل (أ– ب)

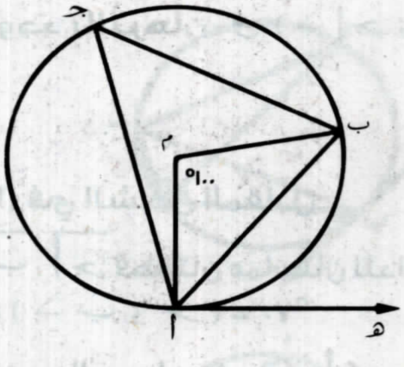
٤) **إذا كان:** أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل(أ) = $\frac{٥}{٨}$، ل(ب) = $\frac{١}{٣}$، ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٤}$
أوجد: ل (أ ∪ ب) ، ل (أ/)

٥) **إذا كان:** أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل(أ) = $\frac{٤}{٧}$، ل(ب) = $\frac{٢}{٧}$، ل(أ∩ب) = $\frac{١}{٧}$
أوجد: ل(أ ∪ب) ، ل(ب/)

الوحدة الخامسة	الأسبوع الثالث عشر (هندســة)	الدرس السابع الزاوية المماسية	التاريخ: / /

الأداء الصفي:

نشاط ١ (وتر ومماس)



في الشكل المقابل هـ أ مماس للدائرة م عند أ

أولاً – أدرس الشكل المقابل ثم أكمل :

- مركز الدائرة هو ....
- نقطة أ تسمى نقطة ....
- أب .... في الدائرة م
- الزاوية المكونة من الشعاعين أب ، أهـ هي ∠ ....
- تسمى (∠ ب أ هـ) زاوية ....

ثانياً – باستخدام المنقلة أكمل :

- ق (∠ أ م ب) = ... ° و تسمى زاوية ....
- ق (∠ أ جـ ب) = ... ° و تسمى زاوية ....
- ق (∠ ب أ هـ) = ... ° و تسمى زاوية ....

ثالثاً – من معلوماتك السابقة أكمل :

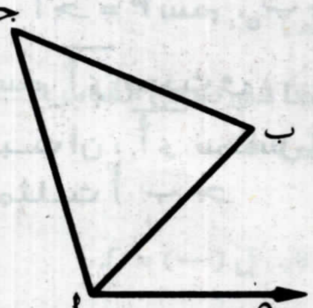
- ق (أب⌒) = ... °

نشاط ٢ (افهم ولخص)

بالتعاون مع مجموعتك قم بتلخيص المعلومات التي توصلتم إليها في النشاط السابق

نشاط ٣ (فكر بمفردك)

- المماس أهـ هو مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث ....
- تأمل الشكل المقابل جيداً



متى يمكن أن نقول إن أهـ هو مماس للدائرة المارة بالنقط أ ، ب ، جـ

الأداء المنزلي (الواجب المنزلي):

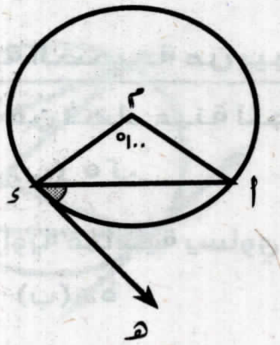
أجب عن الأسئلة التالية :

(١) في الشكل المقابل :

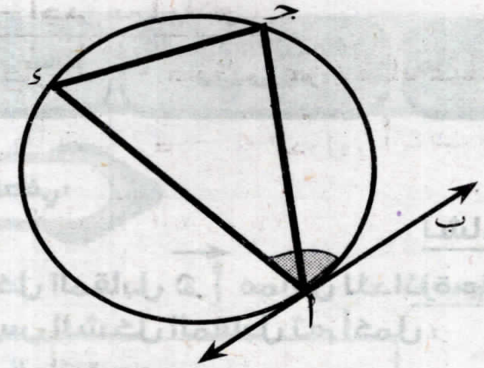
ءهـ مماس للدائرة م عند ء ،

ق (∠ أ م ء) = ١٠٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ ء هـ)



(٢) في الشكل المقابل :

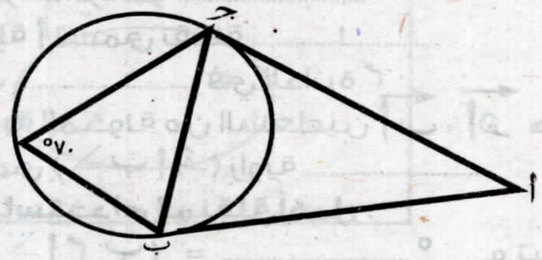


$\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة عند أ ،

و (∠ ب أ ى) = ١٠٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ جـ ى)

(٣) في الشكل المقابل :

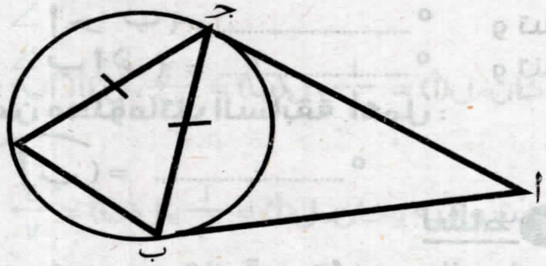


$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ

و (∠ ب ى جـ) = ٧٠°

أوجد بالبرهان : ق (∠ أ)

(٤) في الشكل المقابل :

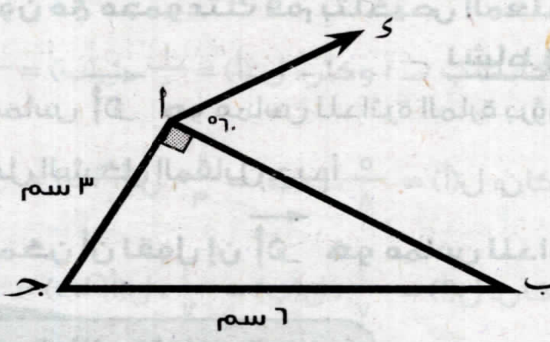


$\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ قطعتان مماستان للدائرة عند ب ، جـ

جـ ب = جـ ى

أثبت أن : $\overline{جـ ى}$ تمس الدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب جـ

(٥) في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في أ ،

أ جـ = ٣ سم ، ب جـ = ٦ سم

رسم $\overrightarrow{أى}$ بحيث و (∠ ب أ ى) = ٦٠°

أثبت أن : $\overrightarrow{أى}$ مماس للدائرة المارة برؤوس المثلث أ ب جـ

(التقييم الأسبوعى) الأسبوع الثالث العاشر

المجموعة (أ)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان: أ حدثاً من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل(أ) = ل (أَ) ، فإن ل (أ) = ...

(أ) ١ (ب) ٠,٢٥ (جـ) ٠,٥ (د) ٢

٢) إذا كان قياس زاوية مماسية يساوي ٥٠° فإن قياس القوس المحصور بين ضلعيها يساوي ....°

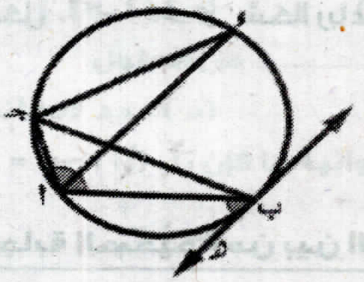
(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٤٠ (د) ٢٥

ثانيًا – أجب عما يأتي :

١) إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل(أ) = $\frac{1}{2}$ ، ل (ب) = $\frac{1}{3}$ ،

ل(أ ∩ ب) = $\frac{1}{5}$ أوجد: ل (أ – ب)

٢) في الشكل المقابل :



ب هـ ↔ مماس للدائرة عند ب ،

ق (∠ أ ب هـ) = ٥٠° ، ق (∠ ب أ جـ) = ١٠٠°

أوجد : ق (∠ ى)

٣) في الشكل المقابل :

ب ى ↔ مماس للدائرة عند ب ،

أ ب جـ مثلث مرسوم داخل دائرة ، ب ى // س ص

أثبت أن : الشكل جـ أ س ص شكلاً رباعياً دائرياً.

المجموعة (ب)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان: أ حدثاً من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل(أ) = ٢ل (أ َ) ، فإن ل (أ) = ...

(أ) $\frac{1}{3}$ (ب) $\frac{2}{3}$ (جـ) ١ (د) ٠,٥

٢) إذا كان قياس زاوية مماسية يساوي ٥٠° فإن قياس المحيطية المشتركة معها في نفس القوس ....°

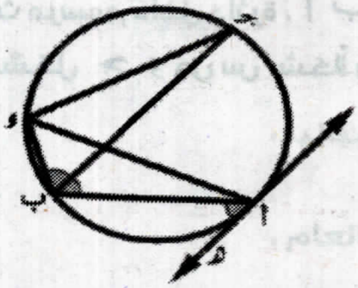
(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٤٠ (د) ٢٥

ثانيًا – أجب عما يأتي :

١) إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل (أ) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٢ ،

(أ ∩ ب) = ٠,٣ أوجد: ل (أ – ب)

٢) في الشكل المقابل :



أ هـ ↔ مماس للدائرة عند أ ،

ق (∠ هـ أ ب) = ٥٠° ، ق (∠ أ ب ى) = ١١٠°

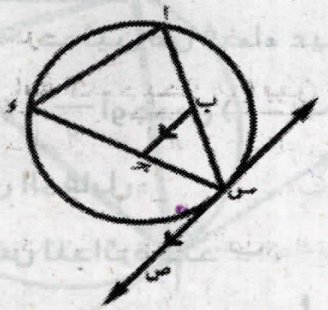
أوجد : ق (∠ جـ)

٣) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{سص}$ مماس للدائرة عند س ،

أ س ى مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overline{بجـ}$ // $\overleftrightarrow{سص}$

أثبت أن : الشكل أ ب جـ ى شكلاً رباعياً دائرياً



المجموعة (ج)

أولاً – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كان: أ حدثاً من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، وكان ل(أ) = ٣ل (أ´) ، فإن ل (أ) = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) ١ (د) ٠,٥

٢) إذا كان قياس زاوية مماسية يساوي ٥٠° فإن قياس المركزية المشتركة معها في نفس القوس ....°

(أ) ١٠٠ (ب) ٥٠ (جـ) ٤٠ (د) ٢٥

ثانيا – أجب عما يأتي :

١) إذا كان: أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان: ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) = ٠,٥ ،

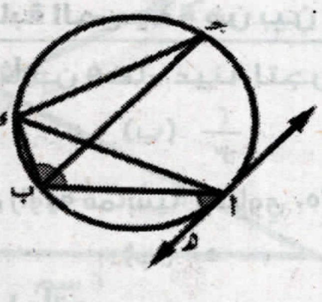
ل(أ ∩ ب) = ٠,١ أوجد: ل (أ – ب)

٢) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أهـ}$ مماس للدائرة عند أ ،

ق (∠ هـ أ ب) = ٥٠° ، ق (∠ أ ب ى) = ١٠٥°

أوجد : ق (∠ جـ)

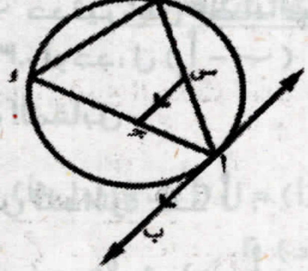


٣) في الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أب}$ مماس للدائرة عند أ ،

أ ص ى مثلث مرسوم داخل دائرة ، $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overline{سجـ}$

أثبت أن : الشكل جـ ى ص س شكلاً رباعياً دائرياً



المراجعـــــة العامـــة

أولاً – الجبـــــر :

أولًا – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) منحني الدالة د (س) = أ س٢ + ب س + جـ حيث أ ≠ صفر يقطع محور الصادات في النقطة ....

(أ) (٠ ، أ) (ب) (٠ ، ب) (جـ) (جـ ، ٠) (د) (أ ، جـ)

٢) عدد حلول معادلة الدرجة الأولي في متغيرين يساوي .... من الحلول

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٣ (د) عدد لانهائي

٣) إذا كان أ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ما فإن : ل (أ ∩ ب) = ...

(أ) صفر (ب) –١ (جـ) ١ (د) $\frac{1}{2}$

٤) مجموعة أصفار الدالة د : د (س) = س٢ – ٤ هي ....

(أ) ح (ب) {–٢} (جـ) { ١ } (د) { –٢ ، ٢ }

٥) مجال المعكوس الجمعي للدالة : ن (س) = $\frac{\text{س} + 1}{\text{س} - 4}$ هو ....

(أ) ح (ب) ح – {–١} (جـ) ح – { ٤ } (د) ح – { –١ ، ٤ }

٦) مجموعة أصفار الدالة د: د(س) = $\frac{\text{س} - 4}{\text{س}^2 - 16}$ هي ....

(أ) {٤} (ب) {–٤} (جـ) {٤ ، –٤} (د) ∅

٧) أبسط صورة للدالة ن: ن(س) = $\frac{4\text{س}^2 - 2\text{س}}{2\text{س}}$ هي .... (حيث س ≠ صفر)

(أ) ٢س (ب) ٢س –١ (جـ) ٤س (د) ٢

٨) مجموعة حل المعادلتين س – ١ = صفر ، ص = س في ح × ح هي ....

(أ) {(١ ، ١)} (ب) {(–١ ، ١)} (جـ) {(٠ ، ٠)} (د) {(–١ ، –١)}

٩) إذا كانت أ ⊂ ب فإن ل (أ ∪ ب) = ...

(أ) ل (أ) (ب) ل (ب) (جـ) ١ (د) ل (أ ∩ ب)

١٠) إذا كانت : ٣ أحد أصفار الدالة د (س) = س٢ – ٣ س + م فإن م = ...

(أ) صفر (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) –٦

١١) إذا كان: احتمال وقوع الحدث أ هو ٣٠٪ فإن احتمال عدم وقوع الحدث أ يساوي ....

(أ) ٠,٣ (ب) ٠,٠٣ (جـ) ٠,٧ (د) ٠,٠٧

ثانياً – أجب عن الأسئلة الآتية:

١) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين جبريًا أو بيانياً :

٢ س – ص = ٣ ، س + ٢ ص = ٤

٢) أوجد في ح مجموعة حل المعادلة الآتية باستخدام القانون العام :

٢ س٢ + ١ = ٥س (مقربًا الناتج لرقم عشرى واحد)

٣) أوجد في ح × ح مجموعة حل المعادلتين الآتيتين: $\text{س} + \text{ص} = ٥$ ، $\text{س}^٢ + \text{ص}^٢ = ١٣$

٤) أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينًا مجالها :

$$\text{ن (س)} = \frac{\text{س} - ٥}{\text{س}^٢ - ٧\text{س} + ١٠} + \frac{\text{س}^٢ + ٢\text{س} + ٤}{\text{س}^٣ - ٨}$$

٥) أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينًا مجالها :

$$\text{ن (س)} = \frac{٣\text{س}^٢ - ٦\text{س}}{\text{س}^٢ - ٤} \times \frac{\text{س}^٢ + ٣\text{س} + ٢}{\text{س}^٢ + \text{س}}$$

٦) إذا كان أ ، ب حدثين في فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ٠,٧ ، ل (ب) = ٠,٣ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٢. أوجد : ل (أ ∪ ب) ، ل (أ – ب)

٧) أوجد ن(س) في أبسط صورة مبينًا مجالها :

$$\text{ن (س)} = \frac{\text{س}^٢ - ٢\text{س} - ١٥}{\text{س}^٢ - ٩} \div \frac{٢\text{س} - ١٠}{\text{س}^٢ - ٦\text{س} + ٩}$$

٨) إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين في فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان : ل (أ) = ٠,٣ ، ل (ب) =٠,٤ ، أوجد : ١) ل (أ ∪ ب) ٢) ل (أ – ب)

٩) كيس به ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ ، سحبت بطاقة واحدة عشوائيًا . أوجد احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة :

١) يقبل القسمة على ٥ ٢) فرديًا ويقبل القسمة على ٥ .

١٠) إذا كان مجال الدالة $\text{د(س)} = \frac{\text{ب}}{\text{س}} + \frac{٩}{\text{س} + \text{أ}}$ هو ح – {٠ ، ٤} ، ن (٥) = ٢

أوجد قيمة أ ، ب

ثانياً – الهندســـة :

أولًا – اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) وتر طوله ٨ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم فإنه يبعد عن المركز .... سم

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٦

٢) إذا كانت الزاوية المحيطية تقابل قوساً أكبر من نصف الدائرة فإنها تكون ....

(أ) حادة (ب) قائمة (جـ) منفرجة (د) مستقيمة

٣) دائرتان م ، ن طولا نصفي قطريهما ٨ سم ، ٥ سم فإذا كان م ن = ١٣سم فإن الدائرتين تكونان ....

(أ) متقاطعتين (ب) متباعدتين (جـ) متداخلتين (د) متماستين من الخارج

٤) عدد محاور التماثل لأى دائرة هو ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) عدد لا نهائي

٥) إذا كانت م دائرة طول قطرها ٦ سم ، ب نقطة في مستويها حيث م ب = ٣سم فإن النقطة ب تقع ....

(أ) داخل الدائرة (ب) على الدائرة (جـ) خارج الدائرة (د) على مركز الدائرة

٦) مركز الدائرة الخارجة للمثلث هو نقطة تقاطع ....

(أ) منصفات زواياه الداخلة (ب) ارتفاعاته (جـ) محاور تماثل أضلاعه (د) منصفات زواياه الخارجة

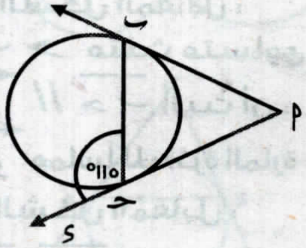
٧) النسبة بين قياس الزاوية المركزية والزاوية المماسية المشتركة معها في نفس القوس ....

(أ) ١ : ٢ (ب) ٢ : ١ (جـ) ٣ :١ (د) ١ : ٣

٨) دائرة مساحتها ٩ π سم٢ ، والمستقيم ل يبعد عن مركزها ٣سم فإن المستقيم ل يكون ....

(أ) مماسًا للدائرة (ب) قاطعًا للدائرة (جـ) خارج الدائرة (د) قطرا في الدائرة

٩) في الشكل المقابل:

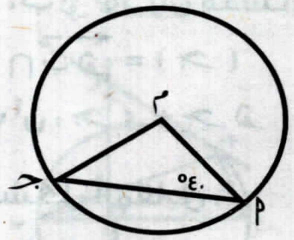


ق (∠ أ) = ...°

(أ) ٦٥ (ب) ٧٥

(جـ) ٥٠ (د) ٣٠

١٠) في الشكل المقابل :



م دائرة ، ق (∠ أ) = ٤٠°

فإن ق (∠ أ م جـ) = ...°

(أ) ٢٠ (ب) ٤٠ (جـ) ٨٠ (د) ١٠٠

١١) إذا كان قياس زاوية مماسية ٥٠° فإن قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس تساوي ....

(أ) ٥٠° (ب) ١٠٠° (جـ) ١٣٠° (د) ١٥٠°

١٢) مجموع قياسي الزاويتين المتكاملتين = ...°

(أ) ٩٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ٢٧٠ (د) ٣٦٠

١٣) في الشكل الرباعي الدائري كل زاويتين متقابلتين ....

(أ) حادتان (ب) منفرجتان (جـ) متكاملتان (د) متبادلتان

١٤) يمكن رسم دائرة تمر برؤوس ....

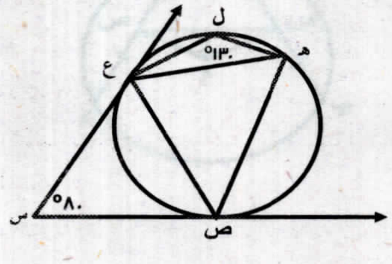
(أ) معين (ب) شبه منحرف (جـ) متوازي أضلاع (د) مستطيل

١٥) وتر طوله ٦ سم مرسوم داخل دائرة طول قطرها ١٠ سم فإنه يبعد عن المركز .... سم

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٦

ثانياً - أجب عن الأسئلة الآتية:

١) في الشكل المقابل :

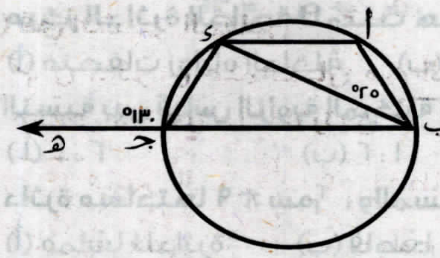


$\overleftarrow{س ص}$ ، $\overleftarrow{س ع}$ مماسان للدائرة عند ص ، ع ،

ق (∠ ص س ع) = ٨٠° ، ق (∠ هـ ل ع) = ١٣٠° أثبت أن :

(١) ع هـ = ع ص (٢) $\overleftarrow{س ع}$ // $\overline{ص هـ}$

٢) في الشكل المقابل:

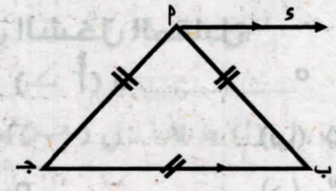


أ ب جـ ى شكل رباعي مرسوم داخل دائرة، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ ،

ق (∠ ى جـ هـ) = ١٣٠°، ق (∠ أ ب ى) = ٢٥°

أثبت أن : ق ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ق ($\overset{\frown}{\text{أ ى}}$)

٣) في الشكل المقابل :

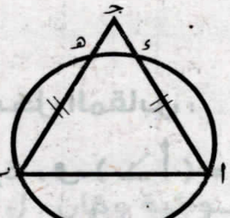


أ ب جـ مثلث متساوى الاضلاع

$\overleftarrow{\text{أ ى}}$ // $\overline{\text{جـ ب}}$ أثبت أن :

$\overleftarrow{\text{أ ى}}$ مماساً للدائرة المارة برؤوس Δ أ ب جـ

٤) في الشكل المقابل :

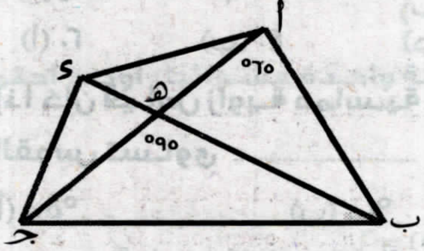


$\overline{\text{أ ى}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ وتران متساويان في الطول في الدائرة،

$\overleftarrow{\text{أ ى}}$ ∩ $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ = {جـ}

أثبت أن : جـ ى = جـ هـ

٥) في الشكل المقابل :

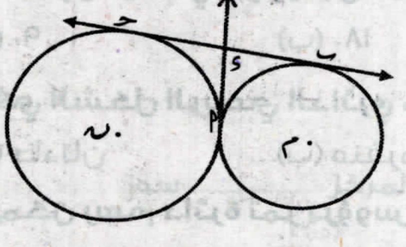


ق (∠ ب أ جـ) = ٦٥°، ق (∠ ب هـ جـ) = ٩٥°

ق (∠ ى جـ أ) = ٣٠°

أثبت أن : الشكل أ ب جـ ى رباعى دائرى

٦) في الشكل المقابل :



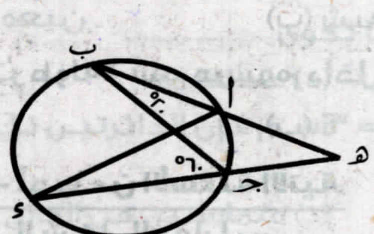
م، ن دائرتان متماستان من الخارج في أ

$\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ مماس مشترك للدائرتين عند ب ، جـ

$\overleftarrow{\text{أ ى}}$ مماس مشترك للدائرتين عند أ

أثبت أن : ى منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

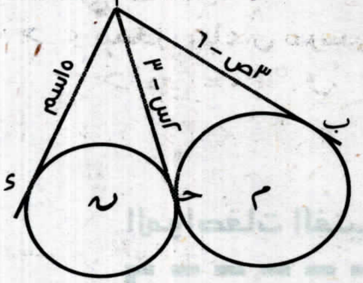
٧) في الشكل المقابل :



ق (∠ أ ب جـ) = ٢٠°، ق (∠ ب جـ ى) = ٦٠°،

أوجد بالبرهان : ق (∠ هـ)

٨) في الشكل المقابل :

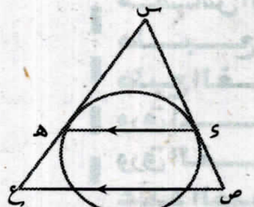


م، ن دائرتان متماستان من الخارج في نقطة جـ ، أجـ مماس مشترك للدائرتين أب يمس الدائرة م في ب ، أء يمس الدائرة ن في نقطة ء ، أب = ٣ص - ٦،

أجـ = ٢س - ٣ ، أء = ١٥ سم

أوجد قيمة كل من : س ، ص

٩) في الشكل المقابل:

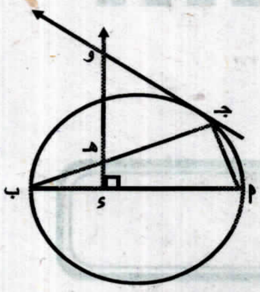


س ص ع مثلث متساوى الساقين ، س ص ، س ع تمسان الدائرة عند ء، هـ

إذا كان ء هـ // ص ع

فأثبت أن الشكل ء ص ع هـ رباعي دائري .

١٠) في الشكل المقابل:



أب قطر في دائرة ، جـ و مماس، ء و ⊥ أب

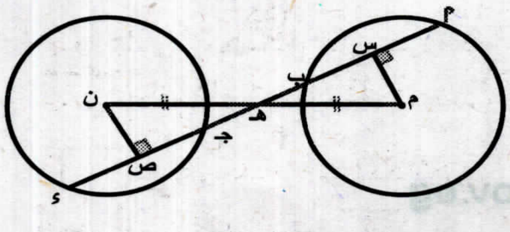
برهن أن :

(١) الشكل أ ء هـ جـ رباعى دائرى

(٢) Δ و جـ هـ متساوى الساقين

١١) باستخدام الأدوات الهندسية ارسم المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب والذى فيه أ ب = ٣سم ب جـ = ٤ سم ثم ارسم دائرة تمر برؤوسه ومن الرسم أوجد طول نصف قطر الدائرة . (لا تمح الأقواس)

١٢) في الشكل المقابل :

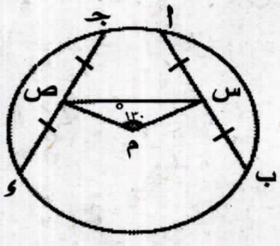


م ، ن دائرتان متطابقتان ومتباعدتان، هـ منتصف م ن .

أثبت أن : ب أ = جـ ء

١٣) أوجد طول وقياس القوس الذي يمثل $\frac{٢}{٣}$ قياس دائرة طول نصف قطرها ٢١ سم. ($\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$)

١٤) في الشكل المقابل : دائرة مركزها م ، أب = جـ ء،



ق (∠ س م ص) = ١٣٠°، س ، ص منتصفا أب ، جـ ء

أوجد بالبرهان : ق (∠ م س ص)

المواصفات الفنية:

مقاس الكتاب:	$\frac{١}{٨}$ (٥٧ × ٨٢) سم
طبع المتن:	أسود
طبع الغلاف:	ألوان
ورق المتن:	٧٠ جم أبيض
ورق الغلاف:	١٨٠ جم كوشيه أبيض
عدد الصفحات:	٦٤ صفحة + ٤ للغلاف

رقم الإيداع: ٢٠٢٥/٣٣٣٤٧

طبع بالهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية
طبعة ٢٠٢٦/٢٠٢٥

رئيس مجلس الإدارة
محاسب/ أشرف إمام عبد السلام

الهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية
٥٠٠٧٢ س ٢٠٢٤ - ٠٢٧, ٦٠٠

http://elearning.moe.gov.eg

Amiria
المطابع الأميرية

20/30
EGYPT VISION

الإدارة المركزية لتطوير المناهج
Central Administration Of Curriculum Development
CACD

بسم الله الرحمن الرحيم

قام بإعداد هذه النسخة pdf

وفهرستها ورفعها :

د محمد أحمد محمد عاصم

نسألكم الدعاء